

УДК 533.6.011

© 1991 г.

А. Н. Крайко

ГОЛОВНАЯ ЧАСТЬ ЗАДАННОГО ОБЪЕМА, ОПТИМАЛЬНАЯ ПО ВОЛНОВОМУ СОПРОТИВЛЕНИЮ В ПРИБЛИЖЕНИИ ЗАКОНА СОПРОТИВЛЕНИЯ НЬЮТОНА

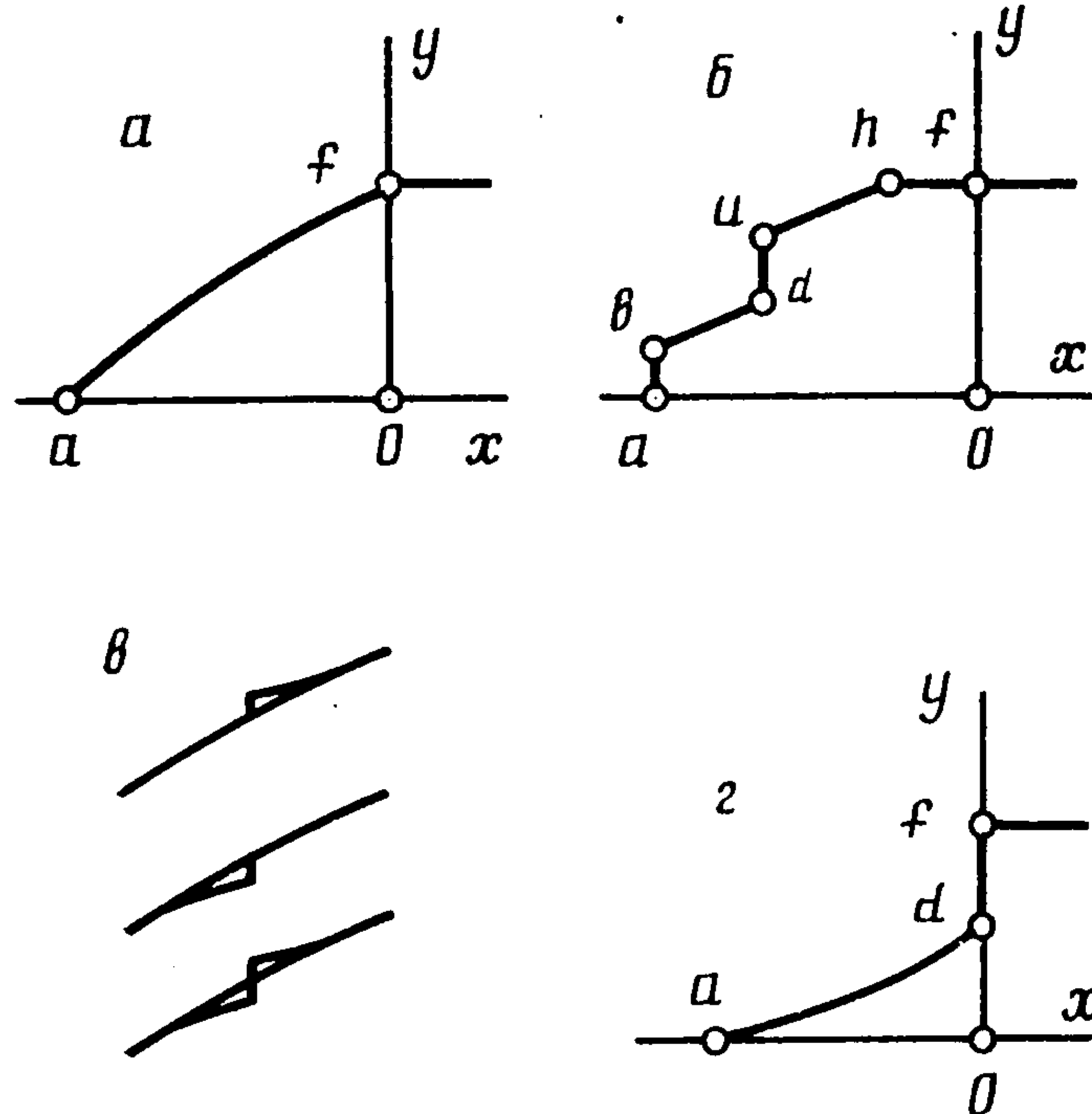
Рассматривается задача профилирования головной части плоского или осесимметричного тела, которая при заданном объеме реализует минимум волнового сопротивления в рамках закона сопротивления Ньютона. В такой постановке решение этой задачи зависит от величины безразмерного объема $\omega = \Omega / (\pi^\nu Y^{2+\nu})$, где $\nu = 0$ и 1 соответственно в плоском и осесимметричном случаях; Y — максимально допустимый радиус или полутолщина (при $\nu = 0$) тела, принимаемые далее за линейный масштаб, а Ω — заданный объем (или его половина при $\nu = 0$) искомой головной части.

Начиная с Ньютона, с использованием его закона сопротивления решен столь широкий круг задач оптимального профилирования (см. [1, 2]), что рассмотрение в том же приближении еще одной подобной задачи может показаться неоправданным, тем более что попытка ее решения (при $\nu = 1$) предпринималась ранее в [3]. Эту попытку, однако, нельзя признать удачной. Именно, согласно [3], для конечного диапазона ω

$$0,149 \simeq 313 \sqrt{3}/3645 < \omega < \sqrt{3}/5 \simeq 0,346$$

решение (данной) задачи), если и существует, не может быть получено в рассматриваемой постановке. При $0 \leq \omega \leq 313 \sqrt{3} / 3645$, согласно [3], оптимальна головная часть с передним торцом, а при $\sqrt{3}/5 \leq \omega \leq \infty$ — головная часть с заострением. Отсутствие решения в указанном выше диапазоне явилось главным стимулом, заставившим автора подвергнуть ревизии решение [3]. Итогом такой ревизии, во-первых, стало решение задачи для любых $\omega \leq \infty$. Во-вторых, не только была установлена ошибочность почти всех упомянутых выше результатов из [3] и построены оптимальные головные части при $\omega \leq \infty$, но и показано, что для $0 \leq \omega \leq 13 / 30 \simeq 0,433$ оптимальна принципиально новая конфигурация — «острие, выступающее из торца».

1. Рассмотрим плоскую или осесимметричную головную часть af , примыкающую при $x = 0$ к цилиндрическому телу (фиг. 1, a), радиус



Фиг. 1

или полутолщину которого примем, как уже упоминалось, за масштаб длины. В силу этого $y_f = 1$. Здесь и далее x, y — декартовы ($\nu = 0$) или цилиндрические ($\nu = 1$) координаты; ось x направлена по вектору скорости v_∞ набегающего потока и совпадает с осью или лежит в плоскости симметрии тела; индексы a, \dots, f приписываются параметрам в соответствующих точках контура af , а ∞ — параметрам набегающего потока. Для определения давления p на поверхности тела воспользуемся формулой Ньютона, согласно которой

$$p = p_\infty + \rho_\infty v_\infty^2 \sin^2 \vartheta \quad (1.1)$$

Здесь ρ — плотность, $v = |\mathbf{v}|$, а ϑ — угол, образуемый касательной к контуру головной части и осью x . Формула (1.1) справедлива при $0 \leq \vartheta \leq \pi/2$ или, если $y = y(x)$ либо $x = x(y)$ — уравнение af , то при

$$0 \leq y' \equiv dy/dx \leq \infty, \quad 0 \leq x' \equiv dx/dy \leq \infty. \quad (1.2)$$

Требуется построить образующую af , которая при заданном объеме головной части ω , удовлетворяя (1.2) и габаритному ограничению

$$y \leq y_f = 1 \quad (1.3)$$

реализует минимум волнового сопротивления χ . Величина χ при этом определяется по распределению ρ на af , которое находится по y' или $x' \equiv 1/y'$ в каждой точке af с помощью (1.1).

В рассматриваемой постановке af , вообще говоря, может состоять из участков двустороннего экстремума, на которых $0 < y' < \infty$ или $0 < x' < \infty$, а также вертикальных ($x' \equiv 0$) и горизонтальных ($y \equiv 1$ или $y' \equiv 0$) участков краевого экстремума, появляющихся в силу ограничений (1.2) и (1.3). Схематически это показано на фиг. 1, б, причем любой из нарисованных на ней участков, например, — «передний торец» (ПТ) ab , «внутренний торец» (ВТ) du или «концевой цилиндр» (КЦ) hf может отсутствовать. Внутренних торцов может быть несколько.

В согласии с (1.1) с точностью до несущественных при решении сформулированной вариационной задачи постоянных слагаемого (в χ) и множителей для конфигурации типа изображенной на фиг. 1, б имеем

$$\begin{aligned} \chi &= \int_{<} \varphi(y, y') dx + \int_{\perp} x' \varphi\left(y, \frac{1}{x'}\right) dy \\ \omega &= \int_{<} \Phi(y) dx + \int_{\perp} x' \Phi(y) dy \\ \varphi(y, y') &= \frac{y^v y'^3}{1 + y'^2}, \quad \Phi(y) = y^{1+v} \end{aligned} \quad (1.4)$$

Здесь значок $<$ означает часть интеграла вдоль af по участкам с $x' > 0$, а значок \perp — по торцам.

Для получения необходимых условий минимума χ , определяющих оптимальную образующую af , при помощи постоянного множителя Лагранжа λ , как обычно, составим вспомогательный функционал $I = \chi + \lambda\omega$. Его допустимые вариации δI , сохраняющие постоянство ω , совпадают с $\delta\chi$. Поэтому для χ и ω из (1.4), выполнив варьирование произвольного, т. е. необязательно оптимального контура af , содержащего участки, показанные на фиг. 1, б, найдем

$$\begin{aligned} \delta\chi \equiv \delta I &= \left\{ \left[\frac{2y^v y'^3}{(1 + y'^2)^2} - \lambda y^{1+v} \right]_{b+} - \left[\frac{2y^v y'^3}{(1 + y'^2)^2} \right]_a \right\} \Delta x_a + \\ &+ \left[y^v \frac{1 - y'^2}{(1 + y'^2)^2} \right]_{b+} \Delta y_b + \left\{ \left[\lambda y^{1+v} - \frac{2y^v y'^3}{(1 + y'^2)^2} \right]_{d-} + \right. \\ &+ \left. \left[\frac{2y^v y'^3}{(1 + y'^2)^2} - \lambda y^{1+v} \right]_{u+} \right\} \Delta x_d + \left[y^v \frac{y'^2 - 1}{(1 + y'^2)^2} \right]_{d-} \Delta y_d + \\ &+ \left[y^v \frac{1 - y'^2}{(1 + y'^2)^2} \right]_{u+} \Delta y_u + \left[y^v \frac{y'^2 (3 + y'^2)}{(1 + y'^2)^2} \right]_{h-} \Delta y_h - \\ &- \left[\frac{2y^v y'^3}{(1 + y'^2)^2} \right]_{h-} \Delta x_h + \int_{\perp} \left\{ \lambda (y^{1+v} - y_{b,u}^{1+v}) + \right. \\ &+ \left. \left[\frac{2y^v y'^3}{(1 + y'^2)^2} \right]_{b,u} \right\} \delta x' dy - \lambda (1 + v) \int_{\perp} (x - x_h) \delta y' dx + \\ &+ \int_{<} \left(\Phi_{y'} - \frac{d}{dx} \Phi_y \right) \delta y dx, \quad \Phi(y, y') = \varphi(y, y') + \lambda \Phi(y) \end{aligned} \quad (1.5)$$

Здесь Δx и Δy — приращения координат в общем случае точек излома, в которых стыкуются участки разного типа; индексы «минус» («плюс») приписаны величинам «до», т. е. слева («после», т. е. справа) от таких точек; $\delta x'$ — вариация — приращение x' при фиксированном y на торцах, а δy и $\delta y'$ — вариации — приращения y и y' при фиксированном x на прочих участках; слагаемое с индексом «а» в множителе при Δx_a есть только при отсутствии ПТ — переднего торца (в противном случае оно автоматически исчезает, так как тогда $x_a' = 0$, а $y_a' = \infty$), при этом, однако, в выражении для $\delta \chi$ нет членов с индексом «b»; индекс «b, u» означает, что в интеграле по ПТ или по ВТ остается индекс соответствующей верхней точки (либо b, либо u); если внутренних торцов несколько, то слагаемые с индексами «d» и «u» суммируются по всем ним; наконец, значок «—|» означает интеграл по концевому цилиндру (если таковой имеется).

Не вдаваясь в детали общеизвестной техники получения соотношения (1.5), приведем лишь два использованных при этом равенства:

$$\Delta x_{b, u} = \Delta x_{a, d} + \int_{\perp} \delta x' dy, \quad \int_{\perp} \delta y dx = \int_{\perp} (x_h - x) \delta y' dx \quad (1.6)$$

Интегралы в (1.5) и (1.6), как, впрочем, и в (1.4), берутся в направлении роста x и y .

2. Анализ равенства (1.5) дает необходимые условия минимума χ , определяющие оптимальный контур af . Начнем с того, что в некоторой «компенсирующей» точке k какого-либо из участков с $0 < y' < \infty$ за счет произвола в выборе λ обратим в нуль множитель при δy в последнем интеграле, т. е. положим

$$\Phi_y - \frac{d}{dx} \Phi_{y'} \equiv 2y^v \left[\lambda \frac{1+v}{2} - \frac{vy'^3}{y(1+y'^2)^2} - y'y'' \frac{3-y'^2}{(1+y'^2)^3} \right] = 0 \quad (2.1)$$

После этого прочие вариации (δy вне малой окрестности точки k на «наклонных» участках af , $\delta x'$ — на ПТ и ВТ и $\delta y'$ — на КЦ hf) и приращения Δx_a , Δy_b , . . . можно считать независимыми. Такая независимость обеспечивается тем, что при варьировании одновременно с любой из указанных величин изменяется y в окрестности точки k , причем так, чтобы объем ω оставался постоянным. При этом, однако, благодаря выполнению уравнения (2.1) в k вклад в $\delta \chi$, обусловленный отклонением от нуля δy в окрестности k в последнем интеграле (1.5) оказывается величиной более высокого порядка малости. Поскольку на участках с $0 < y' < \infty$ вариации δy произвольны, то отсюда найдем, что уравнение (2.1) справедливо не только в k , но и на всех таких участках, являющихся участками двустороннего экстремума (УДЭ). Так как Φ не зависит от x , то уравнение (2.1), как известно, интегрируется и дает

$$\Phi - y' \Phi_{y'} \equiv y^v \left[\lambda y - \frac{2y'^3}{(1+y'^2)^2} \right] = C \quad (2.2)$$

с подлежащей определению постоянной C .

Если в (1.5) на УДЭ включить под знак интеграла величины порядка $(\delta y')^2$, то для Φ из (1.4) и любых $\Phi(y)$ это дает так называемое «необходимое условие Лежандра»: $y' \leq \sqrt{3}$. Данное неравенство, обеспечивающее неотрицательность коэффициента при $(\delta y')^2$, оказывается, однако, слишком слабым и должно быть заменено, причем также для любой функции $\Phi(y)$ на

$$y' \leq 1 \quad (2.3)$$

Это ограничение сразу следует из рассмотрения коэффициентов при Δy_d или Δy_u в (1.5), ибо при его нарушении введение на УДЭ бесконечно малого ВТ, для которого $\Delta y_d \leq 0$, а $\Delta y_u \geq 0$, как показано на фиг. 1, в, уменьшает χ .

Пусть далее оптимальная образующая содержит какой-либо торец. Тогда Δy_b , Δy_d и Δy_u произвольны, и следовательно

$$y_{\pm}' = 1 \quad (2.4)$$

т. е. УДЭ подходит к любому торцу под углом в 45° . Аналогично в силу произвольности Δy_h

$$y_{h-}' = 0 \quad (2.5)$$

и следовательно, если оптимальная головная часть (ОГЧ) содержит КЦ, то УДЭ должен примыкать к нему без излома. На самом КЦ допустимые $\delta y' \geq 0$. Поэтому условие его оптимальности (неотрицательности $\delta \chi$) имело бы вид

$$\lambda \leq 0 \quad (2.6)$$

С другой стороны, при наличии в ОГЧ переднего торца в силу произвольности Δx_a , того, что $x_a' = 0$, и (2.4) имеем

$$y_b^v \left[\frac{2y^3}{(1+y^2)^2} - \lambda y \right]_{b+} \equiv y_b^{1+v} \left(\frac{1}{2y_b} - \lambda \right) = 0 \quad (2.7)$$

Следовательно, в этом случае $\lambda = 1 / (2y_b)$, что несовместимо с (2.6). Поэтому ОГЧ не может одновременно иметь ПТ и КЦ. Аналогичным образом, допустив ВТ, учтя произвольность Δx_d и привлекая (2.4), получим

$$\lambda = \frac{y_u^v - y_d^v}{2(y_u^{1+v} - y_d^{1+v})} \quad (2.8)$$

Можно показать, что λ из (2.7) не равно λ из (2.8), и таким образом, ОГЧ не может иметь одновременно ПТ и ВТ.

Покажем теперь, что ОГЧ заданного объема не содержит ПТ. Для этого, выразив из (2.1) y' , с учетом (2.4) и (2.7) получим: $y_{b+}'' = 1 / y_b > 0$. Итак, y' при удалении от точки b_+ вправо растет. Поскольку $y' = 1$, то в результате нарушается неравенство (2.3). Следовательно, искомая образующая не содержит ПТ. Для заостренной ОГЧ, приравняв нулю коэффициент при Δx_a в (1.5), найдем

$$y_a' = 0 \quad (2.9)$$

Отсюда следует, что постоянная C из (2.2), по крайней мере, для «первого» УДЭ ad (точки b теперь нет!) равна нулю, а его уравнение (2.2) принимает вид

$$\lambda y - \frac{2y^3}{(1+y^2)^2} = 0 \quad (2.10)$$

Пусть теперь ОГЧ содержит ВТ. Тогда из уравнения (2.10), справедливого в d_- и уже использовавшегося при выводе (2.8) условия, получающегося при приравнивании нулю в (1.5) коэффициента при Δx_d , следует, что (2.10) справедливо и справа от ВТ, в том числе, в точке u_+ . В силу (2.4) это, однако, дает разные значения постоянной λ , чем и доказывается невозможность ВТ. Наконец, из (2.10) и (2.5) следует отсутствие в ОГЧ концевой цилиндра.

Итак, согласно выполненному анализу искомая ОГЧ не содержит ни ПТ, ни ВТ, ни КЦ, а ее заостренный УДЭ удовлетворяет условию (2.3): $y' \leq 1$, более жесткому, чем использованное в [3] условие Лежандра: $y' \leq \sqrt{3}$. Следовательно, установлена неоптимальность построенных в [3] затупленных головных частей и остроконечных контуров, на концевых участках которых $y' > 1$. Это, казалось бы, еще более обостряет проблему, так как теперь отсутствие ОГЧ выявлено даже для большего, чем в [3] диапазона значений ω .

На самом деле, однако, выше не была исследована еще одна возможность расположения торца: при $x = 0$, т. е. ОГЧ, состоящая из «концевого торца» (КТ) и высовывающего из него острия (фиг. 1, г). Выражение

для $\delta\chi$ в случае такой головной части получается, если в (1.5) опустить слагаемые с индексами b и h и интеграл по горизонтальному участку и положить $y_{u+} = 0$, $y_{u+} = y_f = 1$. Учтя затем произвольность вариаций δy на ad и Δy_d , вновь придем к уравнению (2.10), определяющему форму оптимального острия ad , и к условию (2.4): $y_{d-} = 1$ в его концевой точке. Оставшиеся после этого слагаемые в (1.5), связанные с Δx_d и $\delta x'$ на df , после применения к интегралу по КТ интегрирования по частям удобно представить в форме

$$\delta\chi = -\frac{y_d^\nu}{2} \Delta x_d - \lambda (1 + \nu) \int_{\perp} y^\nu \delta x dy$$

Поскольку в силу (2.10) $\lambda > 0$, то отсюда следует, что при любом допустимом варьировании КТ, когда $\Delta x_d \leq 0$ и $\delta x \leq 0$ на df , вариация $\delta\chi \geq 0$ и следовательно построенная конфигурация оптимальна.

3. Решение уравнения (2.10) можно получить в параметрической форме. Для этого, взяв в качестве параметра $q \equiv y'$ и учтя, что согласно (2.4) и (2.10) $\lambda = 1 / (2y_d)$, перепишем (2.10) в виде

$$y^\circ \equiv \frac{y}{y_d} = y^\circ(q) \equiv \frac{4q^3}{(1+q^2)^2} \quad (3.1)$$

Отсюда для $x^\circ \equiv x / y_d$ имеем

$$\frac{dx^\circ}{dq} = \frac{dx^\circ}{dy^\circ} \frac{dy^\circ}{dq} = \frac{1}{q} \frac{d}{dq} \left[\frac{4q^3}{(1+q^2)^2} \right]$$

Проинтегрировав это уравнение от точки d , где $q = 1$, а $x^\circ = 0$, до произвольного неотрицательного $q < 1$, найдем

$$x^\circ = x^\circ(q) \equiv 2 \frac{q^2 - 1}{(1+q^2)^2} \quad (3.2)$$

Уравнения (3.1) и (3.2), в которых согласно (2.4) и (2.9) $0 \leq q \leq 1$, дают искомое параметрическое представление оптимального острия. В силу (3.2): $x_a^\circ \equiv x^\circ(0) = -2$, т. е. длина такого острия равна $2y_d$. В уравнения (3.1) и (3.2) не входят ν и y_d . Следовательно, форма оптимального острия одинакова в плоском и осесимметричном случаях и, кроме того, в переменных x° и y° универсальна (не зависит от величины $y_d \leq 1$). Зависимость $y^\circ = y^\circ(x^\circ)$, построенная по формулам (3.1), и (3.2), приведена на фиг. 2.

Выражения для ω и χ ОГЧ, состоящих из торца и выступающего из него острия, согласно (1.4), (3.1) и (3.2) имеют вид

$$\omega = \begin{cases} \left(\frac{1}{3} + \frac{\pi}{8} \right) y_d^2 & \text{при } \nu = 0 \\ (13/30) y_d^3 & \text{при } \nu = 1 \end{cases} \quad (3.3)$$

$$\chi = \begin{cases} 1 - \left(\frac{1}{3} + \frac{\pi}{8} \right) y_d = 1 - \sqrt{\left(\frac{1}{3} + \frac{\pi}{8} \right) \omega} & \text{при } \nu = 0 \\ \frac{1}{2} - \frac{13}{40} y_d^2 = \frac{1}{2} - \frac{13}{40} \left(\frac{30}{13} \omega \right)^{2/3} & \text{при } \nu = 1 \end{cases}$$

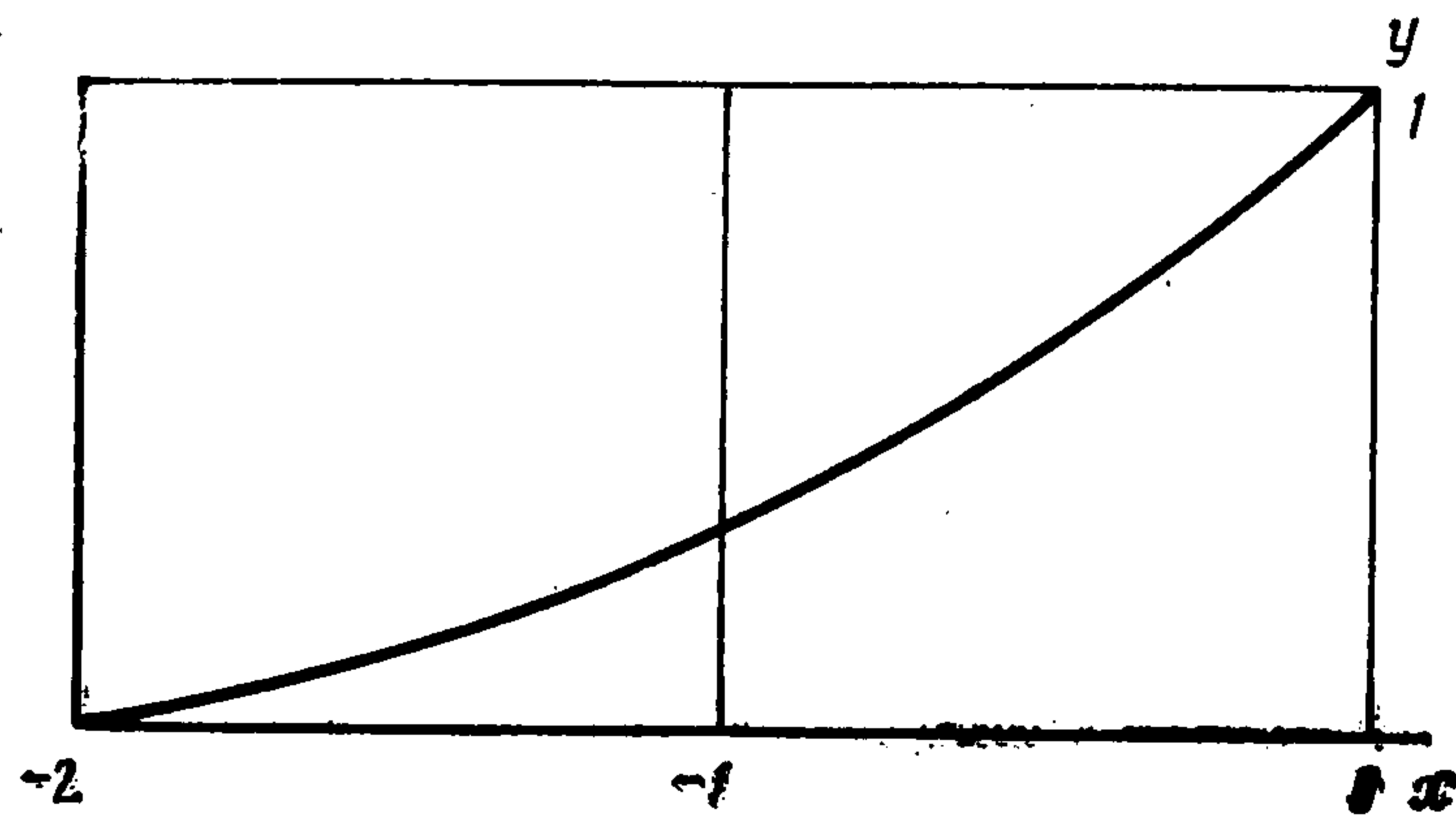
Здесь вторые равенства для χ получены в результате замены y_d на ω из выражений для ω .

Формулы (3.3) справедливы до тех пор, пока y_d не достигнет своего «предельного» значения $y_d = 1$, т. е. для

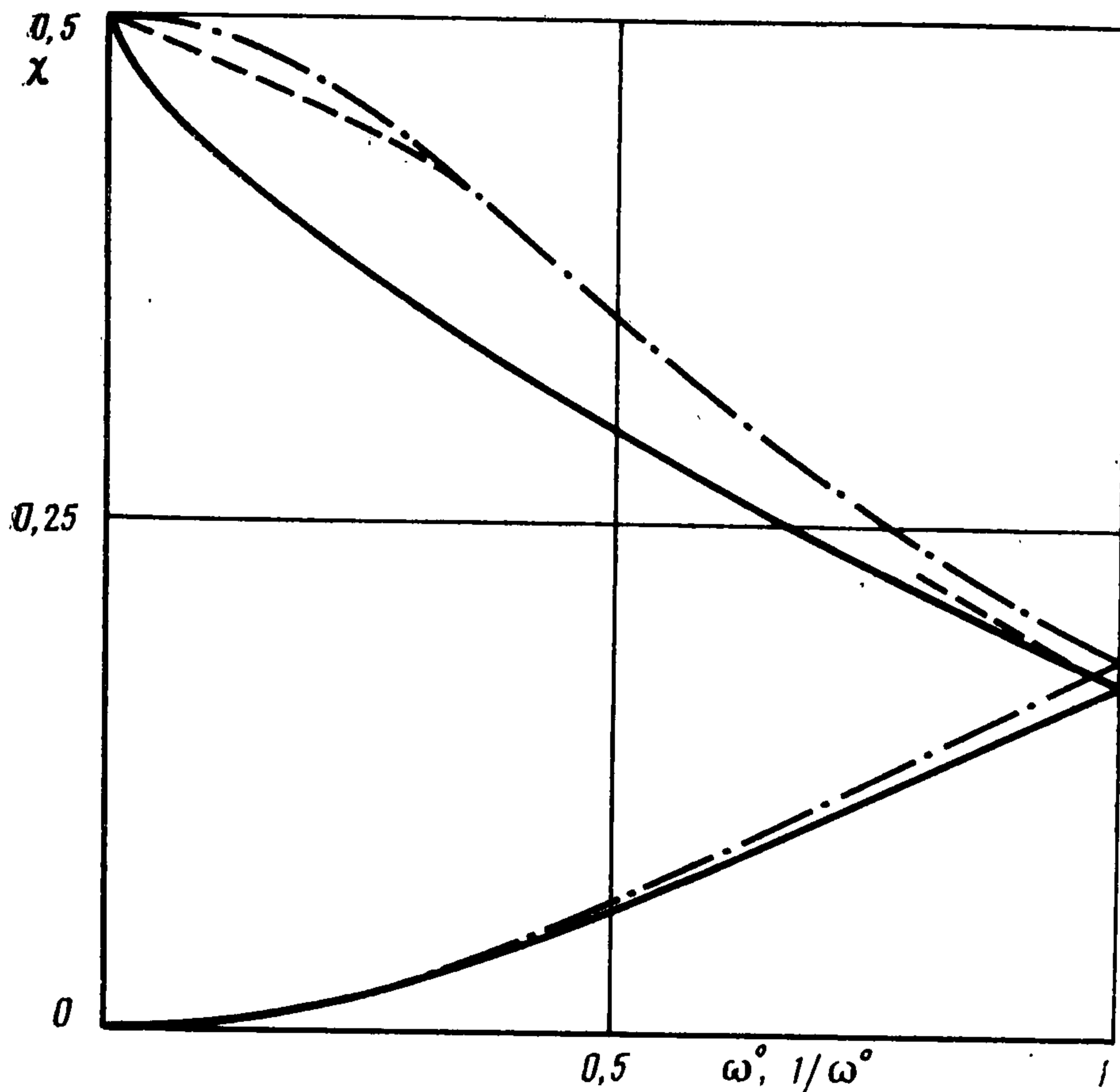
$$\begin{aligned} 0 \leq \omega \leq 1/3 + \pi/8 \simeq 0,726 & \text{ при } \nu = 0 \\ 0 \leq \omega \leq 13/30 \simeq 0,433 & \text{ при } \nu = 1 \end{aligned} \quad (3.4)$$

Заметим кстати, что для головных частей с прямолинейной образующей (клин или конус) с полууглом при вершине $\alpha = 45^\circ$ значения $\omega = 1 / [2(1 + \nu)]$, т. е. $\omega = 0,5$ и $0,25$ соответственно при $\nu = 0$ и $\nu = 1$. При произвольных α для таких тел

$$\omega = \frac{1}{(2 + \nu) \operatorname{tg} \alpha}, \quad \chi = \frac{\operatorname{tg}^2 \alpha}{(1 + \nu)(1 + \operatorname{tg}^2 \alpha)} = \frac{1}{(1 + \nu)[1 + (2 + \nu)^2 \omega^2]} \quad (3.5)$$



Фиг. 2



Фиг. 3

где $\operatorname{tg} \alpha$ может принимать значения из диапазона: $0 \leq \operatorname{tg} \alpha \leq \infty$. При этом $\alpha = \pi/2$, $\operatorname{tg} \alpha = \infty$, $\omega = 0$ и $\chi = 1 / (1 + \nu)$ отвечают торцу, а $\alpha = \operatorname{tg} \alpha = \chi = 0$ и $\omega = \infty$ — бесконечно длинному острию с прямолинейной образующей.

Для ω , превосходящих предельные значения из (3.4), оптимальны вогнутые остроконечные тела, контуры которых, начинаясь на оси x , где $q_a \equiv y_a = 0$, приходят в точку f с $x_f = 0$, $y_f = 1$ и $q_f < 1$. Параметрическое представление этих тел получается так же, как (3.1) и (3.2), и имеет вид

$$y = \frac{2q^3}{\lambda(1+q^2)^2}, \quad x = \frac{1}{\lambda} \left[\frac{q^2-1}{(1+q^2)^2} - \frac{q_f^2-1}{(1+q_f^2)^2} \right] \quad (3.6)$$

$$\lambda = 2q_f^3 / (1+q_f^2)^2, \quad 0 \leq q \leq q_f < 1$$

Естественно, что при $q_f = 1$ и $y_d = 1$ эти формулы переходят в (3.1) и (3.2). Более того, можно показать, что ОГЧ (3.6) представляют собой «масштабированные» концевые части острия, изображенного на фиг. 2. С учетом отличий в выборе переменных формулы (3.6) эквивалентны полученным для остроконечных головных частей в [3]. Принципиальное отличие при этом состоит, однако, в том, что согласно [3] такие головные части оптимальны в более широком диапазоне $q_f \leq \sqrt{3}$. Интегральные характеристики ω и χ этих тел даются формулами

$$\omega = \frac{45 + 6q_f^2 + q_f^4}{120q_f}, \quad \chi = \frac{15 - q_f^2}{40(1+q_f^2)} q_f^2, \quad 0 \leq q_f \leq 1 \quad (3.7)$$

которые тождественны полученным в [3] (с оговоркой о выборе обозначений и о предельной величине q_f).

Кривые $\chi = \chi(\omega)$ и $\chi = \chi(\omega^{-1})$ построенных выше осесимметричных ОГЧ, головных частей, «оптимальных» для $\nu = 1$ по [3], и конусов, рассчитанные по (3.3), (3.5)

и (3.6), приведены на фиг. 3. На этой фигуре для охвата всего диапазона изменения ω нарисованы две зависимости: «верхние» кривые $\chi = \chi(\omega)$ для $0 \leq \omega \leq 13/30$ и «нижние» кривые, приходящие в начало координат, $\chi = \chi(\omega^{-1})$ для $13/30 \leq \omega \leq \infty$. Сплошные линии отвечают ОГЧ данной работы, штриховые — работы [3] (эти линии имеют «разрыв» для тех значений ω , для которых в [3] не удалось построить решение) и, наконец, штрих-пунктирные — конусам. По оси абсцисс отложены одновременно $\omega^\circ = \omega / (13/30)$ и $(\omega^\circ)^{-1}$. При $\omega^\circ > 1$, т. е. $(\omega^\circ)^{-1} < 1$ «нижние» сплошные и штриховые кривые совпадают.

Подчеркнем, что полученные выше решения построены в приближении закона сопротивления Ньютона, который, как известно [4], для выпуклых тел «работает» значительно лучше, чем для вогнутых. Особенно больших погрешностей при его применении следует ожидать для тел с «внутренними положительными» изломами типа излома в точке d у конфигураций с задним торцем. Первый путь обеспечения лучшего приближения к действительности состоит во введении дополнительного ограничения на радиус кривизны рассматриваемых контуров: $R \geq r$ с заданной константой $r > 0$. При этом излом в точке d заменится скруглением радиуса r . Возможен и другой путь, при котором в «положительных» изломах вводятся сосредоточенные силы. Вопрос о модификации решения в рамках такого подхода требует дополнительного анализа.

Автор благодарит О. А. Гильман, обратившую его внимание на данную проблему, а Н. И. Тилляеву и В. А. Вострецову — за помощь в работе.

ЛИТЕРАТУРА

1. Теория оптимальных аэродинамических форм / Под ред. Миеле А. М.: Мир, 1969. 507 с.
2. Крайко А. Н. Вариационные задачи газовой динамики. М.: Наука, 1979. 447 с.
3. Эггерс А. Нетонкие тела вращения минимального волнового сопротивления // Теория оптимальных аэродинамических форм. М.: Мир, 1969. С. 260—274.
4. Черный Г. Г. Течения газа с большой сверхзвуковой скоростью. М.: Физматгиз, 1959. 220 с.

Москва

Поступила в редакцию
21.VI.1990