УДК 539.375

В. В. Кобелев

ФРАГМЕНТАЦИЯ КОМПОЗИЦИОННОГО МАТЕРИАЛА И ДРОБЛЕНИЕ ВОЛОКОН ПРИ ДИНАМИЧЕСКОМ НАГРУЖЕНИИ

Предлагается несложная модель, качественно описывающая явление динамического разрушения волокнистого композиционного материала. Модель основана на рассмотрении законов сохранения энергии и импульса при дроблении материала. Выводится зависимость размеров фрагментов от их формы, скорости деформации, плотности и энергии образования новых поверхностей. Под фрагментами понимаются части тела образовавшиеся в процессе разрушения. Фрагменты волокон композита называются осколками. Приводится сравнение с экспериментальными данными.

Отметим ряд работ по фрагментации материалов, в которых вводились гипотезы о локальном сохранении энергии и импульса. Одними из первых работ, в которых для представления размеров фрагментов использовался закон сохранения энергии, были статьи [1, 2]; принималось, что вся кинетическая энергия материала переходит в энергию образования новых поверхностей при разрушении. Это предположение приводит к существенному занижению размеров фрагментов, поскольку не учитывалась доля кинетической энергии, уносимая разлетающимися осколками. Предлагались [3, 4] различные модели, учитывающие снижение доли кинетической энергии, переходящей в кинетическую энергию фрагментов; учитывалось также, что фрагментация и распространение трещин происходят за конечное время. Рассматривалась [5] задача о хрупкой фрагментации при однородном всестороннем расширении неограниченного объема и экспериментально обнаружено, что при разрушении материала на образование новых поверхностей уходит энергия, равная разности кинетической энергии тела до фрагментации и энергии фрагментов. Приведены [6, 7] экспериментальные подтверждения этой гипотезы и показано, что доля энергии, запасаемая при упругом деформировании, относительно мала.

Специфические особенности поведения композиционных материалов при интенсивных нагрузках, изучались, начиная с работ [8—12]. Установлено, что основным фактором, снижающим прочность композита в зоне интенсивного воздействия, является фрагментация волокон, приводящая к тому, что волокна дробятся на осколки размерами, сравнимыми с критической длиной [13]. Ниже для описания процесса дробления волокон и фрагментации композиционного материала полагается гипотеза о балансе энергии при разрушении. Выводятся уравнения движения фрагментированного материала. Устанавливается зависимость размеров фрагментов от их формы и поля скоростей деформации.

1. Локальные зоны сохранения энергии и импульса. Сформулируем основные гипотезы и выведем уравнения, описывающие процесс разрыва инерционными силами сплошного тела. Представим себе сплошное тело, частицы которого двигаются с большими скоростями. Поле скоростей частиц неоднородно и подчинено уравнению неразрывности. В некоторых областях тела могут возникать зоны со значительными растягивающими напряжениями. Силы сцепления между отдельными частицами тела блокируют процесс разрушения, и поэтому фрагменты, образовавшиеся после разрыва тела, имеют конечные размеры.

Оценка сверху величины характерного размера фрагментов может быть получена следующим образом [1, 2]. Предполагается, что вся кинетическая энергия тела тратится на образование новых поверхностей. Можно показать, что это предположение приводит к обратной пропорциональной зависимости размеров осколков от скоростей деформаций.

Определим теперь зависимость размеров фрагментов от скорости, оценивая долю энергии, уносимой фрагментами после разрыва тела. Допустим, что некоторое сплошное тело Ω распадается на множество достаточно малых фрагментов. Обозначим некоторый типичный осколок через ω, а его поверхность после фрагментации через Γ. В момент времени, непосредственно предшествующий фрагментации, фрагмент ω принадлежал сплошному телу. Следуя [14], выпишем законы сохранения энергии и импульса осколка в виде интегральных тождеств. Обозначим через $\omega \times T$ четырехмерный объем, описывающий движение фрагмента ω в пространстве (X_1, X_2, X_3, t), где X_1, X_2, X_3 = пространственные координаты, а t — время. Закон сохранения импульса для произвольного четырехмерного объема имеет вид

$$\iiint\limits_{\partial(\omega\times T)} \rho u_i dX_1 dX_2 dX_3 + (\rho u_i u_1 - \sigma_{i1})\, dX_2 dX_3 dt + (\rho u_i u_2 - \sigma_{i2})\, dX_3 dX_1 dt + $$
$$+ (\rho u_i u_3 - \sigma_{i3})\, dX_1 dX_2 dt = 0 \quad (1.1)$$

где ρ — плотность материала, $\partial(\omega \times T)$ — поверхность четырехмерного объема, $u_i = u_i(X_1, X_2, X_3, t)$ — компоненты вектора скорости фрагментов, σ_{ij} — компоненты тензора напряжений. Латинские индексы принимают значения 1, 2, 3, по дважды повторяющимся индексам производится суммирование от 1 до 3.

Пусть R_0 — радиус-вектор центра масс фрагмента в момент, предшествующий разрушению, U_i — компоненты скорости центра масс фрагмента. Компоненты вектора скорости u_i в точке с радиус-вектором R, принадлежащей фрагменту ω, могут быть представлены в виде ряда Тейлора:

$$u_i(R) = U_i(R_0) + x_i e_{ij}^{\cdot}(R_0) + \ldots \quad (1.2)$$

где x_i — компоненты вектора $r = R - R_0$; $e_{ij}^{\cdot} = {}^1/_2\,(u_{i,j} + u_{i,j})$ — компоненты тензора скоростей деформаций.

Подставим (1.2) в интегральное тождество (1.1) и используем теорему Гаусса—Остроградского:

$$\iiiint\limits_{\omega\times T} \left[\frac{\partial}{\partial t}(\rho u_i) + \frac{\partial}{\partial x_j}(\rho u_i u_j - \sigma_{ij})\right] dt\, dx_1\, dx_2\, dx_3 =$$
$$= \iiiint\limits_{\omega\times T} \left[\frac{\partial}{\partial t}(\rho U_i) + \frac{\partial}{\partial t}(\rho e_{ij}^{\cdot} x_j) + \frac{\partial}{\partial x_j}(\rho U_i U_j + \rho U_i e_{ij}^{\cdot} x_j + \rho e_{il}^{\cdot} e_{jk}^{\cdot} x_l x_k - \sigma_{ij}) + \right.$$
$$\left. + o(x_i x_j)\right] dt\, dx_1\, dx_2\, dx_3, \quad (dt\, dX_1\, dX_2\, dX_3 = dt\, dx_1\, dx_2\, dx_3) \quad (1.3)$$

($o(x_i x_j)$ — члены, содержащие произведения компонент векторов x_i третьего и более высокого порядка малости). Поскольку фрагменты считаются достаточно малыми, этими членами будем пренебрегать. Члены, содержащие линейные формы x_i, равны нулю: $\iiiint\limits_{\omega\times T} \rho x_i dx_1 dx_2 dx_3 dt = 0$, поскольку U_i — компоненты вектора скорости центров масс фрагментов. Считая ρ постоянной величиной, из (1.3) получаем:

$$\rho \frac{\partial U_i}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_j}(\rho U_i U_j + s_{ij} - \sigma_{ij}) = 0$$
$$s_{ij} = \rho I_{lk} e_{il}^{\cdot} e_{jk}^{\cdot}/m, \quad I_{ij} = \iiint\limits_{\omega} \rho x_i x_j dx_1\, dx_2\, dx_3 \quad (1.4)$$
$$m = \iiint\limits_{\omega} \rho dx_1\, dx_2\, dx_3$$

Величина m — масса фрагмента, I_{ij} — компоненты тензора моментов инерции фрагмента, s_{ij} — тензор напряжений, возникающих внутри фрагмента и обусловленных наличием сил инерции.

Закон сохранения энергии для произвольного четырехмерного объема в отсутствие массовых сил, внутренних источников тепла и теплопередачи имеет вид [14]

$$\iiiint\limits_{\omega\times T} \left\{\frac{\partial}{\partial t}\left[\rho\left(E + \frac{1}{2}u_i u_i\right)\frac{\partial}{\partial x_j}\right]\left[\rho u_j\left(E + \frac{1}{2}u_i u_i\right) - u_k \sigma_{kj}\right]\right\} dx_1\, dx_2\, dx_3\, dt = 0 \quad (1.5)$$

где E — внутренняя энергия, приходящаяся на единицу массы.

Подставляя ряд (1.2) в тождество (1.5) и используя уравнение импульсов (1.4) и уравнение неразрывности $\partial U_j/\partial x_j = 0$, получим

$$\frac{d}{dt}\left(\rho E + \frac{1}{2}s_{ii}\right) = (\sigma_{ij} - s_{ij})\frac{\partial U_i}{\partial x_j} \quad (1.6)$$
$$d/dt = \partial/\partial t + U_j \partial/\partial x_j$$

Левая часть этого выражения — скорость приращения суммы внутренней и кинетической энергии на единицу объема у фиксированного фрагмента, правая часть — сумма мощности внутренних поверхностных сил и сил инерции. Изменение внутренней энергии при фрагментации связывается обычно с образованием новых поверхностей. Иными словами, доля кинетической энергии ${}^1/_2 s_{ii}$ становится доступной для преобразования в энергию образования новых поверхностей.

Рассмотрим сначала случай изотропного материала. Увеличение внутренней энергии при образовании фрагмента ω с площадью поверхности S равно γS, где γ — поверхностная энергия. Изменение внутренней энергии E, отнесенной к массе фрагмента m, равно $\Delta E = -\gamma S/m$. Предположим теперь, что фрагментация происходит мгновенно. В этом случае вклад работы внутренних сил и сил инерции пренебрежимо мал и изменение суммы внутренней и кинетической энергии при фрагментации остается постоянным:
откуда

$$\gamma S = \frac{1}{2} I_{lk} e_{il}{}^{\cdot} e_{ik}{}^{\cdot} \tag{1.7}$$

Для анизотропных материалов поверхностная энергия разрушения зависит от ориентации поверхности. Рассмотрим случай ортотропного тела. В ортотропном теле энергии образования новых поверхностей с нормалями, симметричными относительно плоскостей симметрии, совпадают. Пусть внутри тела образовалась малая новая поверхность, площадь которой dS. Поверхностная энергия зависит от ориентации вектора единичной нормали к поверхности n относительно тройки векторов нормалей к плоскостям симметрии i_1, i_2, i_3 и пропорциональна площади dS:

$$dE = \gamma\,(\alpha_k)\, dS, \quad \alpha_k = n \cdot i_k \tag{1.8}$$

(α_k — компоненты вектора n в базисе i_1, i_2, i_3, а $\gamma\,(\alpha_k)$ — определенная функция). Таким образом, равенство, выражающее постоянство суммы поверхностной и кинетической энергии, приводится к виду:

$$\int\limits_S \gamma\,(\alpha_k)\, dS = \frac{1}{2} I_{lk} e_{ik}{}^{\cdot} e_{il}{}^{\cdot} \tag{1.9}$$

2. Размеры и формы фрагментов. Первым применением выведенных в разд. I формул будет определение размеров фрагментов в случае изотропного деформирования.

Рассмотрим тонкостенную сферу толщины h, к внутренней поверхности которой в некоторый момент времени прикладывается давление. Пусть скорости частиц в радиальном направлении становятся равными V. В сферической системе координат компоненты скорости деформации равны $e_\theta{}^{\cdot} = e_\varphi{}^{\cdot} = V / R$. Пусть сфера разрушается с образованием ряда фрагментов правильной формы. Если фрагменты имеют форму сферических сегментов, то для них $I_{\varphi\varphi} = I_{\theta\theta} = \pi L^4 h / 32$, $S = \pi L h$, где L — диаметр сегмента. Подставляя эти выражения в (1.7) и разрешая относительно диаметра L, имеем

$$L = c\,(\gamma R^2 / (\rho V^2))^{1/3} \tag{2.1}$$

$$c = 16^{1/3} \approx 2{,}51 \ldots .$$

Заметим, что если принять форму фрагментов квадратной, то длина стороны квадрата определится по формуле (2.1), в которой следует положить $c = 12^{1/3} \approx 2{,}28 \ldots$

Итак, выведенные зависимости позволяют определить характерные размеры фрагментов, если материал деформируется изотропно. Если же скорость деформации зависит от направления, ожидать образования фрагментов правильной формы не приходится. Соотношений же (1.7)—(1.9) для определения как размеров, так и формы фрагментов недостаточно.

Изучим вопрос о фрагментации тонкой пластины при анизотропном деформировании. Пусть $\varepsilon_x{}^{\cdot}$ и $\varepsilon_y{}^{\cdot}$ — главные скорости деформации, а их направления совпадают с осями x и y прямоугольной системы координат. Допустим, что если после фрагментации пластина распадается на ряд одинаковых прямоугольных фрагментов. Направления сторон прямоугольников совпадают с направлениями главных скоростей деформаций, а размеры сторон по осям x и y равны соответственно a и b. Толщину пластины примем равной h. Площадь образовавшейся поверхности фрагмента равна $S = 2\,(a + b)\,h$, а моменты инерции осколка вдоль осей x и y равна $I_{xx} = ha^3b / 12$, $I_{yy} = hab^3 / 12$. Подставляя эти величины в соотношение (1.7) и разрешая полученное уравнение относительно площади поверхности S, получим

$$S = h\left[\frac{96\gamma\,(1+\chi)^4}{\rho\varepsilon_x{}^{\cdot 2}(\chi^3 + \lambda\chi)}\right]^{1/3}, \quad \lambda = \left(\frac{\varepsilon_x{}^{\cdot}}{\varepsilon_y{}^{\cdot}}\right)^2, \quad \chi = \frac{a}{b} \tag{2.2}$$

Видно, что поверхностная энергия γS зависит от соотношения сторон прямоугольников χ. Поскольку сумма поверхностной и кинетической энергий фрагментов равна кинетической энергии тела до фрагментации, то отношение кинетической энергии тела фрагментов к кинетической энергии тела до фрагментации зависит от отношения сторон χ. Из (2.2) следует, что при фрагментации могут появиться фрагменты с произвольными соотношениями сторон; таким образом, одни только законы сохранения энергии и импульса не дают возможности однозначно определить форму фрагментов.

Физически непротиворечивые результаты можно получить, привлекая дополнительные гипотезы. А именно предположим, что формы образующихся фрагментов таковы, что их кинетическая энергия, рассматриваемая как функционал формы, максимальна. Доля энергии образования новых поверхностей при этом достигает минимума.

Применительно к рассматриваемой задаче это предположение сводится к нахождению минимума функции $S(\chi)$. Можно показать, что он достигается при отношении сторон $\chi^* = (\lambda - 1)^{1/3}[(\sqrt{\lambda} - 1)^{1/3} - (\sqrt{\lambda} + 1)^{1/3}] + 1$. При изменении λ от 0 до ∞ величина χ^* монотонно падает от 3 до $1/3$. Таким образом, если деформация близка к одноосной ($\lambda \to 0$ или $\lambda \to \infty$), то размер фрагмента в направлении оси деформирования втрое превышает размер вдоль оси, в направлении которой скорость деформации равна нулю. В случае, если тело испытывает одноосное деформирование вдоль оси x со скоростью деформации $\varepsilon^{\cdot}$, то площади образовавшейся поверхности фрагментов вычисляются по формуле (12), в которой следует положить $\chi = 3$, $\lambda = 0$. Используя соотношение $b = \chi a = S / [2h(1 + \chi)]$, находим

$$a = 3c\left(\frac{\gamma}{\rho\varepsilon_2^{\cdot}}\right)^{1/3}, \quad b = c\left(\frac{\gamma}{\rho\varepsilon_2^{\cdot}}\right)^{1/3}, \quad c = \left(\frac{16}{9}\right)^{1/3} \approx 1{,}21\ldots.$$

Аналогичные результаты получаются и в других случаях, если считать, что образуются фрагменты правильных форм (например, шестиугольные или эллиптические).

3. Дробление волокон композиционного материала при высокоскоростном нагружении. Применим выведенные выше зависимости для описания процесса дробления волокон композиционного материала при высокоскоростном нагружении. В экспериментах по ударному нагружению бороалюминиевого композита установлено, то разрывы волокон и расслоение матрицы происходят независимо, а именно разрывы волокон возникают при прохождении ударной волны сжатия и сопровождаются в дальнейшем расслоением матрицы. Показано [10] что именно разрывы волокон в наибольшей степени влияют на снижение прочности композитов при действии интенсивных нагрузок.

Проведем сравнение размеров осколков волокон, определенных по формуле (1.7) и полученных в эксперименте [10]. В серии опытов бороалюминиевые образцы подвергались воздействию пластины из майлара толщиной $2{,}54 \cdot 10^{-4}$ м, таким образом, что длительность импульса составляла $0{,}2 \cdot 10^{-6}$ с. Задняя поверхность образцов опиралась на массивную плиту из алюминия, что обеспечивало прохождение волны сжатия без отражения от торцевой поверхности. Образцы представляли собой пакет ортогонально уложенных монослоев. Последние были образованы непрерывными волокнами толщиной $d = 1{,}09 \cdot 10^{-4}$ м. Борные волокна характеризовались следующими значениями физических постоянных: плотность $\rho = 2{,}58 \cdot 10^3$ кг/м³, поверхностная энергия $\gamma = 50$ Дж/м², модуль Юнга $E = 4{,}21 \cdot 10^{11}$ Па, продольная скорость звука $c = 12{,}1 \cdot 10^3$ м/с. Приведены также [10] следующие данные эксперимента: максимальное давление в ударной волне $p_{\max}$ и скорость движения ударника U.

Предлагается следующая методика вычисления размеров осколков. По экспериментальным данным о максимальном давлении в волне вычисляется максимальная деформация $e_{\max} = p_{\max}/E$. Деформация возрастает от нуля до максимального значения $e_{\max}$ за время по порядку величины, равное времени прохождения ударной волны через поперечное сечение волокна $\tau = d/c = 0{,}82 \cdot 10^{-8}$ с. Отсюда получается оценка

U, км/с	$p_{\max} \times 10^{-8}$ Па	$\varepsilon^{\cdot} \times 10^{-7}$	$L \times 10^4$, м	
			Теория	Эксперимент
0,73	52	0,063	1,05	—
1,39	52	0,15	0,59	0,88±0,4
2,40	115	0,33	0,35	—
0,69	23	0,066	1,02	—
1,20	43	0,124	0,67	—
2,40	113	0,327	0,35	0,73±0,4

для скорости деформации $\varepsilon^{\cdot} = e_{max}/\tau$. Использование формулы (1.8) дает для размера осколка волокна оценку

$$L = \left(\frac{24\gamma\tau^2E^2}{\rho p_{max}^2}\right)^{1/3} \tag{3.1}$$

В таблице приведены экспериментальные данные и рассчитанные по этим данным размеры осколков.

Формула (3.1) предсказывает несколько заниженные размеры осколков по сравнению с наблюдаемыми в эксперименте. Можно предположить, что это связано с существованием других механизмов диссипации кинетической энергии, например: с вязкоупругим деформированием, пластическим течением матрицы, поглощением энергии при разрушении связи волокно — матрица.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Bergstrom B. H., Sollenberger C. L., Will Mitchel Jr.* Energy aspects of single particle crushing. // Trans. ASME, 1961. V. 220. P. 367—372.
2. *Charles R. J.* Energy-size reduction relationships in communition. // Trans. AIME, 1957. V. 208. P. 80—88.
3. *Weimer R. J., Rogers H. C.* Dynamic fracture phenomena in highstrength steels. // J. Appl. Phys., 1979. V. 50. No 12. P. 8025—8030.
4. *Grady D. E., Kipp M. E.* Continuum modelling of explosive fracture in oil shale. // Intern. J. Rock. Mech. and Mining Sci. and Geomech. Abstr. 1980, V. 17. No. 8. P. 147—157.
5. *Glenn D. E.* Local inertial effects in dynamic fragmentation. // J. Appl. Phys. 1982. V. 53. No. 1. P. 322—325.
6. *Glenn L. A., Chudnovsky A.* Strain-energy effects on dynamic fragmentation. // J. Appl. Phys. 1986. V. 59. No. 4. P. 1379—1380.
7. *Glenn L. A., Gommerstadt B. Y., Chudnovsky A.* A fracture mechanics model of fragmentation. // J. Appl. Phys. 1986. V. 60. No 3. P. 1224—1226.
8. *Schuster D. M., Reed R. P.* Fracture behavior of shock-loaded boron-aluminium composite materials. // J. Composite Materials. 1962. V. 3. Juli. P. 562—576.
9. *Fleck J., Labor D., Leonard R.* Explosive welding of composite materials. // J. Composite Materials. 1969. V. 3. Oct. P. 699—701.
10. *Reed R. P., Schuster D. M.* Filament fracture and postimpact strendgth of boron-aluminium composites. // J. Composite Materials. 1970. V. 4. Oct. P. 514—525.
11. *Ting T. C.* Dynamic response of composites. // Appl. Mech. Rev. 1980. V. 33. No 12. P. 1629—1635.
12. *Sih G. C.* Dynamics of composites with cracks. // Failure Mechanics of composites / Eds. G. C. Sih and A. M. Skudra. Amsterdam: North Holland. 1985. P. 127—176.
13. *Купер Дж., Пиготт М.* Растрескивание и разрушение композитов. Механика разрушения. Разрушение материалов. / Ред. Д. Тэплин. М.: Мир, 1979. С. 165—215.
14. *Годунов С. К.* Элементы механики сплошной среды. М.: Наука, 1978. 303 с.

Москва

Поступила в редакцию 2.IX.1988