5. Обозначим $\sigma_0(t) \equiv \sigma(t, 0)$. Тогда из (4.1), (4.5) следует, что

$$\sigma_0(t) = b \circ g^{-1}(-v_0(t)) - v_0'(t)(t - \bar{t}) \times \sqrt{\rho b' \circ g^{-1}(-v_0(t))}, \ t > t_m \tag{5.1}$$

в то время как в силу (4.3)

$$\sigma_0(t) = b \circ g^{-1}(-v_0(t)), \ t < t_m \tag{5.2}$$

Из двух последних формул видно, что для функции $v_0(t)$, удовлетворяющей сформулированным в разд. 1 условиям, функция $-\sigma_0(t)$ оказывается неотрицательной, монотонно возрастающей на $(0, t_m)$ и монотонно убывающей на (t_m, T). Полученный результат согласуется с выводом о том, что фронт разгрузки выходит из точки t_m оси t.

Замечание. Формула (4.4) дает выражение для величины напряжения на фронте $\sigma = \sigma(t, \varphi(t))$ через граничное значение скорости $v_0(t)$. Разрешая уравнение (4.4) относительно $v_0(t)$ и исключая $v_0(t)$ из (5.1), можно получить обыкновенное дифференциальное уравнение, связывающее $\sigma = \sigma(t, \varphi(t))$ и $\sigma_0(t)$:

$$d\sigma/dt = (\sigma_0(t) - \sigma)/(t - \bar{t}) \tag{5.3}$$

В этой формуле следует считать $\bar{t} = \bar{t}(\sigma)$, поскольку напряжение в простой волне постоянно на характеристике, соединяющей точки $(\bar{t}, 0)$ и $(t, \varphi(t))$. (Действительно, при каждом $t > t_m$ по построению точки $\bar{t}$ имеем $v(t, \varphi(t)) = v_0(\bar{t})$, но отсюда вытекает, что $\sigma(t, \varphi(t)) = \sigma_0(t)$, откуда и следует сделанное утверждение.) Прямой вывод уравнения (5.3) был дан в [1], где было показано также, что это уравнение интегрируется в квадратурах, и получено функциональное соотношение, связывающее $\sigma = \sigma(t, \varphi(t))$, $\sigma_0(t)$ и t.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Зволинский Н. В., Шхинек К. Н.* Об определении волны разгрузки в одном частном случае // ПММ. Т. 31. Вып. 1. С. 171—175.
2. *Новацкий В. К.* Волновые задачи пластичности. М.: Мир, 1978. 307 с.

Москва

Поступила в редакцию 12.VI.1989

УДК 539.374

Ю. И. Кадашевич, А. Б. Мосолов

О СООТНОШЕНИЯХ ЭНДОХРОННОЙ ТЕОРИИ ПЛАСТИЧНОСТИ С «НОВОЙ» МЕРОЙ ВНУТРЕННЕГО ВРЕМЕНИ

Рассматривается переход от раннего варианта эндохронной теории пластичности (ЭТП) к теории с «новой» мерой внутреннего времени и взаимосвязь последней с теорией течения.

ЭТП первоначально была предложена как теория, в которой не было поверхности текучести (ПТ) [1]. Это существенно отличало ее как от хорошо известных классических теорий пластичности (типа теории течения), так и от многих современных теорий, базирующихся на понятии ПТ. В последнее время, однако, широкое распространение получил вариант ЭТП, основанный на «новой» мере внутреннего времени, в качестве которой фактически используется параметр Одквиста [2—4]. В этом варианте теории ПТ уже присутствует, что можно рассматривать как отказ авторов этого подхода от первоначальной идеи построения аналитического (несингулярного) функционала пластичности для произвольных сложных процессов деформации.

1. Воспользуемся векторным представлением процессов нагружения и деформации. Пусть σ и $\mathbf{e}$ — соответственно векторы напряжений и деформаций [5].

Функционал ЭТП записывается в виде

$$\sigma = \int_0^z J(z - \eta)\, d\mathbf{e}(\eta) \tag{1.1}$$

формально аналогичном функционалу линейной вязкоупругости, только вместо физического времени t для описания истории процессов деформации и нагружения используется новый параметр z, названный внутренним временем [1]. Вообще говоря, внутреннее время z считается функционалом процесса деформации. Предложено несколько возможных определений этой величины. Первоначально считалось, что

$$dz = ds/f(s), \quad ds = |d\mathbf{e}| \tag{1.2}$$

где функция f ($f > 0$) ответственна за эффекты изотропного упрочнения (или разупрочнения) материала и обычно называется функцией упрочнения.

Уточнение первоначального варианта ЭТП велось по нескольким направлениям. Так, в работе [6] предложен альтернативный подход к построению определяющих соотношений ЭТП, основанный на использовании более сложной тензорно-параметрической формы записи функционала пластичности.

Другой путь устранения недостатков первоначального варианта ЭТП сводится [2,3] к замене меры внутреннего времени. А именно, вместо определения (1.2) было предложено использовать в качестве параметра истории процессов деформации и нагружения новую меру внутреннего времени

$$dz = d\xi/f(\xi), \quad d\xi = |d\mathbf{e} - \chi E^{-1} d\sigma| \tag{1.3}$$

где E — модуль упругости, χ — новый дополнительный параметр модели. Физический смысл этого параметра не обсуждался, но считалось, что $\chi \in [0,1]$. Следует отметить, что аналогичное предложение было в неявной форме высказано еще в работе [7], однако отсутствие примеров не позволило выявить достоинства нового подхода. Введение новой меры внутреннего времени позволило значительно улучшить описание экспериментальных данных в рамках ЭТП [8—9][1].

Очень скоро в большинстве работ, посвященных ЭТП, стала использоваться мера (1.3) при $\chi = 1$. В качестве параметра, описывающего историю процесса деформации, таким образом, по-существу был взят параметр Одквиста (пластическая длина дуги). Это привело к необходимости рассматривать сингулярные ядра J и вводить понятие ПТ. Соответственно функционалы ЭТП стали записывать в виде [3]

$$\sigma = \int_0^z J(z-\eta)\, d\mathbf{e}_p(\eta), \quad J(z) = z^{-\alpha} J^{(0)}(z) \tag{1.4}$$

или в виде [4]

$$\sigma = \sigma_0 \frac{d\mathbf{e}_p}{dz} \int_0^z J^{(0)}(z-\eta)\, d\mathbf{e}_p(\eta) \tag{1.5}$$

где $\mathbf{e}_p$ — вектор пластических деформаций, $J^{(0)}$ — несингулярное ядро, σ_0 — предел текучести.

Ниже будет показано, что в теории (1.1), (1.3) при $\chi \to 1$ действительно возникает предельная поверхность, которую можно отождествить с классической ПТ.

Иной путь уточнения недостатков ранних вариантов эндохронной теории был продемонстрирован в работах [6, 10—12], авторы которых, в частности, рекомендуют вводить внутреннее время по формуле

$$dL = |d\mathbf{e} - (E^{-1} - \beta/(\sigma_0 + \beta k))\, d\sigma|$$

где σ_0 — предел текучести, k — коэффициент упрочнения, β — малый параметр.

Можно убедиться, что параметр L близок к параметру Одквиста, но не совпадает с ним. Теория не имеет ПТ. Результаты, полученные в рамках такой теории пластичности, могут заметно отличаться от соответствующих результатов, полученных на основе теории течения. Особенно это относится к циклическим процессам.

2. Будем рассматривать функционал ЭТП в виде (1.1), (1.3) при $\chi = 1$ в предположении, что ядро $J(z)$ — несингулярная достаточно гладкая, например, дважды дифференцируемая по z функция. Поскольку функционал пластичности обязан удовлетворять свойству запаздывания [5], то можно считать, что $J'(z) < 0$ (здесь и далее штрихом будем обозначать производную функцию по соответствующему аргументу).

Дифференцируя соотношение (1.1), запишем функционал ЭТП в виде

$$d\sigma = J_0 d\mathbf{e} + \int_0^z J'(z-\eta)\, d\mathbf{e}(\eta)\, dz, \quad J_0 = J(0) \tag{2.1}$$

[1] Наиболее подробно эти вопросы рассмотрены в работе *Мосолов А. Б.* Эндрохронная теория пластичности: Препринт № 353. М.: Ин-т проблем механики АН СССР, 1988. 44 с.

Отсюда следует, что модуль упругости E нужно отождествить с величиной J_0. Из (2.1) получаем

$$\left| de - \frac{d\sigma}{J_0} \right| = \frac{1}{J_0} \left| \int_0^z J'(z-\eta)\, de(\eta) \right| \left| de - \frac{d\sigma}{J_0} \right| \frac{1}{f(\xi)}$$

Из этого равенства следует, что либо $dz = 0$ и тогда выполняется закон Гука $d\sigma = J_0 de$, либо $dz \neq 0$ и справедливо равенство

$$\left| \int_0^z J'(z-\eta)\, de(\eta) \right| = J_0 f(\xi); \quad z = \int_0^\xi \frac{d\eta}{f(\eta)} = z(\xi), \quad d\xi = \left| de - \frac{d\sigma}{J_0} \right| \tag{2.2}$$

Фактически условие (2.2) уже и определяет предельную поверхность. Исследуем это условие более подробно.

Определим пластические деформации равенством

$$de_p = de - J_0^{-1} d\sigma \tag{2.3}$$

Подставляя (2.3) в (1.1) и интегрируя по частям, имеем

$$-\int_0^z J'(z-\eta)\, \sigma(\eta)\, d\eta = J_0 \int_0^z J(z-\eta)\, de_p(\eta)$$

Продифференцировав это соотношение по z и переходя к пределу $z \to +0$ получим ($J_0' = J'(0)$)

$$\sigma(+0) = -(J_0^2/J_0')\, f(0)\, de_p/d\xi \,|_{\xi \to +0}$$

Полученное соотношение как раз и означает, что в ЭТП при $\chi = 1$ возникла предельная поверхность, начальное положение которой описывается уравнением (напомним, что $J'(z) \leqslant 0$)

$$\sigma_u = \sigma_0, \quad \sigma_0 = -(J_0^2/J_0')\, f(0)$$

Рассмотрим теперь эволюцию предельной поверхности в процессе деформации. Для этого воспользуемся соотношением (2.2). Подставляя в это соотношение величину de_p, определенную равенством (2.3), и выполняя интегрирование по частям получим

$$\left| \int_0^z J'(z-\eta)\, de_p(\eta) + \frac{1}{J_0} \int_0^z J''(z-\eta)\, \sigma(\eta)\, d\eta + \frac{J_0'}{J_c} \sigma(z) \right| = J_0 f(\xi) \tag{2.4}$$

Определим вектор $\mathbf{R}$ равенством

$$\mathbf{R}(z) = -\frac{J_0}{J_0'} \int_0^z J'(z-\eta)\, de_p(\eta) - \frac{1}{J_0'} \int_0^z J''(z-\eta)\, \sigma(\eta)\, d\eta \tag{2.5}$$

Тогда соотношение (2.4) можно представить в виде

$$|\sigma - \mathbf{R}| = -(J_0^2/J_0')\, f(\xi) = \sigma_0(\xi) \tag{2.6}$$

Отсюда заключаем, что предельная поверхность является сферой радиуса $\sigma_0(\xi)$, центр которой смещен в точку $\mathbf{R}$. Функция $f(\xi)$ определяет размеры предельной поверхности и в этом смысле действительно является функцией упрочнения.

Можно проверить, что вектор $\mathbf{R}$ будет тождественно равен нулю только когда $J(z) = Ee^{-\alpha z}$. В этом случае функционал ЭТП удобно записывать в дифференциальном виде, совпадающем с трехчленным законом пластичности [5]: $d\sigma = Ede - \alpha\sigma dz$. Такая модель описывает материал с изотропным упрочнением.

При $\chi = 1$ функционал (1.1) можно записать в виде (1.4), явно учитывающем наличие поверхности текучести. Ядра $J(z)$ и $J_0(z)$ оказываются связанными соотношением

$$J_0(z) + \frac{1}{J_0'} \int_0^z J''(z-\eta)\, J_0(\eta)\, d\eta = -\frac{J_0}{J_0'} J'(z) + \left(\frac{J_0}{J_0'}\right)^2 J''(z)$$

$$\sigma_0 = -J_0^2/J_0'$$

Рассмотрим простой пример, когда ядро J взято в виде

$$J(z) = \mu + Ee^{-\alpha z}$$

Прямыми вычислениями убеждаемся, что в этом случае

$$\sigma_0(\xi) = (E + \mu)^2 f(\xi)/(\alpha E), \quad R = \mu_1 e_p, \quad \mu_1 = \mu(E + \mu)/E$$

Следовательно, при таком ядре получается модель материала с комбинированным трансляционно-изотропным упрочнением. Трансляционное упрочнение линейно, а изотропное описывается функцией $f(\xi)$.

Используя (2.1), (2.6), можно переписать закон пластичности в виде

$$d\mathbf{e}_p = [(\sigma - \mathbf{R})/\sigma_0(\xi)]\, d\xi \tag{2.7}$$

Это равенство справедливо, только если вектор σ лежит на предельной поверхности. Обычные в теории пластичности условия согласования приводят к соотношению, позволяющему закон пластичности переписать в виде

$$d\mathbf{e}_p = (\sigma - \mathbf{R})\,[\sigma_0^2(\xi)\,\sigma_0'(\xi)]^{-1}\,(\sigma - \mathbf{R})\,(d\sigma - d\mathbf{R})$$

Дифференцируя соотношение (2.7) по ξ, получим

$$\frac{d\sigma}{d\xi} = \sigma_0(\xi)\frac{d^2\mathbf{e}_p}{d\xi^2} + \frac{d\mathbf{R}}{d\xi} + \sigma_0'(\xi)\frac{d\mathbf{e}_p}{d\xi} \tag{2.8}$$

Из определения $\mathbf{R}$ следует, что

$$\frac{d\mathbf{R}}{d\xi} = -J_0\frac{d\mathbf{e}_p}{d\xi} + \mathbf{q}(\xi) \tag{2.9}$$

где $\mathbf{q}(\xi)$ — слагаемые не зависящие от $d\mathbf{e}_p(\xi)$.

Используя (2.8),(2.9) и определение $d\mathbf{e}_p$, имеем

$$\frac{d\mathbf{e}}{d\xi} = \frac{d\mathbf{e}_p}{d\xi} + J_0^{-1}\frac{d\sigma}{d\xi} = \frac{\sigma_0(\xi)}{J_0}\frac{d^2\mathbf{e}_p}{d\xi^2} + \sigma_0'(\xi)\frac{d\mathbf{e}_p}{d\xi} + \frac{q(\xi)}{J_0}$$

Умножая $d\mathbf{e}$ скалярно на $d\mathbf{e}_p$, получим

$$d\xi = Q^{-1}\frac{(\sigma - \mathbf{R})\,d\mathbf{e}}{\sigma_0(\xi)}, \quad Q = \sigma_0'(\xi) + \frac{\mathbf{q}(\xi)(\sigma - \mathbf{R})}{J_0\sigma_0(\xi)} \tag{2.10}$$

Поскольку $d\xi \geqslant 0$, равенство (2.10) справедливо, только если $\mathbf{n}d\mathbf{e} \geqslant 0$, где $\mathbf{n} = (\sigma - \mathbf{R})/\sigma_0(\xi)$.

Определяющее уравнение пластического деформирования можно теперь записать в виде

$$d\mathbf{e} = J_0^{-1}d\sigma + Q^{-1}\mathbf{n}\,(\mathbf{n}d\mathbf{e})$$

причем последнее слагаемое считается отличным от нуля, только если $|\mathbf{n}| = 1$ и $\mathbf{n}d\mathbf{e} > 0$. При нарушении любого из этих условий пластическое деформирование прекращается и реализуется упругий процесс.

Таким образом, соотношения ЭТП при $\chi = 1$ по существу сводятся к аналогичным соотношениям теории течения, в которой ПТ описывается выражением (2.6), смещение центра ПТ определяется вектором $\mathbf{R}$, а в качестве параметра упрочнения используется параметр Одквиста.

Здесь же уместно отметить, что теория пластичности с условием $\chi = 1$ по своим свойствам близка к теории пластичности, предложенной Бакхаузом [13]

$$\sigma = a(\lambda)\frac{d\mathbf{e}_p}{d\lambda} + \int_0^\lambda G_1(\lambda - \lambda')\,G_2(\lambda')\,\frac{d\mathbf{e}_p}{d\lambda'}\,d\lambda'$$

о чем авторы работ [2—4] умалчивают.

Вряд ли такое развитие теории пластичности, первоначально рассматривавшейся как теория без ПТ, можно считать последовательным.

Условие $\chi = 1$ представляется излишне жестким. Было показано [14], что параметру χ можно придать вполне определенный физический смысл, причем он может не только отличаться от единицы, но и изменяться в процессе деформации. Более того, показано, что неравенство $\chi < 1$ существенно для описания ряда эффектов, наблюдаемых при сложном деформировании металлов [8, 9].

3. Итак, при $\chi = 1$ в ЭТП возникает ПТ. При $\chi < 1$ такой поверхности в ЭТП конечно уже нет, но для сравнения с классическими теориями пластичности, в частности, с теорией течения или ЭТП при $\chi = 1$, можно ввести понятие условной ПТ.

Как известно, в экспериментах ПТ определяется по некоторому допуску. Чаще всего задается допуск на величину остаточных деформаций. От величины принятого допуска зависят положение, форма и размеры ПТ. Аналогично можно поступить и в ЭТП

Будем говорить, что при догружении $d\sigma$ из некоторого состояния σ реализуется квазиупругий процесс деформации с точностью δ, если

$$|de_p/ds| < \delta \tag{3.1}$$

Область пространства напряжений Ω_δ, в каждой точке которой при любом догружении реализуется квазиупругий процесс деформации, назовем областью квазиупругости. Границу этой области $S_\delta = \partial\Omega_\delta$ будем называть условной ПТ. Ее размеры, форма и положение в пространстве напряжений зависят, таким образом, от величины принятого допуска δ.

Построим условную ПТ для ЭТП, определенной соотношениями (1.1), (1.3) при $\chi < 1$.

Введем для второго слагаемого в правой части соотношения (2.1) обозначение $\mathbf{A}dz$, тогда можно записать, что

$$\left|\frac{de_p}{ds}\right| = \frac{A_u}{J_0}\frac{dz}{ds}, \quad A_u = |\mathbf{A}|$$

Подставляя (2.1) в определение dz (1.3), получим

$$f\frac{dz}{ds} = \left|(1-\chi)\frac{d\mathbf{e}}{ds} - \chi\frac{\mathbf{A}}{J_0}\frac{dz}{ds}\right|$$

Возводя это соотношение в квадрат, придем к квадратному уравнению для dz/ds, корень которого (второй корень является посторонним и поэтому отброшен) можно записать в виде

$$\frac{dz}{ds}(\gamma) = \frac{1-\chi}{f^2-\varphi^2}\left(-\varphi\cos\gamma + \sqrt{f^2-\varphi^2\sin^2\gamma}\right), \quad \varphi = \frac{\chi A_u}{J_0} \tag{3.2}$$

где γ — угол между векторами $d\mathbf{e}/ds$ и $\mathbf{A}$.

Представляет интерес величина $\max_\gamma (dz/ds)$, поскольку если неравенство (3.1) будет выполнено при $d\sigma$, соответствующем максимальному dz/ds, то оно будет справедливо и при любых возможных $d\sigma$.

Из (3.2) следует, что dz/ds принимает максимальное значение при $\cos\gamma = -1$ и $\max_\gamma (dz/ds) = (1-\chi)/(f-\varphi)$. При таком значении dz/ds неравенство (3.1) приобретает вид

$$A_n < (1 + \chi\delta - \chi)^{-1}\,\delta J_0 f$$

Из результатов разд. 2 следует, что

$$A_u = \left|\int_0^z J'(z-\eta)\,d\mathbf{e}(\eta)\right| = -\frac{J_0'}{J_0}|\sigma - \mathbf{R}|$$

и поэтому в итоге получаем, что область квазиупругости определяется неравенством

$$|\sigma - \mathbf{R}| < \sigma_\delta(\xi) = (1 - \chi + \delta\chi)^{-1}\,\delta\sigma_0(\xi) \leqslant \sigma_0(\xi)$$

Условная ПТ S_δ соответственно определяется уравнением $|\sigma - \mathbf{R}| = \sigma_\delta(\xi)$. Таким образом и при $\chi < 1$ условная ПТ в ЭТП определяются по существу теми же законами, что и введенная ранее предельная поверхность. Свойства же моделей ЭТП при $\chi = 1$ и $\chi < 1$ сильно различаются. При $\chi < 1$ поверхность S_δ является чисто условным понятием и не приводит к нарушению аналитичности теории. Вектор напряжений σ может в процессе деформации протыкать эту поверхность, что не сопровождается никакими особенностями.

При $\chi < 1$ в ЭТП имеется слой пластичности, в котором существенны пластические деформации, т. е. нарушается неравенство (3.1). Этот слой определяется неравенствами

$$\sigma_\delta(\xi) < |\sigma - \mathbf{R}| < \sigma_0(\xi)$$

При $\chi \to 1$ слой пластичности схлопывается в ПТ. Более подробно структура и свойства слоя пластичности рассмотрены в [15].

В заключение сделаем одно замечание. В приведенных выше рассуждениях было существенно, что ядро J несингулярно. Если это не так, то ПТ может и не существовать.

В ряде работ по ЭТП предложено использовать функционалы пластичности в виде (1.4) с сингулярным ядром J, в конкретных же расчетах используются несингулярные аппроксимации этого ядра [17, 18]. Можно показать, что в этом случае фактически не-явно происходит «замена» модели и при расчетах на самом деле рассматривается вариант ЭТП при $\chi < 1$.

Чтобы в этом убедиться, перепишем функционал (1.4) в виде

$$d\sigma = J_0 d\mathbf{e}_p + \int_0^z J'(z-\eta)\, de_p(\eta)\, dz$$

Подставляя сюда определение de_p, получим, что «настоящим» модулем упругости является не E, а $E_1 = \chi E$, где $\chi = J_0/(E + J_0) < 1$, а поэтому

$$d\xi = |\, de - E^{-1}d\sigma \,| = |\, de - \chi E_1{}^{-1} d\sigma \,|$$

Таким образом, наиболее удачной из простейших форм записи «новой» меры внутреннего времени следует признать предложения Валаниса [2]: $dL = d\xi = |\, de - \chi E^{-1}d\sigma \,|$, $\chi < 1$. Попытки отождествить параметр L с параметром Одквиста снижают возможности ЭТП. Наибольший интерес представляют случаи, когда $\chi < 1$, но $\chi \sim 1$.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Valanis K. C.* A theory of viscoplasticity without a yield surfase. // Arch. Mech. Stosow. 1971. V. 23. No 4. P. 517—551.
2. *Valanis K. C.* Fundamental cousequences of a new intrinsic time measure: Plasticity as a limit of the endochronic theory. // Arch. Mech. Stosow. 1980. V. 32. No 2. P. 171—191.
3. *Valanis K. C.* Continuum foundation of endochronic plasticity. // Trans. ASME. J. Eng. Mater. Technol., 1984. V. 106. No. 4. P. 367—375.
4. *Wu H. C., Yang R. J.* Application of the improved endochronic theory of plasticity to loading with multiaxial strainpath. // Intern. J. Non-Linear Mech., 1983. V. 18. No. 5. P. 395—408.
5. *Ильюшин А. А.* Пластичность. Основы общей математической теории. М.: Изд-во АН СССР, 1963. 271 с.
6. *Кадашевич Ю. И., Михайлов А. Н.* О теории пластичности, не имеющей поверхности текучести. // Докл. АН СССР. 1980. Т. 254. № 3. С. 574—576.
7. *Кадашевич Ю. И.* О различных вариантах тензорно-линейных соотношений в теории пластичности. // Исследования по упругости и пластичности. Л.: Изд-во ЛГУ, 1967. Вып. 6. С. 39—45.
8. *Динариев О. Ю., Мосолов А. Б.* О виде функционала пластичности в эндохронных теориях неупругости. // ПММ. 1989. Т. 53. Вып. 2. С. 319—332.
9. *Кадашевич Ю. И., Мосолов А. Б.* Эндохронные теории пластичности: Основные положения, перспективы развития. // Изв. АН СССР. МТТ. 1989. № 1. С. 161—168.
10. *Кадашевич Ю. И.* О новых тенденциях в развитии теории течения. // Исследования по упругости и пластичности. Л.: Изд-во ЛГУ, 1982. Вып. 14. С. 15—20.
11. *Кадашевич Ю. И., Клеев В. С.* Влияние скорости деформирования и истории ее изменения на поведение материала. // Прикладные проблемы прочности и пластичности. Горьк. ун-т, 1983. Вып. 23. С. 3—7.
12. *Кадашевич Ю. И., Михайлов А. Н.* Моделирование процесса деформации бумаги при циклических нагружениях // Машины и аппараты целлюлозно-бумажных произв. Межвуз. сб., 1980. Вып. 8. С. 127—130.
13. *Backhaus G.* Zur Fliessgrenze bei allgemeiner Verfestigung // ZAMM. 1968. Bd. 48. No 2. S. 99—108.
14. *Кадашевич Ю. И., Мосолов А. Б.* Вероятностный подход в эндохронных теориях пластичности. // Докл. АН СССР. 1988. Т. 300. № 5. С. 1084—1086.
15. *Мосолов А. Б.* Нейтральное нагружение в эндохронной модели теории пластичности. // ПММ. 1986. Т. 50. № 2. С. 331—334.
16. *Мосолов А. Б., Динариев О. Ю.* О траекториях с угловыми точками в теории пластичности без поверхности текучести. // Проблемы прочности. 1986. № 10. С. 14—18.
17. *Valanis K. C., Fan J.* Experimental verification of endochonic plasticity in spatially varying strain fields. // Plasticity today: Modelling, Meth., Appl. London, 1985. P. 153—174.
18. *Valanis K. C., Fan J.* Endochronic analysis of cyclic elastoplastic strain fields in a notched plate. // Trans. ASME. J. Appl. Mech., 1983. Vol. 50, No 4a. P. 789—794.

Москва

Поступила в редакцию
18.IV.1989