

УДК 532.526

© 1990 г.

С. А. Величко, Ю. Б. Лифшиц

О РАСЧЕТЕ БЕЗОТРЫВНОГО ОБТЕКАНИЯ КРЫЛОВОГО ПРОФИЛЯ ПРИ БОЛЬШИХ ЧИСЛАХ РЕЙНОЛЬДСА

Предлагается математическая модель безотрывного обтекания крылового профиля несжимаемой жидкостью при больших числах Рейнольдса. Она дает возможность определить влияние вязкости на величину аэродинамических характеристик. Учитывается не только вытесняющее воздействие турбулентного пограничного слоя и следа на внешний поток, но и исследуется решение в окрестности задней кромки, что позволяет сформулировать уточненный аналог условия Чаплыгина — Жуковского. Сравнение расчетов с данными опытов показывает, что точность полученных результатов сопоставима с точностью эксперимента.

Расчет обтекания профиля обычно основывается на решении последовательности задач, возникающих при регулярном применении концепции пограничного слоя Прандтля. В ней внешние задачи описывают течение невязкой жидкости около модификаций профиля, учитывающих вытеснение пограничного слоя и искривление следа. Их однозначное решение удовлетворяет дополнительному требованию регулярности. В первом приближении им является условие Чаплыгина — Жуковского. Во втором приближении искомое условие получается из анализа решения уравнений Навье — Стокса в окрестности задней кромки профиля. В предлагаемой работе он проводится для профиля с острой задней кромкой, в которой угол между касательными отличен от нуля.

1. Рассмотрим обтекание крылового профиля несжимаемой жидкостью. Отрезок прямой линии между передней и задней кромками длиной L будем считать хордой профиля, а угол α между направлением скорости на бесконечности U_∞ и хордой — углом атаки. Отнесем все линейные размеры к L , скорость к U_∞ , давление p к удвоенному скоростному напору ρU_∞^2 , где ρ — плотность жидкости. Совместим начало координат декартовой системы xu с задней кромкой профиля, а ось x направим вдоль биссектрисы угла β ($\beta \ll 1$) в ней.

Решение задачи обтекания профиля идеальной несжимаемой жидкостью будем рассматривать в плоскости $\zeta = r \exp(i\omega)$, на внешность единичного круга $|\zeta| = 1$ которой отображается внешность профиля, причем точке $\zeta = 1$ соответствует его задняя кромка.

Без ограничения общности можно считать, что такое отображение осуществляется методом из работы [1]. При помощи преобразования Кармана — Треффтца

$$(\xi - \xi_0)/(\xi + \xi_0) = [(z - z_0 - k_1 \xi_0)/(z - z_0 + k_1 \xi_0)]^{1/k_1}, \quad k_1 = 2 - \beta/\pi$$

профиль отображается на часть плоскости, ограниченную близким к окружности контуром. После этого ищутся коэффициенты A_j и B_j преобразования Теодорсена — Гаррика

$$\xi = \zeta \exp \left[\sum_{j=0}^{\infty} (A_j + iB_j) \zeta^{-j} \right]$$

Производную комплексного потенциала в окрестности точки $z = 0$

при $\beta \ll 1$ можно записать в виде

$$\frac{d\Phi}{dz} = U_{00} \left[1 + \frac{\beta}{2\pi} (1 + \ln z) - 2ik_0 z^{1/2} + \dots \right] \quad (1.1)$$

$$U_{00} = \operatorname{Re} \frac{2 \exp(A_0) \cos(\alpha - B_0)}{k_1 \xi_0 (1 - M_1)^2}, \quad 2k_0 = \operatorname{Re} \frac{\operatorname{tg}(\alpha - B_0) - 3iM_2}{1 - M_1}$$

$$M_n = \sum_{j=1}^{\infty} j^n (A_j + iB_j), \quad n = 1, 2$$

Коэффициент k_0 , равный сумме двух слагаемых, одно из которых пропорционально циркуляции, а другое — загруженности задней кромки при нулевом значении подъемной силы, фигурирует в оценке кривизны линии тока, сходящей с задней кромки: $k_0 x^{-1/2} + O(1)$.

2. Рассмотрим решение уравнений пограничного слоя в окрестности задней кромки на верхней поверхности профиля, где происходит торможение потока. Примем за единицу скорости U_{00} , а координату y , поперечную составляющую скорости v , напряжение турбулентного трения τ отнесем к характерной толщине пограничного слоя δ . Тогда эти уравнения можно записать в виде

$$u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{dp}{dx} = \frac{\partial \tau}{\partial y}, \quad \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = 0 \quad (2.1)$$

При $y = 0$ $u = v = 0$, а при $y \rightarrow \infty$ из (1.1) при малых $x < 0$

$$u = 1 + f(x), \quad p = p_{00} - f(x) \quad (2.2)$$

$$f(x) = 2k_0 (-x)^{1/2} + (2\pi)^{-1} \beta (1 + \ln |x|) + \dots$$

Порядок величины k_0 должен быть установлен в согласии с предположением о безотрывности потока. В случае ламинарного течения отрыв потока в области задней кромки происходит при $k_0 = O(R^{-1/10})$ [2] (R — число Рейнольдса), поэтому ламинарное безотрывное течение возможно лишь при $k_0 \ll 1$. При отрыве с гладкой поверхности распределение давления в окрестности точки отрыва дается первыми двумя слагаемыми (2.2), причем в ламинарном течении снова $k_0 = O(R^{-1/10})$ [3]. Но из опыта известно, что точка отрыва турбулентного потока расположена существенно ниже по течению, чем точка отрыва ламинарного пограничного слоя. Это заставляет положить $k_0 = O(1)$ в случае турбулентного отрыва на гладкой поверхности [4], и, следовательно, считать возможными безотрывные течения около профиля при $k_0 = O(1)$.

Будем далее считать, что $k_0 = O(1)$, тогда решение (2.1), (2.2) в основной части пограничного слоя представляется в виде разложения

$$u = U_0(y) + 2k_0 (-x)^{1/2} u_{11}(y) + \beta u_{12}(y) \ln(-x) + \dots$$

$$v = k_0 (-x)^{-1/2} v_{11}(y) + \beta v_{12}(y) (-x)^{-1} + \dots \quad (2.3)$$

Входящие в него функции выражаются через $U_0(y)$. При уменьшении y стремится к нулю и $U_0(y)$, поэтому представление (2.3) становится несправедливым.

Анализ течения около задней кромки профиля естественно производить при помощи асимптотического разложения по малому параметру δ . При этом оказывается, что его форма существенно зависит от размеров области пограничного слоя, генерирующей главный член изменения толщины вытеснения. В ламинарном пограничном слое поперечный размер этой области составляет $O(\delta^{5/4})$ [5]. В турбулентном слое, где профиль средней скорости при $y \rightarrow 0$ можно аппроксимировать степенной функ-

цией

$$U_0(y) = by^{1/n}, \quad n > 2 \quad (2.4)$$

взаимодействие становится закритическим [6], и изменение толщины вытеснения определяется основной частью пограничного слоя. Это означает, что формулы (2.3) достаточны для вычисления δ^* при $x \rightarrow 0_-$

$$\frac{dV_e \delta^*}{dx} = \delta U_{00} \Lambda \left[\frac{k_0}{(-x)^{1/2}} - \frac{\beta}{2\pi x} \right], \quad \Lambda = \int_0^\infty (U_0^{-2} - 1) dy \quad (2.5)$$

Наклон линий тока в пограничном слое при $x = 0$ — имеет порядок $k_0 \delta (-x)^{-1/2}$. С другой стороны, наклон линий тока внешнего потенциального течения при $x = 0+$ оценивается величиной $2k_0 x^{1/2}$. Следовательно, в области с размером $x = O(\delta)$, где эти величины одного порядка, взаимодействие внешнего течения с пограничным слоем играет определяющую роль. Чтобы влияние поворота потока на угол β не меняло порядка наклона линий тока, положим $\beta = O(\delta^{1/2})$.

Совершенно другое положение возникает при отрыве потока в области задней кромки профиля. В этом случае толщина вытеснения при приближении к ней возрастает по логарифмическому закону [4], а значение Λ , вычисленное по формуле (2.5), становится существенно большим единицы. Поэтому вопрос о применении теории, основанной на формулах (2.4), (2.5), или теории работы [4] определяется величиной Λ . Вычислим Λ при помощи приведенных в работе [7] экспериментальных данных о профилях скорости в сечении следа, проходящем через заднюю кромку профиля NASA 0012, полученных при обтекании его дозвуковым потоком при углах атаки 3, 6, 9° и $R = 3,8 \cdot 10^5$. Величина Λ оказывается соответственно равной 1, 1,5 и 5,2, что говорит о возможности применения формулы (2.6).}

3. Обтекание профиля вне пограничного слоя и следа и во втором приближении описывается решением уравнения Лапласа в плоскости z с разрезом вдоль линии тока, выходящей из задней кромки профиля. Учет влияния на потенциальный поток вытесняющего действия пограничного слоя и следа и искривления следа удобно производить таким образом, чтобы краевые условия удовлетворялись на профиле и на линии разреза. Они сформулированы в [8]

$$\frac{\partial \varphi_1}{\partial n} = \frac{dV_e \delta^*}{ds}, \quad \Delta \frac{\partial \varphi_1}{\partial n} = \frac{dV_e \delta^*}{ds}, \quad \Delta \frac{\partial \varphi_1}{\partial s} = -V_e \kappa(s) (\delta^* + \theta) \quad (3.1)$$

Условия для скачков функций, обозначаемых через Δ , нужно выполнить на линии разреза, s и n — длина дуги и внешняя нормаль, $\kappa(s)$ — кривизна линии тока, V_e — скорость на внешней границе пограничного слоя, а θ — толщина потери импульса.

Решение краевой задачи (3.1) определяется при помощи интегралов типа Коши в плоскости ζ , где контуру профиля соответствует окружность. При этом удобно воспользоваться теоремой об окружности [9], согласно которой на линии, получаемой инверсией линии разреза, нужно разместить источники того же знака, вихри противоположного знака и добавить к ним суммарный вихрь и источник в центре окружности. Решение получается по формуле Гильберта, связывающей предельные значения действительной и мнимой частей аналитической функции. Запишем выражение для поправки касательной составляющей скорости в плос-

кости ζ

$$\begin{aligned} \frac{\partial \varphi_1}{\partial \omega} = & \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} \frac{dV_e \delta^*}{d\omega'} \operatorname{ctg} \frac{\omega' - \omega}{2} d\omega' - \frac{i}{2\pi} \int_{O'D'} d(V_e \delta^*) + \\ & + \frac{1}{2\pi} \int_{O'D'} DV_e \kappa (\delta^* + \theta) d\sigma - \frac{1}{2\pi} \exp(i\omega) \left[i \int_{O'D'} \frac{1 - 2\bar{\tau}\zeta + \bar{\tau}\tau}{(1 - \bar{\tau}\zeta)(\tau - \zeta)} \frac{dV_e \delta^*}{d\sigma} d\sigma + \right. \\ & \left. + \int_{O'D'} DV_e \kappa (\delta^* + \theta) \frac{1 - \bar{\tau}\tau}{(1 - \bar{\tau}\zeta)(\tau - \zeta)} d\sigma \right] + A_1 \end{aligned} \quad (3.2)$$

Здесь ω — угловая координата точки на окружности, τ — комплексная координата точки на линии следа $O'D'$, $d\sigma$ — дифференциал длины дуги, $D = |dz/d\zeta|$, A_1 — произвольная постоянная.

Рассмотрим поведение (3.2) при $z \rightarrow 0$ ($\omega \rightarrow 0$). В общем случае $(dV_e \delta^*/d\omega)_{\omega=0+} \neq (dV_e \delta^*/d\omega)_{\omega=0-}$ и $DV_e \kappa (\delta^* + \theta) \neq 0$ в точке O' . Это ведет к необходимости выделить из (3.2) логарифмическую особенность. Переходя в физическую плоскость, получаем с учетом (1.1) выражение для поправки продольной составляющей скорости во внешней области при $x < 0$ в виде

$$\begin{aligned} V_{1x}(x, 0+) = & \delta (-x)^{-1/2} [A - \pi^{-1} k_0 U_{00} h_0 \ln(-x) + o(1)] \\ h_0 = & \frac{1}{2} \int_{-\infty}^{+\infty} (U_0^{-2} - U_0^2) dy \end{aligned}$$

Из этого выражения видно, что решение внешней задачи во втором приближении, вообще говоря, не ограничено. Постоянная A , связанная с A_1 , вычисляется в нем из дополнительного условия безотрывности обтекания задней кромки профиля, которое реализуется при построении решения в области с размером $O(\delta)$.

4. Перейдем к описанию течения в δ -окрестности задней кромки профиля. Для этого введем независимые переменные $x_2 = x/\delta$, $y_2 = y/\delta$ и положим $\beta = \beta_0 \delta^{1/2}$. Вид разложений искомых функций по малому параметру δ в этой области диктуется равенствами (2.3):

$$\begin{aligned} U_{00}^{-1} V_x = & U_0(y_2) + \delta^{1/2} u_2(x_2, y_2) + \beta \ln \delta u_{12}(y_2) + O(\delta) \\ U_{00}^{-1} V_y = & \delta^{1/2} v_2(x_2, y_2) + O(\delta) \\ U_{00}^{-2} (p - p_{00}) = & -(2\pi)^{-1} \beta (1 + \ln \delta) + \delta^{1/2} p_2(x_2, y_2) + O(\delta) \end{aligned} \quad (4.1)$$

Подстановка (4.1) в уравнения неразрывности и проекций импульса приводит к системе трех уравнений относительно u_2 , v_2 и p_2 . Заменяя искомую функцию $v_2 = WU_0$ и исключая u_2 , сведем эту систему к одному линейному уравнению с частными производными второго порядка

$$\frac{\partial^2 W}{\partial x_2^2} + U_0^{-2} \frac{\partial}{\partial y_2} \left(U_0^2 \frac{\partial W}{\partial y_2} \right) = 0 \quad (4.2)$$

и соотношению, позволяющему вычислить давление

$$\partial p_2 / \partial x_2 = U_0^2 \partial W / \partial y_2 \quad (4.3)$$

Решение уравнения (4.2) удовлетворяет [условию непротекания на берегах разреза вдоль отрицательной полуоси $y_2 = 0$, $x_2 < 0$

$$W(x_2, 0_{\pm}) = \mp \beta_0 / 2 \quad (4.4)$$

и условию возрастания на бесконечности, которое следует из срачивания с (1.1)!

$$p_2 + iW \rightarrow 2ik_0 z_2^{1/2} - (2\pi)^{-1} \beta_0 \ln z_2, \quad z_2 = x_2 + iy_2 \rightarrow \infty \quad (4.5)$$

Условия (4.4) и (4.5) достаточны для построения единственного решения краевой задачи только в классе ограниченных при $z_2 = 0$ функций. Такой выбор класса функций эквивалентен требованию схода струйки тока с задней кромки. В масштабе толщины пограничного слоя его выполнение менее естественно, чем условие Чаплыгина — Жуковского, но позволяет не рассматривать окрестность задней кромки профиля, где инерционные члены имеют порядок членов турбулентного переноса. Это существенно упрощает задачу, но требует проверки сделанного предположения, которая осуществляется далее сравнением получаемых результатов с данными опытов.

В работах [10, 11], где рассматривалась аналогичная задача, были сделаны дополнительные предположения относительно порядка отклонения $U_0(y_2)$ от единицы. Это позволило строить решение задачи (4.2)—(4.5) в виде разложения по малому параметру. Однако для обеспечения необходимой точности потребовалось взять три члена разложения. В настоящей работе такие предположения не делаются, а задача (4.2)—(4.5) решается точно при помощи представления в виде интеграла Фурье

$$W = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} V(y_2) \exp(-i\lambda x_2) d\lambda \quad (4.6)$$

Подстановка (4.6) в (4.2) приводит к обыкновенному дифференциальному уравнению второго порядка относительно $V(y_2)$

$$U_0^{-2} \frac{d}{dy_2} \left(U_0^2 \frac{dV}{dy_2} \right) - \lambda^2 V = 0 \quad (4.7)$$

Его ограниченные при $y_2 \rightarrow \pm\infty$ решения удовлетворяют условиям

$$dV/dy_2 = -|\lambda| V \operatorname{sign} y_2, \quad y_2 \rightarrow \pm\infty \quad (4.8)$$

Чтобы найти граничные условия при $y_2 = 0_{\pm}$, рассмотрим полусумму производных $\partial W/\partial y_2$ при $y_2 = 0_{\pm}$. Согласно (4.4), она равна нулю на отрицательной полуоси x_2 . Поэтому ее преобразование Фурье является предельным значением на действительной оси $\operatorname{Im} \lambda = 0$, аналитической в верхней полуплоскости функции. Обозначая это значение посредством $\Phi^+(\lambda)$, из (4.6) получаем]

$$\Phi^+(\lambda) = -i\lambda [V(0+) - V(0-)]/2$$

Совершенно аналогично определяется функция $\Phi^-(\lambda)$, которая является предельным значением на действительной оси аналитической в нижней полуплоскости функции и представляет изображение Фурье полуразности $\partial p_2/\partial x_2$ при $y_2 = 0_{\pm}$. Ее выражение через V и dV/dy_2 непосредственно следует из равенств (4.3) и (4.6). Третье соотношение между значениями V при $y_2 = 0_{\pm}$ получается из преобразования Фурье разности $W(x_2, 0+) - W(x_2, 0-)$.

Введем далее функцию

$$Q(y_2) = -\frac{U_0^2}{|\lambda|} \frac{dV}{V dy_2} \operatorname{sign} y_2$$

Согласно (4.7), она удовлетворяет уравнению

$$U_0^2 dQ/dy_2 = |\lambda| (Q^2 - U_0^4) \operatorname{sign} y_2 \quad (4.9)$$

Граничные условия $Q(\pm\infty) = 1$, следующие из (4.8), позволяют построить интегральные кривые этого уравнения при $y_2 < 0$ и $y_2 > 0$. Для дальнейшего интерес представляют предельные значения $Q_1 = Q(0+, \lambda)$, $Q_2 = Q(0-, \lambda)$. Они получаются численным интегриро-

ванием уравнения (4.9) и ограничены при всех λ . Характер их убывания при $\lambda \rightarrow \infty$ установлен [12] методом сращиваемых асимптотических разложений.

Исключим теперь $V(0_{\pm})$ из трех перечисленных выше равенств, в которые входят функции Φ^+ , Φ^- и преобразование Фурье разности $W(x_2, 0_{\pm})$. В результате получим линейное соотношение

$$\Phi^+(\lambda) = \frac{2i \operatorname{sign} \lambda}{Q_1 + Q_2} \Phi^-(\lambda) - \frac{\beta_0}{2} \frac{Q_1 - Q_2}{Q_1 + Q_2} \quad (4.10)$$

представляющее собой неоднородную задачу сопряжения аналитических функций вдоль действительной оси.

Для случая обтекания профиля с нулевым углом $\beta_0 = 0$ между касательными в задней кромке была сформулирована и решена [12] однородная задача сопряжения с таким же выражением для коэффициента. При выполнении условия (4.5) было показано, что ее индекс равен нулю. Поэтому неоднородная задача имеет единственное решение, позволяющее записать давление $p_2(x/\delta)$ на поверхности профиля в окрестности задней кромки в виде интегралов Фурье. Получаемые формулы весьма громоздки и здесь не приводятся.

Построенное решение имеет самостоятельный интерес, однако главное его значение заключается в определении постоянной A_1 в формуле (3.2), что позволяет замкнуть внешнюю задачу. Эта постоянная, пропорциональная поправке к циркуляции, вычисляется асимптотическим сращиванием выражения для $p_2(x/\delta)$ при больших значениях аргумента с двумя членами разложения давления во внешней области. Асимптотическое поведение функций, определенных интегралами Фурье, при больших значениях аргумента вычисляется по методу стационарной фазы. Это требует знания вида ядер при малых λ и значительно упрощает конечные формулы.

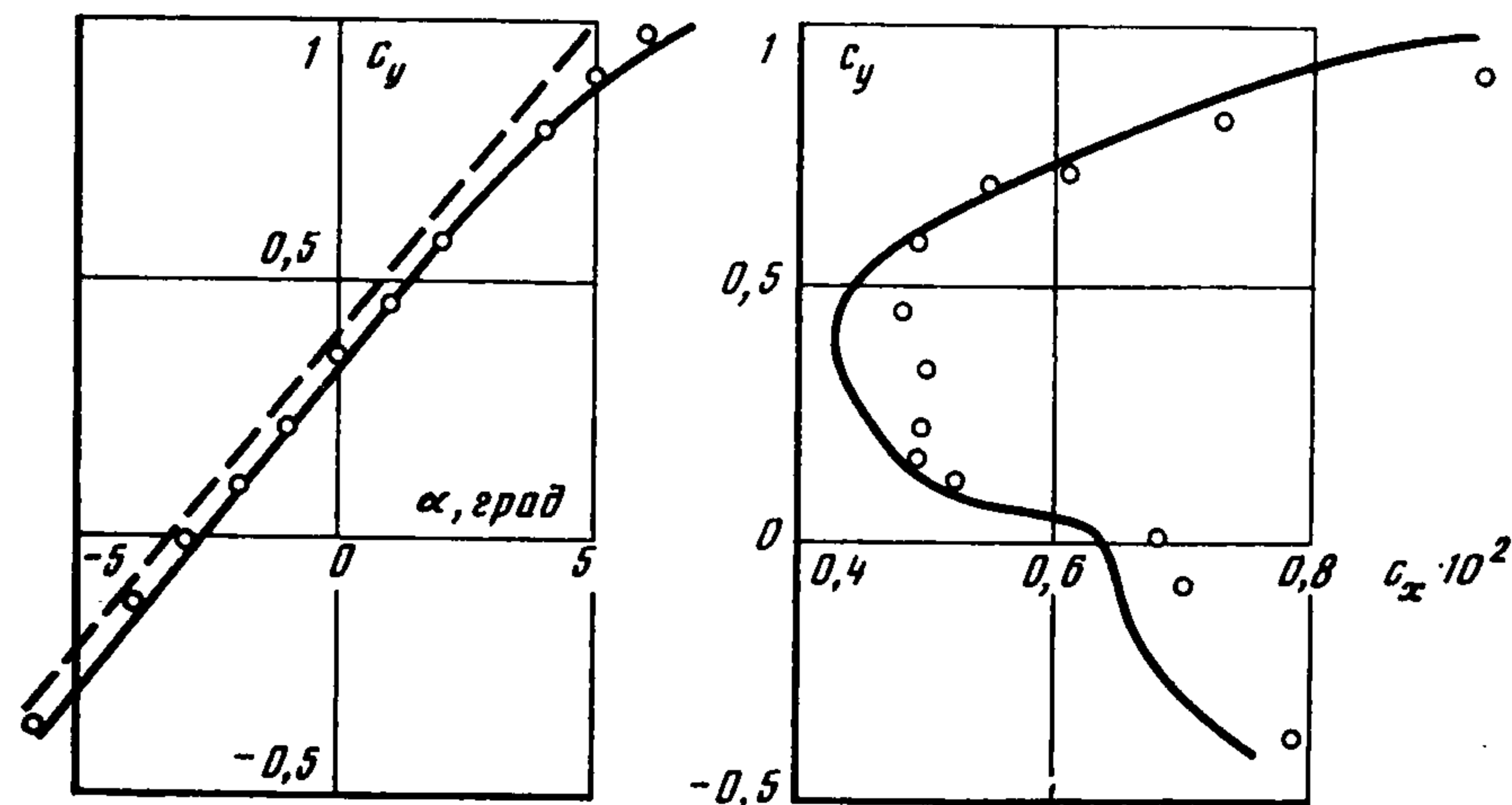
Полученное решение не удовлетворяет условию прилипания на теле. Дополнительная область с размерами $x = O(\delta)$, $y = O(\delta^{1+n/4})$, в которой уравнения движения жидкости имеют структуру уравнений Прандтля, дает возможность продолжить решение вплоть до тела. В настоящей работе, как отмечалось выше, решение задачи в этой области не строится, однако его существование предполагается. При выполнении этого предположения распределение давления по профилю в области с продольным размером $O(\delta)$ отличается от p_2 только членами более высокого порядка малости.

Б. Поскольку для удовлетворения краевых условий на линии разреза и на соответствующей ей согласно преобразованию инверсии линии внутри контура профиля были размещены источники и вихри, а условие непротекания на поверхности заменено на первое из соотношений (3.1), выражение для сил давления имеет более сложный вид, чем диктуемое теоремой Жуковского. В частности, наличие источников на контуре профиля и вне его приводит к тому, что проекция силы давления на направление набегающего потока становится отличной от нуля. В первом приближении эта проекция равна нулю (парадокс Делаμβера). Кроме того, следует учесть, что в окрестности задней кромки профиля параметры потока меняются согласно внутреннему решению. Поэтому для вычисления силы давления строится составное двучленное разложение давления на поверхности профиля.

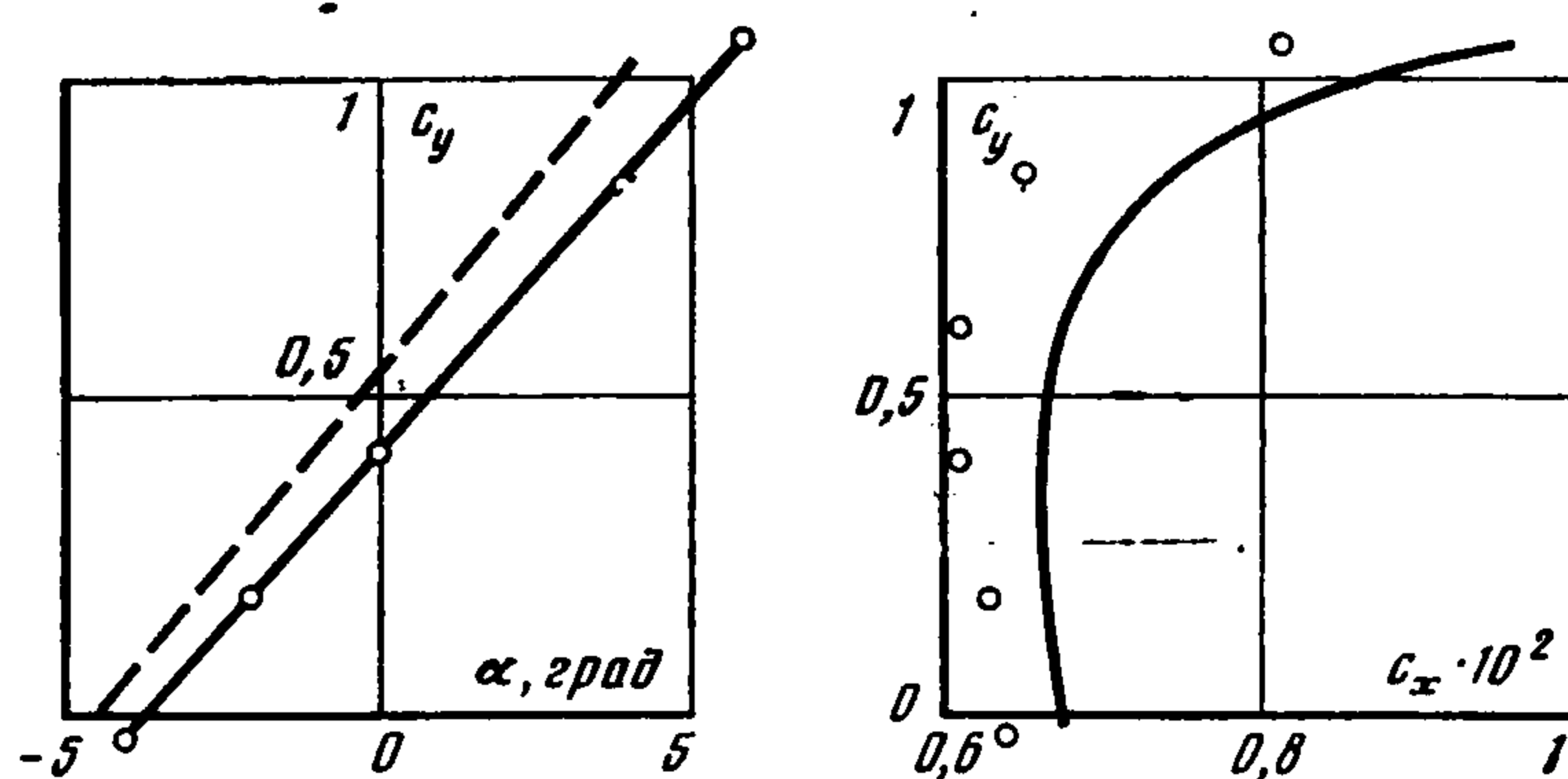
Отметим еще, что завершение решения внешней задачи во втором приближении требует пересчета давления на поверхности тела, учитывающего его перепад поперек пограничного слоя, определенный последним из равенств (3.1). В случае обтекания крылового профиля получаемая поправка оказывается пренебрежимо малой всюду вне окрестности задней кромки. Это связано с малостью кривизны профиля вне области

носки и малостью толщины вытеснения и потери импульса в области носка, где пограничный слой очень тонок. В окрестности задней кромки коррекция давления осуществляется в самом композитном разложении.

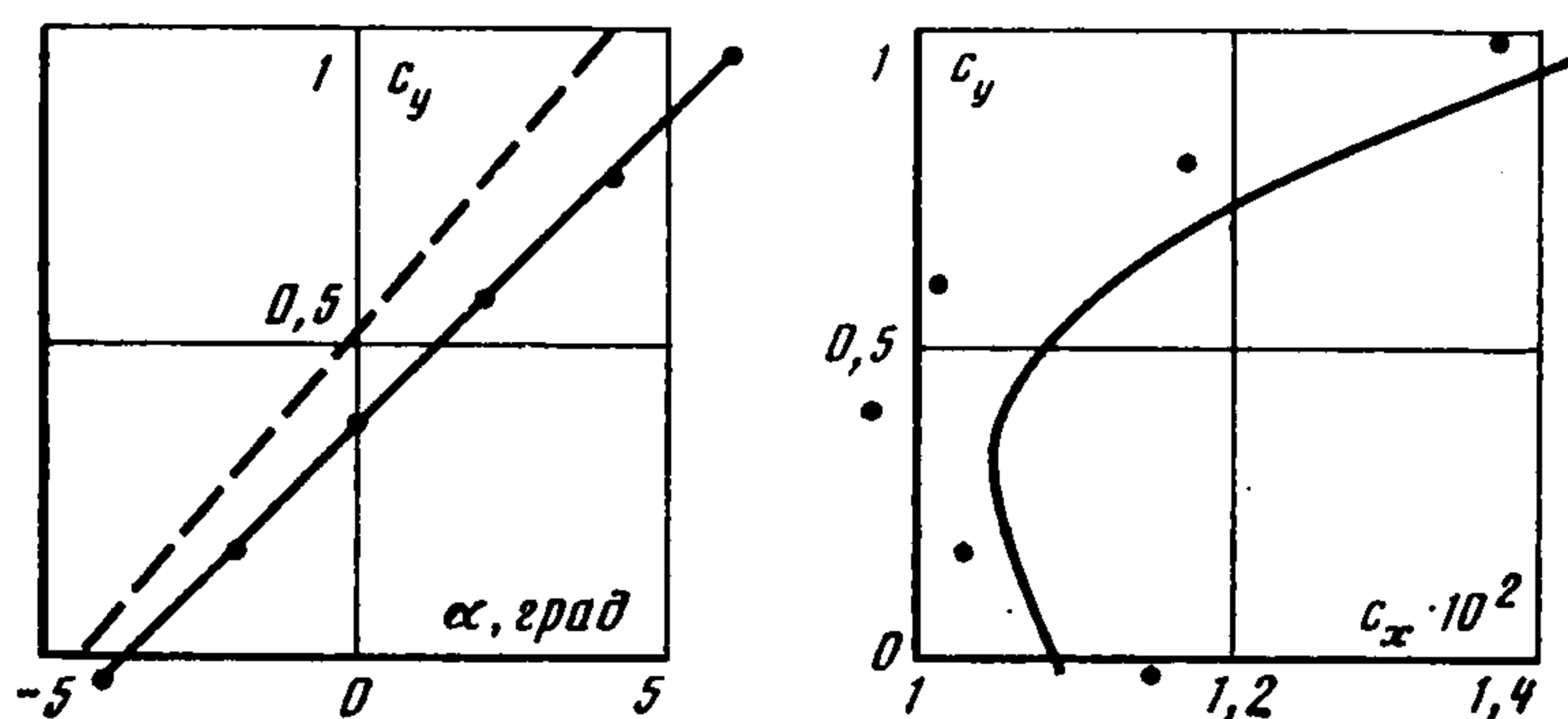
6. На основании двучленного асимптотического разложения решения задачи обтекания профиля несжимаемой жидкостью при больших числах Рейнольдса была составлена программа расчета его аэродинамических характеристик. Она включает в себя конформное отображение, расчет пограничного слоя и следа, вычисление поправки подъемной силы и общего профильного сопротивления. От точки растекания в области передней кромки осуществляется расчет ламинарного пограничного слоя одним из



Фиг. 1



Фиг. 2



Фиг. 3

вариантов метода интегральных соотношений Дородницына [13], и эмпирическим методом [14] определяется положение точек перехода на верхней и на нижней поверхностях профиля. Положение этих точек может быть фиксировано заранее. Расчет турбулентного пограничного слоя и следа осуществляется интегральным методом [15]. После этого вычисляются значения функций $Q_1(\lambda)$ и $Q_2(\lambda)$ путем решения задачи (4.7), (4.8) методом Эйлера с пересчетом. Профиль скорости пограничного слоя задается в виде

$$U_0 = (1 - \cos \pi y_2)/2 + u^* (C + a/k) [y_2^{1/n} + (\cos \pi y_2 - 1)/2] \quad (6.1)$$

$$C = 5,1, k = 0,41, a = \ln(R_\delta u^*), n = a + Ck$$

Здесь R_δ — число Рейнольдса, вычисленное по толщине пограничного слоя, u^* — динамическая скорость, отнесенная к скорости потока на внешней границе пограничного слоя, постоянные C и k — те же, что и в формуле для профиля скорости Коулса [16]. Формула (6.1) получена заменой в выражении для профиля скорости Коулса логарифмической функции на степенную при $n \gg 1$. Число n определяется условиями на границах пограничного слоя $U_0(1) = 1, U_0(0) = 0$.

Поскольку выражение для профиля скорости было получено эмпирическим путем, аппроксимация его другим выражением вполне правомерна. Интересно отметить, что закон скорости, записанный в виде [17]

$$U_0(y_2) = u^* C_1(n) y_2^{1/n} \exp(a/n)$$

дает при сравнении с (6.1) при $y_2 \rightarrow 0$ выражение

$$C_1(n) = (n/k) \exp(Ck/n - 1)$$

аппроксимирующее значения в приведенной в [17] таблице для разных n с точностью 5%

7. Построенная теория безотрывного отбегания профиля вязкой жидкостью при больших числах Рейнольдса при наличии турбулентного пограничного слоя учитывает вклад всех членов, имеющих порядок $O(\delta^*)$. При ее формулировке и численной реализации были сделаны некоторые предположения, справедливость которых можно проверить только сравнением получаемых результатов с данными опытов. Это сравнение позволит определить и сравнительную точность используемой математической модели. В настоящее время проведено довольно большое количество расчетов. Три из них приведены на фиг. 1—3 в виде зависимостей $c_y(\alpha)$ и поляр $c_y(c_x)$.

На фиг. 1 эти результаты изображены для профиля НАСА 64₂—415 при числе Рейнольдса, равном $6 \cdot 10^6$. Профиль имеет нулевой угол между касательными в задней кромке, значительную область ламинарного течения на верхней поверхности и загруженную заднюю часть. На фиг. 2 дан расчет характеристик профиля НАСА 4412 при том же числе Рейнольдса. В этом случае угол раствора в задней кромке отличен от нуля и вклад его в поправку циркуляции составляет 30% ее величины. Кроме того, перестройка течения у задней кромки генерирует весьма большую долю сопротивления давления. На фиг. 3 приведены характеристики течений с фиксированной точкой перехода.

На фиг. 1—3 точками нанесены экспериментальные данные [18], а штриховыми линиями построены значения коэффициента подъемной силы, полученные без учета вязкости. Сравнение приведенных результатов показывает, что погрешность предлагаемой теории составляет не более 2% при вычислении c_y и не превышает 10% при вычислении коэффициента сопротивления. Эти величины вполне сопоставимы с погрешностью самого эксперимента.

ЛИТЕРАТУРА

1. Ives D. C. A modern look at conformal mapping, including doubly connected regions // AIAA Paper. 1975. № 75—842. 8 p.
2. Broun S. N., Stewartson K. Trailing — edge stall // J. Fluid Mech. 1970. V. 42. Pt 3. P. 561—584.
3. Сычев В. В. О ламинарном отрыве // Изв. АН СССР. МЖГ. 1972. № 3. С. 47—59.
4. Сычев В. В., Сычев Вик. В. О турбулентном отрыве // Ж. вычисл. математики и мат. физики. 1980. Т. 20. № 6. С. 1500—1512.
5. Нейланд В. Я. К теории отрыва ламинарного пограничного слоя в сверхзвуковом потоке // Изв. АН СССР. МЖГ. 1969. № 4. С. 53—59.
6. Нейланд В. Я. Особенности отрыва пограничного слоя на охлажденном теле и его взаимодействие с гиперзвуковым потоком // Изв. АН СССР. МЖГ. 1973. № 6. С. 99—109.
7. Nah C., Lakshminarayana B. Measurement and prediction of mean velocity and turbulent structure in the near wake of an airfoil // J. Fluid Mech. 1982. V. 115. P. 251—282.
8. Lighthill M. J. On displacement thickness // J. Fluid Mech. 1958. V. 4. Pt 4. P. 383—392.
9. Милн-Томсон Л. М. Теоретическая гидродинамика. М.: Мир, 1964. 655 с.
10. Melnik R. E., Chow R. Asymptotic theory of two dimensional trailing edge flows // NASA SP-347. 1975. P. 177—249.
11. Melnik R. E., Chow R., Mead H. R. Theory of viscous transonic flow over airfoils at high Reynolds number // AIAA Paper. 1977. № 77—680. 21 p.
12. Лифшиц Ю. Б., Величко С. А. К теории безотрывного обтекания профиля несжимаемой жидкостью // Тр. ЦАГИ. 1985. Вып. 2265. С. 48—63.
13. Bossel H. H. Vortex computation by the method of weighted residuals using exponentials // AIAA Journal. 1971. V. 9. № 9. P. 2027—2034.
14. Cebeci T., Smith A. M. O. Analysis of turbulent boundary layers. N.-Y.: Acad. Press, 1974. 404 p.
15. Green J. E. Application of Head's entrainment method to the prediction of turbulent boundary layers and wakes in compressible flow // ARC R & M № 3788. 1972.
16. Coles D. E. The law of the wake in the turbulent boundary layer // J. Fluid Mech. 1956. V. 1. Pt 2. P. 191—226.
17. Шлихтинг А. Теория пограничного слоя. М.: Наука, 1974. 711 с.
18. Abbott I. H., Doenhoff A. E., Stivers L. S. Summary of airfoil data // NASA Report № 824. 1949. 264 p.

Москва

Поступила в редакцию
2.VI.1988