

УДК 62—50

© 1990 г.

А. А. Меликян

## ЗАДАЧА ОПТИМАЛЬНОГО БЫСТРОДЕЙСТВИЯ С ПОИСКОМ ЦЕЛЕВОЙ ТОЧКИ

Дается формулировка задачи оптимального гарантированного быстрогодействия, в которой положение целевой точки (правого конца траектории) задано с точностью до некоторого множества неопределенности. Цель управления — обнаружение (наблюдение) в пределах этого множества целевой точки и приведение в нее наискорейшим образом фазового вектора управляемой системы. Целевая точка считается точно известной (обнаруженной) при попадании в информационную область, движущуюся вместе с фазовым вектором. Предлагается и обосновывается алгоритм построения оптимальной фазовой картины траекторий поиска целевой точки для случая, когда управляемая система совершает простое движение в плоскости, множеством неопределенности является выпуклая ограниченная область, а информационной областью — полуплоскость. Рассматриваются примеры. Статья развивает исследование [1], близка по тематике к работам [2, 3].

1. Постановка задачи. Двухточечная задача оптимального программного быстрогодействия для управляемой динамической системы задается соотношениями:

$$\begin{aligned} \dot{x} &= f(x, u, t), u \in U, t \in [t_0, T] \\ x(t_0) &= x^0, x(T) = x^1, J = T - t_0 - \min \end{aligned} \quad (1.1)$$

Здесь  $x \in R^n$  — фазовый вектор;  $u, U$  — вектор управления и множество его допустимых значений;  $x^0, x^1$  — начальное и конечное значения фазового вектора. Допустимое программное управление в классической постановке [4] строится на основе полной информации управляющей стороны о соотношениях (1.1), т. е. о динамике системы и о векторах  $x^0, x^1 \in R^n$ ; такое управление задается в виде зависимости  $u = u(x^0, t_0, x^1; t), t \in [t_0, T]$ , где  $x^0, t_0, x^1$  играют роль параметров. В данной работе предполагается, что точное положение целевой точки  $x^1$  неизвестно управляющей стороне в начальный момент.

Уточним информацию, которой располагает управляющая сторона, и дадим описание класса допустимых управлений. В начальный момент кроме динамических соотношений (1.1) и позиции  $x^0, t_0$  ей известно множество неопределенности  $D$ , такое, что

$$x^1 \in D, D \subset R^n \quad (1.2)$$

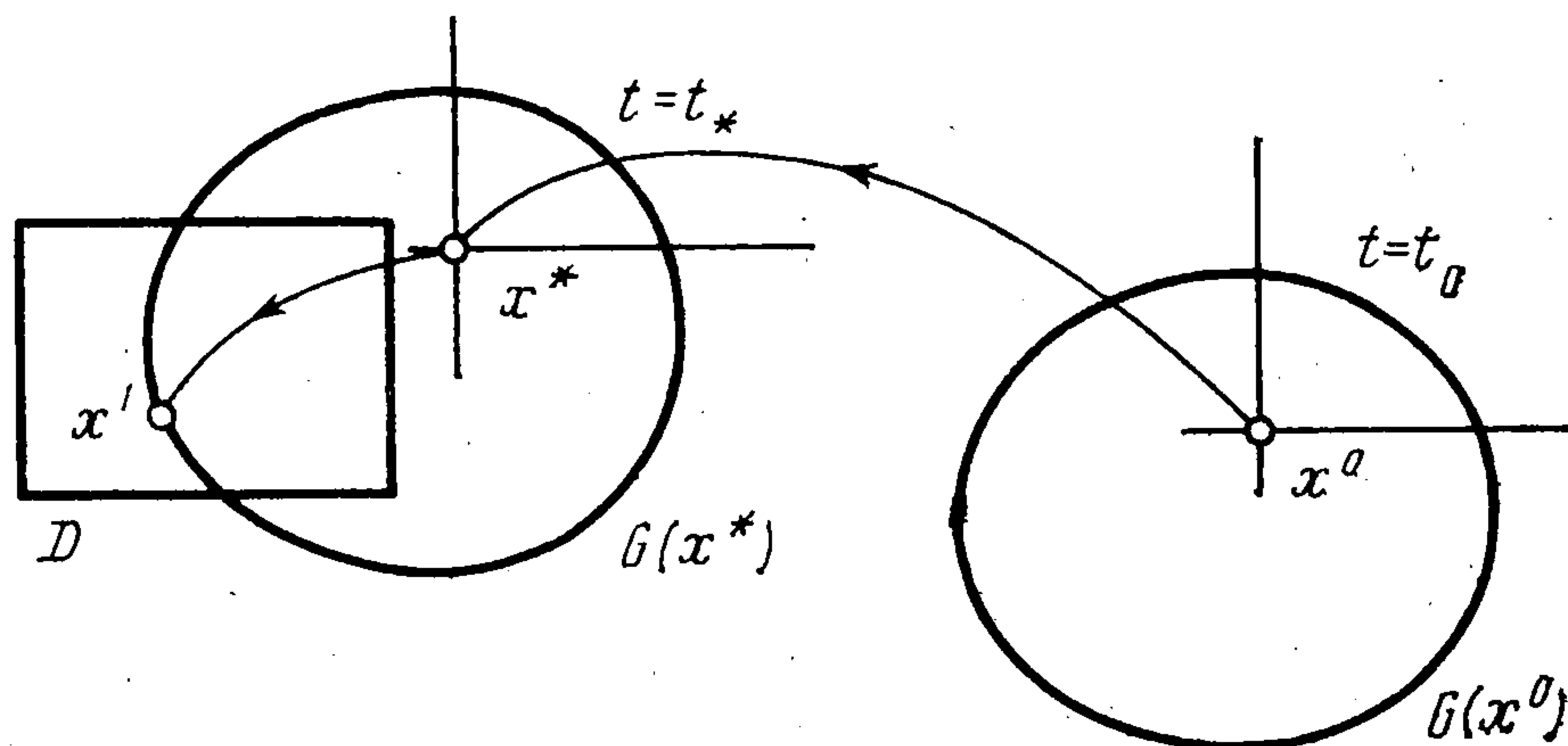
Чтобы осуществить приведение  $x(T) = x^1$ , управляющая сторона должна иметь возможность уточнения информации (1.2). Такая возможность математически описывается при помощи подвижной информационной области  $G = G(x(t))$ , зависящей от текущего значения фазового вектора системы, причем  $G(x) = \{\xi \in R^n: \xi - x \in G_0\}$ , где  $G_0 = G(0)$  — заданное множество. Таким образом, область  $G(x(t))$  зафиксирована в подвижной системе координат с началом в точке  $x(t)$  и осями, параллельными осям исходной системы координат. По предположению  $x^1 \notin G(x^0)$ . Вектор  $x^1$  становится точно известным управляющей стороне в первый момент  $t = t_* \geq t_0$ , в которой выполняется условие наблюдения (обнару-

жения), фиг. 1:

$$x^1 \in G(x(t)) \quad (t = t_*) \quad (1.3)$$

Итак, в процессе движения по траектории  $x(t)$ , соответствующей некоторому управлению  $u(t)$ , управляющая сторона в каждый момент времени располагает величинами  $t$ ,  $x(t)$  и информацией о том, выполнено включение (1.3) или нет, а в случае его выполнения получает точную информацию о векторе  $x^1$ .

Области  $D$  и  $G$  будем считать односвязными, замкнутыми, а область  $D$  — также ограниченной, чтобы, вообще говоря, реализовалось конечное



Фиг. 1

время  $T$ . Выпуклость этих множеств специально не оговаривается, однако наиболее характерными для практических ситуаций представляются выпуклые области  $D$  и  $G$ .

Введем в рассмотрение множества в  $R^n$ :

$$X_0 = \{x \in R^n: D \subset G(x)\}, \quad X_1 = \{x \in R^n: G(x) \cap D \neq \emptyset\} \quad (1.4)$$

Очевидно, что  $X_0$  содержится в  $X_1$ . Если  $x(t) \in X_0$ , то точка  $x^1$  гарантированно наблюдается в момент  $t$ ; при  $x(t) \in X_1$  обнаружение в момент  $t$  возможно, но не гарантировано. Вектор  $x^0$  будем считать принадлежащим области  $X = R^n \setminus X_1$ ; это означает, что в начальный момент целевая точка не может быть наблюдена. Вообще говоря, представляют интерес также ситуации, когда области  $D$  и  $G(x^0)$  имеют общие точки, но вектор  $x^1$  не наблюден, т. е.  $x^0 \notin X_1$ ,  $x^1 \notin G(x^0)$ . Тогда, несколько сузив область  $D$ , можно свести рассмотрение к предыдущему случаю.

Опишем класс допустимых управлений. При указанных условиях информированности, очевидно, нельзя гарантированно удовлетворить граничному условию  $x(T) = x^1$  в классе чисто программных управлений. Необходима коррекция (изменение) программного управления после получения в момент  $t_*$  выполнения условия (1.3) информации о векторе  $x^1$ . В связи с этим допустимыми будем считать кусочно-программные управления с двумя участками программного управления, задающиеся парой функций

$$u = \{u_0(x^0; t), u_1(x^*, t_*, x^1; t)\} \quad (1.5)$$

принимающих значения из области  $U$ . Здесь величины  $x^0$ ,  $x^1$ ,  $x^*$ ,  $t_*$  играют роль параметров со значениями в областях:  $x^0 \in X$ ,  $x^* \in X_1$ ,  $x^1 \in D$ ,  $t_* \geq t_0$ . Другие определяющие параметры  $t_0$ ,  $D$ ,  $G_0$  в обозначении функции  $u_0$  опущены. По времени функции  $u_i$  определены на достаточно больших интервалах  $t_0 \leq t \leq \vartheta_0$ ,  $t_* \leq t \leq \vartheta_*$ ; на характер зависимости от времени, а также на свойства функции в (1.1) наложим самые общие тре-

бования, обеспечивающие существование и единственность решения системы (1.1) на рассматриваемом интервале времени.

Таким образом, для конструирования управления вида (1.5) кроме упомянутой выше начальной информации необходимо в процессе движения в момент  $t_*$  дополнительно получить точную информацию о параметрах  $x^*$ ,  $t_*$ ,  $x^1$ , фиг. 1.

Движение системы (1.1), соответствующее управлению вида (1.5) строится следующим образом. Уравнение (1.1) интегрируется с управлением  $u_0(x^0; t)$  при  $t \geq t_0$  до момента  $t_*$  выполнения условия (1.3), когда становится известен вектор  $x^1$ . Затем используется управление  $u_1(x^*, t_*, x^1; t)$ ,  $t_* \leq t \leq T$ , которое обеспечивает в момент  $T$  равенство  $x(T) = x^1$ . К допустимым будем относить только такие пары (1.5), которым соответствуют конечные значения  $t_*$  и  $T$ . Будем предполагать, что множество допустимых управлений непусто для всех рассматриваемых  $x^0$ .

При фиксированном  $x^0$  каждому допустимому управлению (1.5) и каждому вектору  $x^1 \in D$  соответствует траектория системы (1.1), приходящая в точку  $x^1$ , и время приведения  $J(x^0, x^1, u) = T - t_0$ .

Сформулируем задачу о минимальном гарантированном времени приведения в точку  $x^1$

*Задача 1.* Найти минимальное гарантированное время быстрогодействия  $J_*(x^0)$  и допустимое управление  $u^*$ , доставляющее минимум

$$J_*(x^0) = \min_u \max_{x^1} J(x^0, x^1, u) = \max_{x^1} J(x^0, x^1, u^*), \quad x^1 \in D \quad (1.6)$$

Минимизация здесь проводится по всем допустимым управлениям; предполагается, что экстремумы достигаются.

Достаточно очевидно, что вторая компонента управления  $u^*$  в (1.6) вида (1.5) является оптимальной программой быстрогодействия задачи (1.1) с полной информацией и начальной позицией  $x^*$ ,  $t_*$ . Эту компоненту будем считать в принципе известной, тогда основным искомым объектом служит управление поиска  $u_0(x^0; t)$  и соответствующая траектория.

Описанная выше управляемая система с неполной информацией моделирует информационную ситуацию в некоторых задачах управления в робототехнике [1], а также в ряде других задач управления и поиска.

Наглядной интерпретацией предложенной модели является отождествление информационной области  $G(x(t))$  со световым пятном, которое можно перемещать в «темном» пространстве с целью освещения (обнаружения) неподвижного объекта  $x^1$ , находящегося в заданной области  $D$ .

Основное отличие постановки задачи данной работы от задач гарантированного поиска [2, 3] состоит в том, чтобы не только обнаружить неподвижный объект, но и привести наискорейшим образом фазовый вектор в точку  $x^1$ . Кроме того, в задачах поиска обычно полагается, что  $G(x) \subset D$  при всех  $x$ , т. е. поиск ведется внутри области  $D$ . Ниже будет рассмотрен случай, когда множество  $X_0$  не пусто, т. е. существуют такие векторы  $x \in R^n$ , что  $D \subset G(x)$ .

Отметим одно простое следствие соотношения (1.6), включив в обозначение величины  $J_*$  соответствующее множество  $D$ :

$$J_*(x^0, D') \leq J(x^0, D), \quad D' \subset D \quad (1.7)$$

2. Плоская задача. Пусть  $n = 2$ , а система (1.1) имеет простой вид

$$\begin{aligned} \dot{z} &= u, \quad |u| \leq 1, \quad z(t_0) = z^0, \quad z(T) = z^1 \\ z &= (x, y) \in R^2, \quad |u| = \sqrt{u_1^2 + u_2^2} \end{aligned} \quad (2.1)$$



Зависимость  $y = \varphi(x)$  определяет выпуклый (вогнутый) участок  $AE$  ( $BC$ ) границы области  $D$ . Кривые  $FQ$  и  $FP$ , как это следует из анализа производной функции (2.2), гладко сопрягаются с лучами  $QQ'$  и  $PP'$ . Свойства выпуклости этих кривых вытекают из формулы  $y'' = \frac{1}{2}\varphi''(1 + 1/\varphi'^2)$ , полученной дифференцированием равенства (2.2), и из выпуклости области  $D$ . Если интеграл (2.2) по левой полуокрестности точки  $C$  ( $E$ ) расходится, то точка  $P$  ( $Q$ ) является бесконечно удаленной. Прямая  $FF'$  является общей касательной к кривым  $FQ$  и  $FP$  в точке  $F$ .

Кусочно-гладкую кривую  $PFQ$  с точкой заострения  $F$  без концевых точек  $QP$  обозначим через  $L$ , а через  $L'$  — кривую  $Q'QFP P'$ , уходящую ветвями в бесконечность. Открытую область, лежащую справа от кривой  $L'$ , будем обозначать  $X_L$ . Очевидно, что  $X \subset X_L$ . Рассмотрим семейство касательных лучей к точкам кривой  $L$ , уходящих в область  $X_L$ , т. е. полупрямых, отсекаемых от касательной точкой касания.

В силу монотонности производной  $y'(x)$  через каждую точку области  $X_L$  проходит единственный луч данного семейства. Опорным движением для точки  $z^0 \in X_L$  назовем движение фазовой точки с максимальной единичной скоростью от точки  $z^0$  вдоль луча до кривой  $L$ , далее — по кривой  $L$  до фокуса  $F$ , затем по прямой  $FK$  — до оси ординат.

*Теорема.* Опорное движение для точки  $z^0 \in X$  осуществляется по оптимальной траектории поиска, соответствующей управлению  $u_0^*(z^0; t)$ .

*Доказательство.* Заметим прежде всего, что последний участок траектории приведения в точку  $z^1$  является вертикальным отрезком, так как точка  $z^1$  в момент обнаружения  $t_*$  оказывается на границе полуплоскости  $G$ , а быстрое действие из точки  $z^*$  в  $z^1$  осуществляется по прямой, соединяющей эти точки.

Докажем сначала оптимальность движения по лучу  $F'F$ . Рассмотрим двухточечное множество  $D' = \{A, B\}$ . Можно показать, что для любой точки  $R \in X_L$  минимакс (1.6) при  $D = D'$  равен общей длине ломаных  $RFA, RFB$ ; здесь и далее вместо времени движения иногда будем говорить о длине соответствующего пути, поскольку фазовая точка движется с единичной скоростью. Покажем, что если  $R \in FF'$ , то в оценке (1.7) имеет место равенство. Проведем через точку  $R$  вертикаль  $A'B'$ . По построению отрезок  $KR$  является медианой прямоугольного треугольника  $A'KB'$  и равен по длине отрезкам  $RB', RA'$  и ломаным  $RFB, RFA$ . Поскольку  $KB'$  и  $KA'$  — касательные к выпуклой фигуре  $D$ , то целевая точка может появиться лишь на отрезке  $A'B'$ , и расстояние до нее от точки  $R$  не будет превышать длины отрезка  $RB'$ . Наихудшими положениями цели являются точки  $A, B$ , когда указанное время приведения достигается в точности. Таким образом, оптимальность опорного движения по  $F'F$  установлена, указано гарантированное время. В частности, если начальная точка  $R$  совпадает с  $F$ , то гарантированное время равно общей длине  $|FB|$  отрезков  $FB$  и  $FA$ .

Покажем, что подобным свойством обладают начальные точки  $M \in L'$ , т. е. гарантированное время равно длине отрезка вертикали от точки  $M$  до соответствующей точки  $N$  кривой  $BC$  (или кривой  $AE$ , если  $M \in FQ$ ), фиг. 3. Ясно, что гарантированное время движения  $J_*(M)$  из точки  $M$  не может быть меньше длины отрезка  $MN$ , так как точка  $z^1$  может оказаться в  $N$ . Для того чтобы при движении по дуге  $PF$  в сторону точки  $F$  сохранить гарантированное время  $J_*(M)$  при возможном обнаружении  $z^1$ , скажем, в точке  $N'$ , должно выполняться условие равенства длин путей

$MN$  и  $MM'N'$ . Обозначив  $(x, y(x)), (x + \Delta x, y(x + \Delta x))$  координаты точек  $M$  и  $M'$ , а  $\Delta s$  длину дуги  $MM'$ , запишем это условие в виде

$$\varphi(x + \Delta x) - y(x + \Delta x) + \Delta s = \varphi(x) - y(x) \quad (2.3)$$

Устремив в (2.3)  $\Delta x$  к нулю, можно получить дифференциальную связь

$$y'(x) = \frac{\varphi'^2(x) - 1}{2\varphi'(x)} \quad (2.4)$$

интегрированием которой получена формула (2.2).

Нетрудно убедиться, что для любой начальной точки  $P'$  на вертикальном луче  $PP'$  (фиг. 2) гарантированное время равно длине отрезка  $P'C$ , а гарантирующим движением является движение по вертикали до точки  $P$ , затем (если точки  $z^1$  не оказалось на отрезке  $PC$ ) по опорной траектории. Необходима еще одна оценка, показывающая, что появление точки  $z^1$  на вертикали  $MN$  ниже точки  $M$  не может ухудшить (увеличить) результат  $|MN|$ . Эта оценка вытекает из более общей оценки, полученной в конце доказательства.

Таким образом, установлена оптимальность опорного движения для начальных точек на кривой  $L'$  и найдено соответствующее время движения. Заметим, что любая траектория поиска, начинающаяся в правой полуплоскости  $x > 0$  для обеспечения просмотра всей области  $D$  (гарантированного наблюдения) должна заканчиваться на оси ординат и поэтому пересекает линию  $L'$ . По доказанному после выхода на кривую  $L'$  поиск должен вестись по опорной траектории. В связи с этим рассмотрим задачу оптимального приведения системы (2.1) из точки  $z^0 \in X_L$  на линию  $L'$  с интегральной частью функционала, равной времени движения до  $L'$ , и терминальной частью, равной  $J_*(z')$ ,  $z' \in L'$ , где  $J_*$  — уже известное оптимальное гарантированное время приведения из точки  $z'$  и  $z^1$ :

$$\begin{aligned} z' = u, \quad |u| \leq 1, \quad z(0) = z^0 \in X_D, \quad z(\theta) \in L' \\ J = \theta + J_*(z(\theta)) - \min \end{aligned} \quad (2.5)$$

Задача (2.5) может быть решена методами книги [4] либо прямыми геометрическими методами. Множество оптимальных траекторий задачи (2.5) в точности совпадает с совокупностью касательных к кривым  $FQ$  и  $FP$ . Оптимальное значение функционала  $J'(z^0)$  задачи (2.5), очевидно, оценивает снизу время  $J_*(z^0)$ :

$$J'(z^0) \leq J_*(z^0), \quad z^0 \in X_L, \quad (2.6)$$

Покажем, что в (2.6) имеет место равенство. Для этого достаточно доказать, что при движении по касательной до кривой  $L$  целевая точка не может быть обнаружена на более дальнем расстоянии чем длина оставшегося пути поиска. Действительно, для произвольной точки  $M_1$  углы при вершинах  $M$  и  $R$  в треугольнике  $M_1MR$ , соответствующем  $MN = RN_1$ , оказываются равными благодаря связи (2.4) между тангенсами углов наклона касательных  $MM_1$  и  $NN_1$ . Тогда длины отрезка  $M_1N_1$  и ломаной  $M_1MN$  одинаковы и равны  $J'(M_1)$ . В силу выпуклости фигуры  $D$  расстояние до касательной мажорирует расстояние до любой другой точки области  $D$ , находящейся выше прямой  $FF'$ . Для точек, лежащих ниже прямой  $FF'$ , оценку получаем с использованием касательной  $AA'$ . Искомая оценка

$$|M_1M| + |MF| + |FA| \geq |M_1A'|$$

следует из равенства  $|F'M_1| + |M_1A'| = |FF'| + |FA|$ , отмеченного в начале доказательства как свойство прямой  $FF'$ , из очевидной оценки  $|FM_1| \leq |M_1M| + |FM|$  и неравенства треугольника применительно к  $FF'M_1$ . Здесь  $|FM|$  — длина дуги  $FM$ , в остальных случаях подразумеваются длины соответствующих отрезков.

Аналогично проводится рассмотрение для касательных к кривой  $FQ$ . Этим завершается доказательство теоремы.

Отметим, что построенное поле траекторий формирует лишь два участка границы области  $D$ :  $BC$  и  $AE$ . В частности, выпуклая оболочка этих двух дуг представляет собой наиболее узкое множество  $D$ , порождающее данное поле. Это же поле пригодно для любой ограниченной выпуклой области  $D$ , имеющей в составе своей границы дуги  $BC$  и  $AE$  и лежащей внутри полосы  $C'SBKAEE'$ . Сколь бы далеко вправо ни простиралась область  $D$  (ограниченная), все касательные к кривым  $FQ$ ,  $FP$  (без правых концов) выходят в полуплоскость  $X$  и заполняют ее.

Предложенное доказательство может быть обобщено и на случай, когда от области  $D$  требуется лишь ограниченность и выпуклость. Используемые при доказательстве свойства выпуклости и монотонности обеспечиваются теоремой 2 книги ([5], с. 477). Другой прием построения поля траекторий поиска для области  $D$  с негладкой границей состоит в мажорировании ее некоторой областью  $D' \supset D$  с гладкой границей и нахождении предельного поля при стягивании  $D'$  к  $D$ . В частности, построенные таким образом траектории поиска для случая, когда  $D$  — отрезок, совпадают с результатами работы [1], где такое поле построено другим способом.

**3. О минимальном интервале наблюдений.** Предположим, что проверка условия наблюдения (1.3) сопряжена с затратами некоторых ресурсов и управляющая сторона заинтересована начать наблюдения как можно позже. Очевидно, что если точка  $x(t)$  достаточно далеко от множества  $D$ , так что пересечение  $D \cap G(x(t))$  пусто, то наблюдения можно не вести (не включать датчик). Его целесообразно включать, когда вектор  $x(t)$  попадает в пределы множества  $X_1$  из (1.4). Однако в смысле гарантированного времени приведения не будет потерь, если датчик не включать еще некоторое время после пересечения границы области  $X_1$ .

Действительно, пусть  $S(x^0, x^1)$  — время оптимального быстрогодействия для системы (1.1) с полной информацией. Примем некоторое положение  $x(t) \in X_1$  за начальное  $x^0$ ,  $t = t_0$  и предположим, что до выхода в точку  $x^0$  датчик не был включен. Если теперь в момент  $t_0$  включить датчик, то может оказаться, что точка  $x^1$  попала в область обзора. Наибольшее время движения в обнаруженную таким образом точку  $x^1$  равно максимуму:

$$S^*(x^0) = \max_{x^1} S(x^0, x^1), \quad x^1 \in D \cap G(x^0) \quad (3.1)$$

Очевидно, коль скоро время  $S^*(x^0)$  не превосходит времени  $J_*(x^0)$ , включение датчика можно не проводить. Неравенство

$$S^*(x^0) \leq J_*(x^0) \quad (3.2)$$

выделяет в пространстве  $x, t$  область, при движении в которой наблюдения можно опустить без потери в исходном гарантированном результате. В автономной задаче неравенство (3.2) выделяет область в  $x$ -пространстве. В постановке задачи работы [1] область  $Y \subset R^n$  движения с выключенным датчиком находилась в ведении управляющей стороны и рассматривалась как элемент управления, т. е. момент включения датчика строился

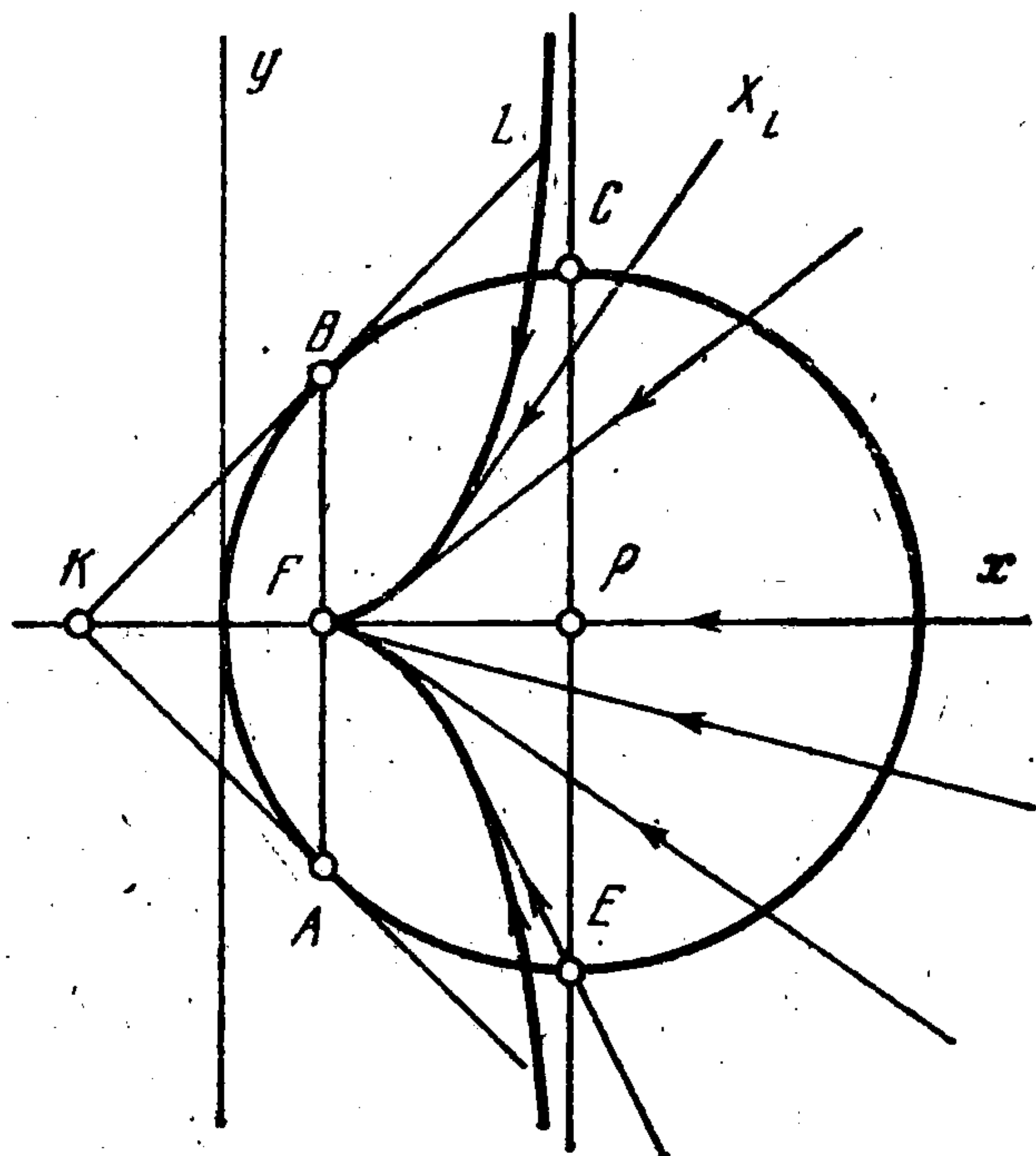
позиционно (по наблюдению за фазовым вектором). Предельно широкая область  $Y$  соответствует выполнению равенства в соотношении (3.2).

4. Примеры. Рассмотрим задачу разд. 2, в которой границей области  $D$  является эллипс  $(x-a)^2/a^2 + y^2/b^2 = 1$ . Фокус  $F$  (он не совпадает с фокусами эллипса) расположен на оси абсцисс; вычисления приводят к следующему значению абсциссы точки  $F$ :  $x_F = a - a^2/\sqrt{a^2 + b^2}$ . Дуги  $BC$  и  $AE$  задаются зависимостями  $\varphi(x) = \pm b/a \cdot \sqrt{a^2 - (x-a)^2}$ . Равенство (2.2), определяющее огибающие  $FQ$  и  $FP$ , имеет вид

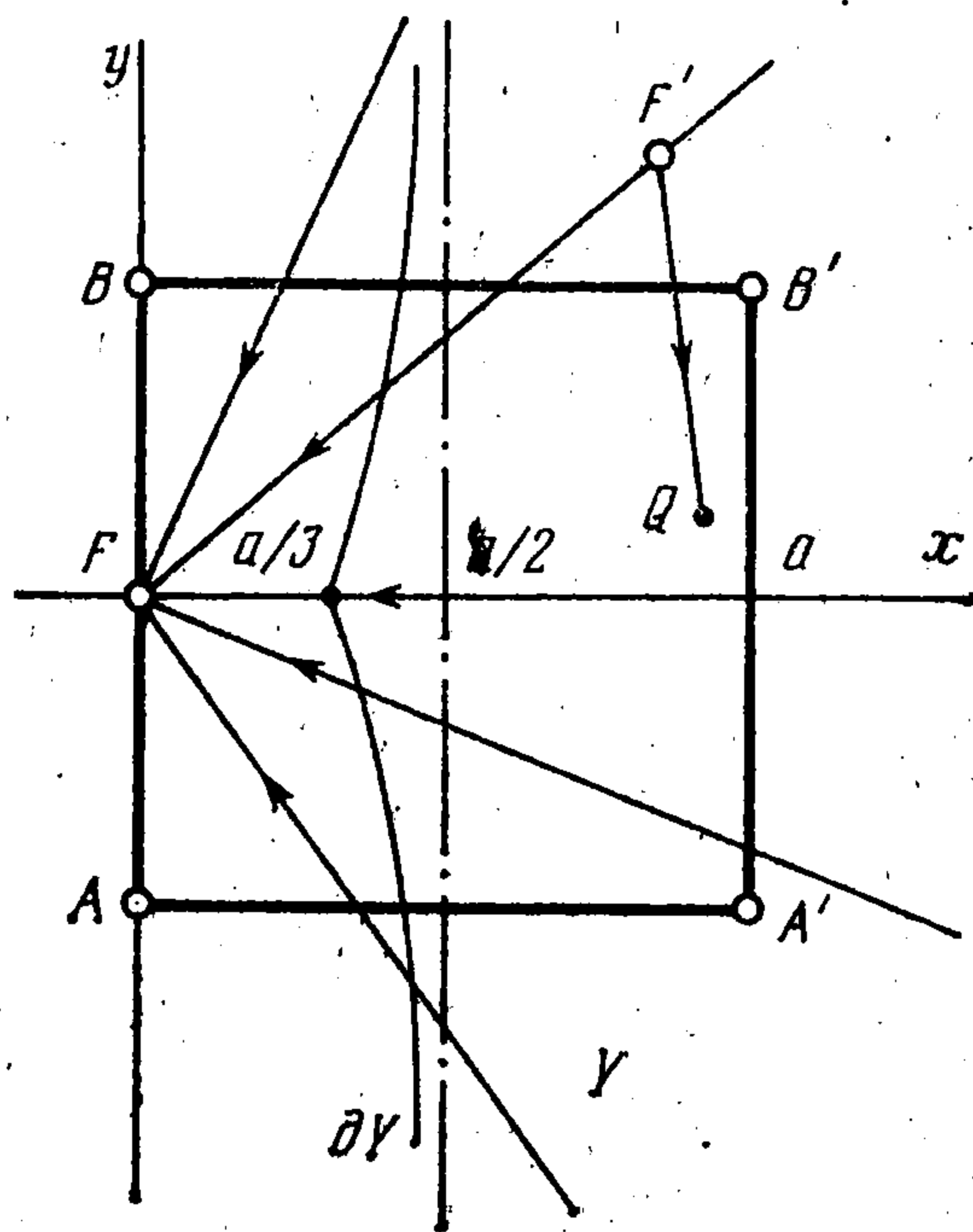
$$\pm y(\xi) = \frac{a^2 + b^2}{2ab} \sqrt{a^2 - \xi^2} - \frac{\sqrt{a^2 + b^2}}{2} - \frac{a^2}{2b} \ln \frac{a(a + \sqrt{a^2 - \xi^2})}{\xi(b + \sqrt{a^2 + b^2})}, \quad \xi = a - x$$

Точки  $Q$  и  $P$  бесконечно удалены. Фазовая картина траекторий поиска для случая круга ( $a = b = \rho$ ) изображена на фиг. 4. Оптимальные траектории поиска отличаются от простого движения к центру круга, содержат криволинейные участки.

Пусть область  $D$  представляет собой квадрат со стороной  $a$  и центром в точке  $(a/2, 0)$ , фиг. 5. Из оценок разд. 2 следует, что траектории оптимального поиска будут



Фиг. 4



Фиг. 5

такими же, если принять за область  $D$  вертикальный отрезок  $AB$ . Используя замечание в конце разд. 2 или результаты работы [1], можно показать, что оптимальными траекториями поиска, как и в случае, когда  $D$  — отрезок  $AB$ , являются прямые, ведущие к центру  $F$  отрезка  $AB$ .

Рассмотрим задачу разд. 3. Граница области  $Y$ , определяемой соотношением (3.2), для рассматриваемого случая простого движения состоит из точек  $F'$ , таких, что

$$|FF'| = \max_Q |F'Q|, \quad Q \in D \cap G(F')$$

Этот максимум достигается, очевидно, в точке  $C$  или  $E$ . Вычисления приводят к равенству, определяющему границу области  $Y$ , фиг. 5:

$$x = 1/3 [2(a + |y|) - \sqrt{a^2 + 2a|y| + 4y^2}], \quad -\infty < y < +\infty$$

Таким образом, до выхода на построенную кривую датчик, проверяющий условие (1.3), можно не включать. Как видно из фиг. 5, датчик включается после того, как область  $G$  «заметала» более половины квадрата  $D$ .

Отметим, что проведенные построения пригодны для случая, когда область  $D$  состоит только из четырех точек — вершин квадрата: точки  $A, B$  определяют поле траекторий, точки  $C, E$  — область  $Y$ .

## ЛИТЕРАТУРА

1. Меликян А. А. Минимаксная задача управления при неполной информации о положении целевой точки // Изв. АН СССР. Техн. кибернетика. 1989. № 2. С. 111—118.
2. Черноусько Ф. Л. Управляемый поиск подвижного объекта // ПММ. 1980. Т. 44. Вып. 1. С. 3—12.
3. Петросян Л. А., Зенкевич Н. А. Оптимальный поиск в условиях конфликта. Л.: Изд-во ЛГУ, 1987. 75 с.
4. Понтрягин Л. С., Болтянский В. Г., Гамкрелидзе Р. В., Мищенко Е. Ф. Математическая теория оптимальных процессов. М.: Наука, 1969. 384 с.
5. Натансон И. П. Теория функций вещественной переменной. М.: Наука, 1974. 480 с.

Москва

Поступила в редакцию  
7.XII.1988