Прикладная математика и механика. Том 53, вып. 6, 1989

УДК 536.46 : 541.126

В. М. Агранат, Д. А. Губин

ВЛИЯНИЕ СОПРЯЖЕННОГО И ЛУЧИСТОГО ТЕПЛООБМЕНА НА НЕСТАЦИОНАРНОЕ ГОРЕНИЕ ПРОДУКТОВ ИНТЕНСИВНОЙ ГАЗИФИКАЦИИ ТЕЛА В ПОТОКЕ ГАЗА

В развитие результатов работ [1—4], на основе приближенной математической модели [2] горения продуктов интенсивной газификации окрестности лобовой критической точки тела анализируется влияние параметров сопряженности теплообмена, излучения и других факторов на условия единственности и устойчивости стационарных режимов горения. В случае газификации с постоянной массовой скоростью в зависимости от соотношения между параметрами задачи установлена аналогия между исследуемой моделью и моделями гомогенного химического реактора непрерывного действия, реактора с псевдоожиженным слоем катализатора и реактора с регулятором температуры [5]. Получены простые необходимые условия неустойчивости стационарных режимов и возникновения автоколебаний. Установлено сильное стабилизирующее влияние сопряженного теплообмена и интенсивного вдува на процесс горения и обнаружено дестабилизирующее влияние лучистого теплообмена.

1. Постановка задачи. Рассмотрим обтекание окрестности лобовой критической точки газифицирующегося сферически затупленного тела потоком высокоэнтальпийного газа. Предположим, что имеет место сильный вдув продуктов газификации, когда вблизи стенки можно пренебречь молекулярными процессами переноса импульса, массы и энергии по сравнению с конвективным переносом. Скорость газофазной реакции считаем зависящей только от температуры и концентрации одного лимитирующего компонента газовой смеси, который образуется при газификации. Тогда, согласно [1, 2], задача определения условий существования, единственности и устойчивости стационарных режимов тепломассообмена между окрестностью лобовой точки обтекаемого тела и газовым потоком математически сводится к определению условий существования, единственности и устойчивости стационарных решений следующей краевой задачи, записанной в безразмерном виде:

$$ff'' = \frac{1}{2}\left[(f')^2 - \frac{\rho_e}{\rho}\right], \quad \frac{\rho_e}{\rho} = \frac{1+\beta\Theta}{1+\beta\Theta_e}\frac{M_e}{M}$$

$$f\Theta' = \frac{1}{\pi_t}\left[\frac{\partial\Theta}{\partial\tau} - \frac{1}{\gamma}\pi_q\pi_\delta R_2(C, \Theta)\right] \tag{1.1}$$

$$fC' = \frac{1}{\pi_t}\left[\frac{\partial C}{\partial\tau} + \pi_\delta R_2(C, \Theta)\right]$$

$$\frac{\partial^2\Theta_s}{\partial y_s^2} + \gamma\sqrt{\pi_\varkappa}\frac{\rho_w}{\rho_s}R_1\frac{\partial\Theta_s}{\partial y_s} = \frac{\partial\Theta_s}{\partial\tau} \tag{1.2}$$

$$\frac{\lambda_w\rho_w}{\lambda_e\rho_e}\sqrt{\frac{\pi_t}{\mathrm{Pr}}}\left(\frac{\partial\Theta}{\partial\eta}\right)_w + \alpha_1\frac{\rho_w}{\rho_e}R_1 -$$

$$-\pi_\sigma[(1+\beta\Theta_w)^4 - (1+\beta\Theta_e)^4] = -K_\varepsilon\left(\frac{\partial\Theta_s}{\partial y_s}\right)_w$$

$$-\frac{\lambda_w}{\lambda_e}L\sqrt{\frac{\pi_t}{\mathrm{Pr}}}\left(\frac{\partial C}{\partial\eta}\right)_w = \gamma R_1(1 - C_w) \tag{1.3}$$

$$\Theta|_{\eta=0} = \Theta_s|_{y_s=0}, \quad \Theta_s|_{y_s\to\infty} = -\Theta_{sH}$$

$$f|_{\eta=0} = f_w = -\frac{\gamma R_1}{\sqrt{\pi_t \mathrm{Pr}}}\frac{\rho_w}{\rho_e}, \quad \left(\frac{\partial f}{\partial \eta}\right)_{\eta=0} = 0$$

$$\tau = \frac{t}{t_*}, \quad t_* = \frac{2y_*^2\rho_e c_{pe}}{\lambda_e}, \quad y_* = \frac{\lambda_e R T_*^2}{\rho_e E_1 |q_1| k_1}\exp\frac{E_1}{RT_*}$$

$$y_s = -\frac{y\sqrt{\pi_\varkappa}}{y_*}, \quad \pi_\varkappa = \frac{\lambda_e \rho_s c_{ps}}{\lambda_s \rho_e c_{pe}}, \quad \Theta = \frac{E_1}{RT_*^2}(T - T_*),$$

$$R_1 = \frac{(\rho v)_w}{\rho_w k_1}\exp\frac{E_1}{RT_*}, \quad \gamma = \frac{c_{pe}RT_*^2}{|q_1|E_1}, \quad \pi_t = t_*\beta_x,$$

$$\beta_x = \left(\frac{du_e}{dx}\right)_{x=0}, \quad \pi_\sigma = \frac{\varepsilon_R \sigma T_*^2 y_* E_1}{R\lambda_e}, \quad \varepsilon_R = \left(\frac{1}{\varepsilon_1} + \frac{1}{\varepsilon_2} - 1\right)^{-1},$$

$$K_\varepsilon = \sqrt{\pi_c \pi_\rho}, \quad \pi_c = \frac{c_{ps}}{c_{pe}}, \quad \pi_\rho = \frac{\rho_s\lambda_s}{\rho_e\lambda_e}, \quad \beta = \frac{RT_*}{E_1},$$

$$\Theta_{sH} = \frac{E_1}{RT_*^2}(T_* - T_{sH}), \quad L = \frac{\mathrm{Pr}}{\mathrm{Sc}}, \quad \mathrm{Pr} = \frac{\mu c_p}{\lambda}, \quad \mathrm{Sc} = \frac{\mu}{\rho D},$$

$$\alpha_1 = \frac{q_1}{|q_1|}, \quad \pi_q = \frac{q_2}{|q_1|}, \quad \pi_\delta = \frac{1}{2}\pi_t \mathrm{Dam}, \quad \mathrm{Dam} = \frac{k_2}{\beta_x}\exp\left(-\frac{E_2}{RT_*}\right),$$

$$\eta = \frac{ru_e}{\sqrt{2\zeta}}\int_0^y \rho dy, \quad \zeta = \int_0^x \mu_e\rho_e u_e r^2 dx$$

Здесь τ, y_s — безразмерные время и координата; ζ, η — переменные А. А. Дородницына в форме Лиза; f, θ — безразмерные функция тока и температура; C — массовая концентрация лимитирующего компонента; R_1, R_2 — безразмерные массовые скорости реакции газификации и газофазной реакции соответственно; α_1, α_2, β, γ, Dam, π_t, π_c, π_ρ, π_δ, $\pi_\varkappa$, π_σ, π_q, K_ε, L, Pr, Sc, β_1 — безразмерные параметры; x, y — координаты ортогональной системы координат, связанной с границей раздела сред; r — радиус поперечной кривизны тела; u, v — компоненты скорости газа; ρ — плотность; c_p — теплоемкость при постоянном давлении; μ — динамическая вязкость; M — молекулярный вес газовой смеси; T — температура; D — эффективный коэффициент диффузии; λ — коэффициент теплопроводности; E_1, q_1, k_1, E_2, q_2, k_2 — энергия активации, тепловой эффект и предэкспонент реакции газификации и газофазной реакции соответственно; ε_R — приведенная степень черноты системы [6]; ε_1, ε_2 — степени черноты газа и стенки соответственно; σ — постоянная Стефана — Больцмана; R — универсальная газовая постоянная; штрих означает дифференцирование по η; индексы s, H, e, w, $*$ относятся соответственно к параметрам конденсированной фазы, параметрам конденсированной фазы при $y_s \to \infty$, параметрам газовой фазы на внешней границе пограничного слоя, параметрам на границе раздела сред, характерным величинам.

При выводе уравнений (1.1), описывающих тепломассоперенос в газовой фазе в окрестности лобовой критической точки твердого тела, предполагалось, что газ оптически прозрачен, числа Прандтля и Шмидта и произведение плотности на вязкость постоянны, газовая смесь является эффективной бинарной [7], а удельные теплоемкости различных компонентов постоянны и одинаковы. Уравнения неразрывности и движения рассматривались как квазистационарные.

При наличии газофазной реакции ($R_2 \neq 0$) и вдува ($f_w \neq 0$) в соответствии с (1.1) и согласно [8] градиенты температуры и концентрации на границе раздела сред отличны от нуля. Поэтому при записи законов сохранения энергии и массы на границе раздела сред в (1.3) были оставлены члены, характеризующие перенос энергии и массы вследствие процессов теплопроводности и диффузии.

Поскольку цель работы — качественное исследование режимов тепломассообмена, конкретные начальные условия можно не использовать.

Для определенности сделаем дополнительные предположения относительно кинетики газификации и газофазной реакции. Пусть газофазная реакция имеет первый порядок по лимитирующему компоненту и подчиняется закону Аррениуса. Допустим, что газификация экзотермическая ($\alpha_1 = +1$) и протекает с постоянной массовой скоростью ($(\rho v)_w = \text{const}$), λ — линейная функция температуры, а молекулярный вес смеси постоянный. В качестве характерной температуры T_* выберем температуру невозмущенного потока газа T_e, что дает $\Theta_e = 0$.

При сделанных предположениях способом [2], основанным на двукратном интегрировании уравнения (1.2) по y_s от 0 до ∞ с последующей оценкой возникающего при этом интеграла [9], краевая задача (1.1)—(1.3) сводится к динамической системе второго порядка

$$\frac{dC_w}{d\tau_1} = a(1 - C_w) - \bar{C}_1 C_w \exp\left(-\frac{\bar{E}}{\Theta_{1w}}\right) \equiv P_1(C_w, \Theta_w)$$

$$\frac{d\Theta_{1w}}{d\tau_1} = \varepsilon\left\{L_1 a(\Theta_0 - \Theta_{1w}) + \bar{C}_1\bar{C}_2 C_w \exp\left(-\frac{\bar{E}}{\Theta_{1w}}\right) + Q(1 - \Theta_{1w}^4)\right\} \equiv Q_1(C_w, \Theta_w) \tag{1.4}$$

$$\tau_1 = \beta_x t, \quad \Theta_1 = \frac{T_w}{T_e}, \quad \bar{E} = \frac{E_2}{RT_e}, \quad \bar{C}_1 = \frac{k_2}{2\beta_x}, \quad \bar{C}_2 = \frac{q_2 C_0}{c_p T_e},$$

$$a = \mathrm{Sc}\, f_w^2, \quad L_1 = L\pi_c, \quad \varepsilon = (1 + \pi_\rho)^{-1}, \quad \Theta_0 = \frac{T_{sH}}{T_e} + \frac{C_3}{\pi_c}, \quad C_3 = \frac{q_1}{c_p T_e},$$

$$Q = \frac{q_R}{q_k}, \quad q_R = \varepsilon_R \sigma T_e^4, \quad q_k = \frac{T_e \lambda_e}{f_w}\sqrt{\frac{2\beta_x}{\nu_e}}$$

Здесь a — безразмерный эффективный коэффициент массообмена, $\bar{C}_1$ и $\bar{C}_2$ — первое и второе числа Дамкеллера для газофазной реакции, C_3 — второе число Дамкеллера газификации, Q — относительный лучистый поток, ν_e — кинематическая вязкость на внешней границе пограничного слоя.

Система (1.4) описывает изменения во времени относительной массовой концентрации C_w промежуточного лимитирующего компонента и безразмерной температуры Θ_{1w} на границе раздела сред. Анализ возможных режимов тепломассообмена в поставленной задаче сводится, таким образом, к качественному исследованию многопараметрической динамической системы (1.4).

2. Анализ математической модели и физическая интерпретация результатов. Динамическая система (1.4) является обобщением систем, исследованных в работах [3, 10, 11], и частным случаем системы, описанной в [2]. Последнее обстоятельство позволяет использовать при исследовании (1.4) результаты работы [2], например, установленные в [2] принцип нечетности состояний равновесия, наличие цикла без контакта и условия мягкого возбуждения автоколебаний [5, 12, 13].

При отсутствии лучистого теплообмена ($Q = 0$) система (1.4) отличается от подробно исследованных моделей неизотермического гомогенного химического реактора непрерывного действия [5], газофазного диффузионного [3] и гетерогенного [10] горения в пограничном слое наличием в выражении для Q_1 множителя ε, который играет роль параметра сопряженности задачи. Вообще говоря, $0 \leqslant \varepsilon = (1 + (\lambda_s\rho_s)/(\lambda_e\rho_e))^{-1} \leqslant 1$, где знаки равенства отвечают предельным случаям бесконечной теплопроводности тела ($\lambda_s = \infty$) и теплоизолированной стенки ($\lambda_s = 0$), которые на практике не реализуются.

Для большинства практически важных задач теплообмена ε оказывается малым параметром. Действительно, при конечной теплопроводности λ_s, как правило, $\lambda_s \gtrsim \lambda_e$, а плотность конденсированной фазы ρ_s при умеренных значениях давления газа значительно превышает плотность газа ρ_e ($\rho_s \gg \rho_e$), и, следовательно, $\varepsilon \ll 1$. Если $\varepsilon \ll 1$, то скорости изменения Θ_{1w} и C_w значительно различаются, так как $Q_1/P_1 = O(\varepsilon)$ ($L_1 \sim 1$, $\bar{C}_2 \sim 1$). Кроме того, $\partial P_1/\partial C_w < 0$. Поэтому к системе (1.4) при $\varepsilon \ll 1$ можно применить метод квазистационарных концентраций [5], в соответствии с которым анализ системы (1.4) сводится к анализу одного дифференциального уравнения и одного конечного соотношения:

$$\frac{d\Theta_{1w}}{d\tau_1} = Q_1(C_w, \Theta_{1w}), \quad P_1(C_w, \Theta_{1w}) = 0 \tag{2.1}$$

Уравнение в (2.1) аналогично уравнению теплового взрыва [12]. Оно допускает множественность стационарных решений, однако автоколебания и колебательная неустойчивость недопустимы в динамической системе первого порядка (2.1) при любой однозначной функции Q_1 [13].

Условие $\rho_s \gg \rho_e$ нарушается при давлениях газа порядка 10^3 атм, когда $\rho_s \sim \rho_e$ и, следовательно, $\varepsilon \lesssim 1$. Оно может быть нарушено и в случае пористого тела (ρ_s невелика) или запыленного газа ($\rho_e \sim \rho_s$).

Для $\varepsilon \lesssim 1$ и $Q = 0$ систему (1.4) запишем в виде

$$\begin{aligned} \frac{dx^*}{d\tau_2} &= -x^* \exp\left(-\frac{1}{y^*}\right) + l(x_0 - x^*) \\ \frac{dy^*}{d\tau_2} &= x^* \exp\left(-\frac{1}{y^*}\right) + m(y_0 - y^*) \end{aligned} \tag{2.2}$$

$$x^* = \frac{\varepsilon R q_2 C_0 C_w}{E c_p}, \quad y^* = \frac{RT_w}{E_2}, \quad x_0 = \frac{\varepsilon R q_2 C_0}{E_2 c_p}, \quad y_0 = \frac{R}{E_2}\left(T_{sn} + \frac{q_1}{c_s}\right),$$

$$\tau_2 = \frac{k_2 t}{2}, \quad l = \frac{2\,\mathrm{Sc}\, f_w^2 \beta_x}{k_2}, \quad m = \varepsilon L_1 l$$

Известно [5], что качественные свойства решений системы (2.2) существенно зависят от величины параметра $L_2 = l/m$, характеризующего соотношение скоростей массо- и теплообмена: при $L_2 < 1$ (гомогенный реактор) возможны колебательная неустойчивость стационарных решений и автоколебания, а при $L_2 \geqslant 1$ (реактор с псевдоожиженным слоем катализатора) указанные нестационарные явления невозможны и всегда существует устойчивый апериодический стационарный режим (или два таких режима).

Непосредственное влияние числа Льюиса L на устойчивость горения в данной задаче противоположно тому, которое оказывается им при гомогенном горении [1—3, 14]. Если термокинетические колебания, обусловленные диффузионно-тепловой неустойчивостью пламени, в гомогенной системе возможны лишь при $L < 1$ [1], то в рассматриваемой задаче об интенсивной газификации автоколебания могут возникать только при $L_1 = L\pi_c > 1$, так как необходимое условие их существования $L_2 < 1$ имеет вид $L_1 > 1/\varepsilon$ или $\varepsilon > \varepsilon_* = 1/L_1$, где $\varepsilon \leqslant 1$. Это объясняется, повидимому, тем, что в данном случае вещество, лимитирующее протекание вблизи тела газофазной реакции, подводится не диффузией, которая вызывает отвод вещества из зоны горения в глубь пограничного слоя, а путем вдува вследствие газификации.

Поскольку для многих газов $L_1 \sim 1$, а $\varepsilon < 1$, то в большинстве практически интересных случаев $L_2 = 1/(\varepsilon L_1) > 1$ и система (2.2), аналогичная модели реактора с псевдоожиженным слоем катализатора [5], всегда обладает устойчивым апериодическим стационарным решением. Формально при $L_1 > 1$ с ростом ε (например, при увеличении давления газа, пористости тела или вследствие его диспергирования) возможен переход ε через критическое значение ε_*, который приводит к появлению у системы (2.2) характерных черт модели гомогенного реактора непрерывного действия [5] — возможности колебательной неустойчивости и автоколебаний. Однако для большинства реальных реагирующих сред этот переход невозможен, так как значению ε_* часто соответствует практически недостижимое значение $\pi_\rho^* = (1 - \varepsilon_*)/\varepsilon_*$ (например, для паров бензина $L_1 \approx 4$ и $\pi_\rho \approx 3$). Интересно, что практически невыполнимое при $\lambda_s \neq 0$ условие $L_2 < 1$ при использовании модели теплоизолированной стенки ($\lambda_s = 0$) становится легковыполнимым условием $L_1 > 1$, так как при этом $\varepsilon = 1$ и $L = 1/L_1$.

Таким образом, в исследуемой системе при отсутствии лучистого теплообмена в реальных условиях ($0 < \varepsilon \ll 1$) при обычных умеренных давлениях газа механизм Франк — Каменецкого [12] возбуждения термокинетических колебаний, характерных для гомогенных и некоторых гетерогенных систем [1—4, 10, 11, 14], не срабатывает. Он подавляется совместным стабилизирующим влиянием интенсивного вдува и сопряженного теплообмена.

При $L_2 = 1$ ($\varepsilon L_1 = 1$) система (1.4) аналогична системе, описывающей реактор с регулятором температуры [5]

$$\begin{gathered}
\frac{dC_w}{d\tau_3} = 1 - C_w - W(C_w, \Theta_N) \\
\frac{d\Theta_N}{d\tau_3} = \Theta_{0N} - \Theta_N + W(C_w, \Theta_N) - U(\Theta_N) \\
W = \frac{1}{a}\bar{C}_1 C_w \exp\left(-\frac{EL_1}{\bar{C}_2\Theta_N}\right), \quad U = \frac{Q}{a\bar{C}_2}\left[\left(\frac{\bar{C}_2}{L_1}\right)^4 \Theta_N^4 - 1\right] \\
\Theta_N = L_1\Theta_{1w}/\bar{C}_2, \quad \Theta_{0N} = L_1\Theta_0/\bar{C}_2, \quad \tau_3 = a\tau_1
\end{gathered} \tag{2.3}$$

Необходимое условие существования автоколебаний и колебательной неустойчивости [2, 5] для системы (2.3) принимает вид $U'\partial W/\partial C_w > 1$. Отсюда следует, что при отсутствии лучистого теплообмена ($U = 0$) или при наличии излучения газа и отсутствии излучения стенки ($U = \text{const}$), когда $U' = 0$, колебательная неустойчивость и автоколебания с мягким возбуждением невозможны в системе (1.4) при $L_2 = 1$. Однако при учете лучистого потока с поверхности $U' > 0$ и указанное необходимое условие становится выполнимым. Учет излучения с поверхности расширяет область неустойчивости: она становится возможной при $L_2 = 1$, тогда как при $Q = 0$ неустойчивость возможна лишь при $L_2 < 1$.

Применение к системе (1.4) условий Рауса — Гурвица [5] позволяет получить необходимое условие неустойчивости стационарных режимов

$$L_2 < L_2^* \equiv a\,(1 + 4Q\Theta_{1w}^{\circ 3}/(L_1 a)) \tag{2.4}$$

где Θ_{1w}° — стационарное значение Θ_{1w}. При выполнении условия (2.4) в системе становятся возможными автоколебания и колебательная неустойчивость [2, 5]. Вид выражения для L_2^* в (2.4) подтверждает вывод, сделанный выше при $L_2 = 1$ и согласующийся с результатами работы [11], о том, что излучение с поверхности увеличивает область автоколебаний. Действительно, при наличии излучения ($Q \neq 0$) необходимое условие неустойчивости (2.4) мягче, чем при отсутствии излучения ($Q = 0$), когда $L_2^* = a$. Таким образом, излучение является фактором, дестабилизирующим поведение исследуемой системы.

Результаты, полученные в работе, целесообразно учитывать при расчете процессов горения интенсивно газифицирующихся конденсированных веществ и интерпретации результатов соответствующих экспериментов. Используя приведенные выше динамические системы и методы качественной теории дифференциальных уравнений [5, 13], легко получать критические условия воспламенения, потухания и условия возникновения автоколебаний [2—5, 10—12].

ЛИТЕРАТУРА

1. *Гришин А. М., Фомин В. М.* Сопряженные и нестационарные задачи механики реагирующих сред. Новосибирск: Наука, 1984. 318 с.
2. *Агранат В. М., Гришин А. М.* Качественный анализ режимов нестационарного тепломассообмена в пограничном слое с химическими реакциями при интенсивных вдувах // ПММ. 1978. Т. 42. Вып. 6. С. 1056—1067.
3. *Агранат В. М.* О неединственности и неустойчивости стационарных режимов горения в пограничном слое при интенсивных вдувах // ПММ. 1982. Т. 46. Вып. 5. С. 806—814.
4. *Агранат В. М., Губин Д. А.* Нестационарный сопряженный тепломассообмен при интенсивном двухстадийном термохимическом разрушении тела в потоке реагирующего газа // Совещание-семинар по механике реагирующих сред: Тез. докл. Красноярск, 1988. С. 16—18.
5. *Вольтер Б. В., Сальников И. Е.* Устойчивость режимов работы химических реакторов. М.: Химия, 1981. 198 с.
6. *Михеев М. А., Михеева И. М.* Основы теплопередачи. М.: Энергия, 1973. 319 с.
7. *Тирский Г. А.* Вычисление эффективных коэффициентов диффузии в ламинарном диссоциированном многокомпонентном пограничном слое // ПММ. 1969. Т. 33. Вып. 1. С. 180—192.
8. *Зинченко В. И.* Исследование влияния объемных химических реакций на характеристики течения ламинарного пограничного слоя при интенсивных вдувах // Математическое моделирование аэротермохимических явлений. М.: Изд. ВЦ АН СССР. 1974. С. 131—146.
9. *Тирский Г. А.* Сублимация тупого тела в окрестности критической точки в плоском и осесимметричном потоке смеси газов // Журн. вычисл. математики и мат. физики. 1961. Т. 1. № 5. С. 884—902.
10. *Артюх Л. Ю., Кашкаров В. П., Кожахметова Ш. О.* О теоретическом исследовании единственности и устойчивости стационарных режимов гетерогенного горения при сверхзвуковом обтекании тела // Физика горения и взрыва. 1980. Т. 16. № 6. С. 25—31.
11. *Рыбакова Н. Н., Кубышкина В. Д.* Приближенное исследование влияния излучения на устойчивость гетерогенного горения в окрестности лобовой точки // Молекулярный массоперенос и струйные течения. Алма-Ата: Изд-во КазГУ. 1983. С. 53—57.
12. *Франк-Каменецкий Д. А.* Диффузия и теплопередача в химической кинетике. М.: Наука, 1987. 491 с.
13. *Андронов А. А., Витт А. А., Хайкин С. Э.* Теория колебаний. М.: Наука, 1981. 568 с.
14. *Головичев В. И., Гришин А. М., Агранат В. М., Берцун В. Н.* Термокинетические колебания в распределенных гомогенных системах // Докл. АН СССР. 1978. Т. 241. № 2. С. 305—308.

Томск

Поступила в редакцию 25.X.1988