

И. Г. Брыкина, В. В. Русаков, В. Г. Щербак

## ПРИБЛИЖЕННЫЕ ФОРМУЛЫ ДЛЯ ТЕПЛОВЫХ ПОТОКОВ К ИДЕАЛЬНО КАТАЛИТИЧЕСКОЙ ПОВЕРХНОСТИ В ОКРЕСТНОСТИ ПЛОСКОСТИ СИММЕТРИИ

Рассматривается пространственное течение химически неравновесного вязкого газа в окрестности плоскости симметрии затупленных тел, обтекаемых под углом атаки. Исследование проводится в рамках модели тонкого вязкого ударного слоя. В первом приближении метода последовательных приближений для однородного газа получены простые формулы для распределения по поверхности величины теплового потока, отнесенного к его значению в точке торможения. Показано, что для химически неравновесного газа распределение относительного теплового потока вдоль идеально каталитической поверхности слабо зависит от условий в набегающем потоке, определяется в основном геометрическими характеристиками тела и вполне удовлетворительно описывается полученными формулами. Точность этих формул оценивается путем сравнения с численными расчетами, проведенными для тел различной формы, при их движении под разными углами атаки по планирующей траектории входа в атмосферу Земли, а также при входе в атмосферу с постоянной скоростью.

1. Рассмотрим стационарное пространственное обтекание затупленного тела потоком вязкого химически неравновесного газа с большой сверхзвуковой скоростью при изменении картины течения от режима «размазанного» слоя, когда вязкость существенна во всей области возмущенного течения, до режимов с явно выраженным пограничным слоем. Пусть  $z = f(x, y)$  — уравнение поверхности тела в декартовой системе координат, вектор скорости набегающего потока  $V_\infty$  совпадает по направлению с осью  $z$ , начало координат помещено в точку торможения потока. Выберем систему криволинейных неортогональных координат  $(x^1, x^2, x^3)$ , нормально связанную с обтекаемой поверхностью:  $x^3 = \text{const}$  — семейство поверхностей, параллельных поверхности тела ( $x^3 = 0$ ), а  $x^1$  и  $x^2$  выберем на поверхности следующим образом:  $x^1 = x$ ,  $x^2 = y$ ,  $z = f(x^1, x^2)$ .

Пусть  $x^2 = 0$  — плоскость симметрии тела. Течение в окрестности этой плоскости будем исследовать на основе модели пространственного тонкого вязкого ударного слоя [1]. С учетом неравновесных химических реакций, многокомпонентной диффузии в пренебрежении термо- и бародиффузией уравнения вязкого ударного слоя в окрестности плоскости симметрии запишем в виде

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial x^1} (\rho u^1) + \rho u^2 \sqrt{a} + \frac{\partial}{\partial x^3} (\rho u^3 \sqrt{a}) &= 0, \quad \rho D u^1 = - \frac{x^1}{\sqrt{a}} p_1 + \frac{\partial}{\partial x^3} \left( \frac{\mu}{\text{Re}_\infty} \frac{\partial u^1}{\partial x^3} \right) \\ \rho (D u^2 + (u^2)^2 + A_1 (u^1)^2) &= - p_2 + A_2 \frac{\partial p}{\partial x^1} + \frac{\partial}{\partial x^3} \left( \frac{\mu}{\text{Re}_\infty} \frac{\partial u^2}{\partial x^3} \right) \\ \frac{\partial p}{\partial x^3} &= \rho \frac{b}{a \sqrt{a}} (u^1)^2, \quad \frac{\partial p_1}{\partial x^3} = \frac{1}{x^1} \frac{\partial}{\partial x^1} \left( \rho \frac{b}{a \sqrt{a}} (u^1)^2 \right) \\ \frac{\partial p_2}{\partial x^3} &= \rho \left[ \left( f_{1122}^{\text{IV}} - \frac{f_{11}''}{a} (f_1' f_{122}''' + (f_{22}'')^2) \right) \frac{(u^1)^2}{a \sqrt{a}} + \right. \\ &\quad \left. + 4 \frac{f_{122}'''}{a} u^1 u^2 + \frac{2 f_{22}''}{\sqrt{a}} (u^2)^2 \right] \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\rho c_p DT &= \frac{\partial}{\partial x^3} \left( \frac{\mu c_p}{\text{Re}_\infty \sigma} \frac{\partial T}{\partial x^3} \right) + \frac{\mu}{\text{Re}_\infty} \left( \frac{\partial u^1}{\partial x^3} \right)^2 - \\
&- \sum_{i=1}^N h_i w_i - \left( \sum_{i=1}^N c_{pi} I_i \right) \frac{\partial T}{\partial x^3} + \frac{u^1}{\sqrt{a}} \frac{\partial p}{\partial x^1} \\
\rho D c_i + \frac{\partial I_i}{\partial x^3} &= w_i, \quad i = 1, \dots, N - \text{Ne} \\
\rho D c_k^* + \frac{\partial I_k^*}{\partial x^3} &= 0, \quad k = 1, \dots, \text{Ne} - 1 \\
\frac{\mu}{\text{Re}_\infty} \frac{\partial m c_i}{\partial x^3} &= \sum_{j=1}^N \frac{m^2}{m_j} S_{ij} (c_i I_j - c_j I_i), \quad i = 1, \dots, N - 1 \\
p = R_G \rho \frac{T}{m}, \quad \sum_{k=1}^{\text{Ne}} I_k^* &= 0, \quad \sum_{k=1}^{\text{Ne}} c_k^* = 1, \quad m = \left( \sum_{i=1}^N \frac{c_i}{m_i} \right)^{-1} \\
\text{Re}_\infty = \frac{\rho_\infty V_\infty R}{\mu_\infty}, \quad c_p &= \sum_{i=1}^N c_i c_{pi}, \quad h = \sum_{i=1}^N c_i h_i \quad (1.1) \\
p_\alpha &= \frac{1}{x^{(\alpha)}} \frac{\partial p}{\partial x^\alpha}, \quad \alpha = 1, 2, \quad D = \frac{u^1}{\sqrt{a}} \frac{\partial}{\partial x^1} + \frac{u^3 \partial}{\partial x^3} \\
a &= 1 + f_1'^2, \quad b = f_{11}'', \quad A_1 = \frac{1}{a^2} f_{11}'' f_{22}'', \quad A_2 = \frac{1}{a} f_1' f_{22}'' \\
f_1' &= \frac{\partial f}{\partial x^1}, \quad f_2' = \frac{\partial f}{\partial x^2}, \quad f_{11}'' = \frac{\partial^2 f}{\partial (x^1)^2}, \quad f_{22}'' = \frac{\partial^2 f}{\partial (x^2)^2}
\end{aligned}$$

Здесь  $V_\infty u^1$ ,  $V_\infty x^2 u^2$ ,  $V_\infty u^3$  — физические составляющие вектора скорости, соответствующие осям  $x^1$ ,  $x^2$ ,  $x^3$ ;  $\rho_\infty V_\infty^2 p$ ,  $\rho_\infty \rho$ ,  $T_0 T$  — соответственно давление, плотность и температура смеси газов, состоящей из  $N$  химических компонентов ( $T_0 = V_\infty^2 / c_{p\infty}$ );  $\mu_\infty \mu$ ,  $c_{p\infty} c_p$ ,  $\text{Re}_\infty$ ,  $\sigma$ ,  $m$  — коэффициенты вязкости, удельной теплоемкости, числа Рейнольдса, Прандтля и молекулярная масса смеси;  $c_i$ ,  $m_i$ ,  $c_{p\infty} T_0 h_i$ ,  $c_{p\infty} c_{pi}$ ,  $\rho_\infty V_\infty I_i$ ,  $\rho_\infty V_\infty w_i / R$  — массовая концентрация, молекулярная масса, удельные энтальпия и теплоемкость, нормальная компонента вектора диффузионного потока, скорость образования массы  $i$ -го компонента;  $c_k^*$ ,  $\rho_\infty V_\infty I_k^*$  — концентрация и нормальная компонента вектора диффузионного потока  $k$ -го элемента,  $\text{Ne}$  — число элементов;  $S_{ij}$  — бинарные числа Шмидта;  $c_{p\infty} R_G$  — универсальная газовая постоянная;  $V_\infty$  — модуль вектора скорости набегающего потока. Все линейные размеры отнесены к характерному линейному размеру  $R$ , в качестве которого был выбран радиус кривизны поверхности в точке торможения в плоскости симметрии. Индексы  $\infty$ ,  $w$ ,  $s$  относятся соответственно к параметрам в набегающем потоке, на поверхности тела и на внутренней границе ударной волны.

При задании граничных условий на поверхности непроницаемого тела, предполагаемой равновесно излучающей, учитывается эффект каталитической рекомбинации атомов на стенке, а также скорость скольжения и температурный скачок неравновесной многокомпонентной газовой смеси [2, 3]:

$$u^\alpha = \frac{2 - \theta}{\theta} \sqrt{\frac{\pi}{2 R_G T}} \frac{1}{\text{Re}_\infty} \frac{\mu}{\rho} \left( \sum_{i=1}^N \frac{c_i}{\sqrt{m_i}} \right)^{-1} \frac{\partial u^\alpha}{\partial x^3}, \quad u^3 = 0$$

$$\frac{T}{T_w} = \left( 1 + \frac{2-\theta}{\theta} \frac{1}{E} \sum_{i=1}^N \frac{I_i}{m_i} \right) \left( 1 - \frac{2-\theta}{\theta} \frac{c_p}{\sigma} \frac{1}{\text{Re}_\infty} \frac{\mu}{2R_G E T} \frac{\partial T}{\partial x^3} \right)^{-1} \quad (1.2)$$

$$E = \rho \sqrt{\frac{2R_G T}{\pi}} \sum_{i=1}^N \frac{c_i}{m_i^{3/2}}, \quad q = \frac{\varepsilon \sigma_B T_0^4}{\rho_\infty V_\infty^3} T_w^4$$

$$q = \frac{\mu c_p}{\sigma \text{Re}_\infty} \frac{\partial T}{\partial x^3} + \frac{\mu}{\text{Re}_\infty} u^1 \frac{\partial u^1}{\partial x^3} - \sum_{i=1}^N h_i I_i$$

$$I_i = -\frac{2}{2-\gamma_i} k_{wi} \sqrt{\frac{T}{T_w}} \rho c_i, \quad k_{wi} = \gamma_i(T_w) \sqrt{\frac{R_G T_w}{2\pi m_i}}, \quad i = 1, \dots, N - \text{Ne}$$

$$I_j^* = 0, \quad j = 1, \dots, \text{Ne} - 1$$

Здесь  $\theta$ ,  $\gamma_i$ ,  $\varepsilon$  — коэффициенты аккомодации, каталитической рекомбинации и коэффициент черноты поверхности,  $\sigma_B$  — постоянная Стефана — Больцмана.

На ударной волне задаются обобщенные соотношения Ренкина — Гюгонио, которые в приближении больших сверхзвуковых скоростей при пренебрежении химическими реакциями внутри ударной волны имеют вид [4]

$$\rho \left( u^3 - \frac{u^1}{\sqrt{a}} \frac{\partial x_s^3}{\partial x^1} \right) = u_\infty^3, \quad u_\infty^3 (u^\alpha - u_\infty^\alpha) = \frac{\mu}{\text{Re}_\infty} \frac{\partial u^\alpha}{\partial x^3}, \quad \alpha = 1, 2$$

$$u_\infty^3 \left( H - H_\infty - \frac{(u_\infty^3)^2}{2} \right) = \frac{\mu c_p}{\sigma \text{Re}_\infty} \frac{\partial T}{\partial x^3} - \sum_{i=1}^N h_i I_i + \frac{\mu}{\text{Re}_\infty} u^1 \frac{\partial u^1}{\partial x^3}$$

$$p = (u_\infty^3)^2, \quad H = h + 0,5 (u^1)^2 \quad (1.3)$$

$$u_\infty^3 (c_k^* - c_{k\infty}^*) + I_k^* = 0, \quad k = 1, \dots, \text{Ne} - 1$$

$$u_\infty^3 (c_i - c_{i\infty}) + I_i = 0, \quad i = 1, \dots, N - \text{Ne}$$

При рассмотрении химических реакций предполагается наличие в возмущенной области течения пяти компонентов  $\text{N}_2$ ,  $\text{O}_2$ ,  $\text{NO}$ ,  $\text{N}$ ,  $\text{O}$ , между которыми протекают реакции диссоциации — рекомбинации и обменные реакции. Система реакций, константы скоростей реакций и коэффициенты переноса совпадают с используемыми в [5]. Предполагается, что внутренние степени свободы возбуждены равновесно.

2. Уравнения тонкого вязкого ударного слоя в однородном газе в окрестности плоскости симметрии затупленного тела с заданной температурой поверхности решались интегральным методом последовательных приближений [6, 7]. Уравнения импульсов и энергии интегрировались два раза по поперечной координате с учетом граничных условий. Для решения получившейся в результате системы интегродифференциальных уравнений строился итерационный процесс, в котором каждое последующее приближение для искомых функций выражается через интегралы от функций предыдущего приближения. Для того чтобы все приближения удовлетворяли граничным условиям как на теле, так и на ударной волне, на каждом шаге итерационного процесса вводились дополнительные управляющие функции  $\Delta_i(x)$  ( $i = u^1, u^2, H$ ), для которых получаются обыкновенные дифференциальные уравнения, в общем случае не имеющие аналитического решения.

Ранее [8] в первом приближении этого метода при задании нулевого приближения для компонент скорости и энтальпии в виде линейных функций было получено решение задачи в случае, когда уравнения для

управляющих функций решались в локально-автомодельном приближении, т. е. без учета членов с производными  $d\Delta_i/dx$ . При умеренных и больших числах Рейнольдса ( $Re_\infty \gtrsim 1000$ ), когда эффектами скольжения как на теле, так и на ударной волне можно пренебречь, уравнения для  $\Delta_i$  удается упростить, проинтегрировать и, таким образом, получить не локально-автомодельное аналитическое решение в первом приближении.

В частности, для распределения числа Стантона  $c_H = q/\rho_\infty V_\infty$  ( $H_\infty - H_w$ ) вдоль линии растекания получим

$$c_H = \frac{\cos^2 \alpha}{6\lambda I \Delta_H}, \quad I = \frac{(\gamma - 1)}{27\gamma} Re \sigma, \quad \lambda = 1 + \frac{4}{15} \frac{\text{tg}^2 \alpha H^*}{H} \quad (2.1)$$

$$\text{tg}^2 \alpha \Delta_H \frac{d\Delta_H}{dx} + \frac{2H}{\cos \alpha} \Delta_H^2 = \frac{1}{\lambda I}$$

Здесь  $\gamma$  — отношение удельных теплоемкостей,  $Re$  — число Рейнольдса за ударной волной,  $\alpha$  — угол между направлением набегающего потока и нормалью к поверхности,  $H^*$  — кривизна линии растекания в плоскости симметрии,  $H$  — средняя кривизна поверхности в данной точке, равная полусумме главных кривизн. В выбранной системе координат

$$\text{tg} \alpha = f_1', \quad H^* = \frac{f_{11}''}{(1 + f_1'^2)^{3/2}}, \quad H = \frac{1}{2} \left( H^* + \frac{f_{22}''}{\sqrt{1 + f_1'^2}} \right)$$

Интегрируя второе уравнение (2.1), получим из первого уравнения следующее соотношение для величины теплового потока, отнесенного к его значению в точке торможения:

$$q_* = \frac{q}{q_0} = \frac{\cos^2 \alpha F^{1/2}}{2} \left[ H_0 \lambda \int_0^s \frac{F \cos \alpha ds}{\lambda \text{tg} \alpha} \right]^{-1/2}, \quad F = \exp \int_0^s \frac{4H}{\text{tg} \alpha} ds \quad (2.2)$$

Здесь индекс 0 означает соответствующие величины в точке торможения,  $s$  — длина дуги, измеряемая от этой точки ( $dx = \cos \alpha ds$ ).

Решая второе уравнение (2.1) в локально-автомодельном приближении, получим

$$q_* = \sqrt{H \cos^3 \alpha / H_0 \lambda} \quad (2.3)$$

Эта формула отличается от аналогичной формулы, полученной в [8], наличием множителя  $\lambda^{-1}$ , который связан с отличием распределения давления от распределения давления по Ньютону, и в связи с этим является более точной.

Из полученного аналитического решения следует, что при умеренных и больших числах Рейнольдса ( $Re \gtrsim 100$ ) величина относительного теплового потока не зависит от  $Re$ , а также от  $\sigma$ ,  $\gamma$  и температуры поверхности  $T_w$  (для охлажденной стенки). То что  $q_*$  перестает зависеть от  $Re$  и очень слабо зависит от остальных параметров, характеризующих течение однородного газа, определяется в основном геометрическими характеристиками обтекаемого тела и вполне удовлетворительно описывается полученными формулами подтверждается и численными расчетами, проведенными в широком диапазоне изменения этих параметров ( $Re = 10^2 \dots 10^4$ ,  $\gamma = 1,1 \dots 1,67$ ,  $T_w = 0 \dots 0,5$ ).

Сравнение с результатами численного решения, проведенное для тел различной формы, обтекаемых под разными углами атаки (от 0 до 45°), показало очень хорошую точность формулы (2.2) для однородного газа. Как показывают расчеты, разница между результатами, полученными при

помощи формул (2.2) и (2.3), в большинстве случаев не превышает нескольких процентов, однако формула (2.2) дает существенно большую точность в случае обтекания под углом атаки с той стороны от точки торможения, где радиус продольной кривизны контура тела уменьшается.

Заметим, что полученные для  $q_*$  формулы можно применять и для осесимметричных течений. В этом случае

$$q_* = \frac{\cos^2 \alpha \sin \alpha r}{2} \left[ H \lambda \int_0^s \frac{\cos^4 \alpha r^2}{\lambda \sin \alpha} ds \right]^{-1/2}$$

Здесь  $r$  — расстояние от поверхности тела до оси симметрии,  $R$  — радиус кривизны образующей,  $H = 0,5 (1/R + \sin \alpha/r)$ .

Проведенные исследования показывают, что для идеально каталитической поверхности распределение относительного теплового потока не зависит от характера протекания химических реакций внутри ударного слоя и близко к распределению, имеющему место в потоке однородного газа. Формулы (2.2) и (2.3) для значений относительного теплового потока оказываются справедливыми с достаточной степенью точности и для химически неравновесных течений в случае идеально каталитической поверхности, причем не только при заданной температуре поверхности, но и при определяемой из условия равновесного излучения стенки.

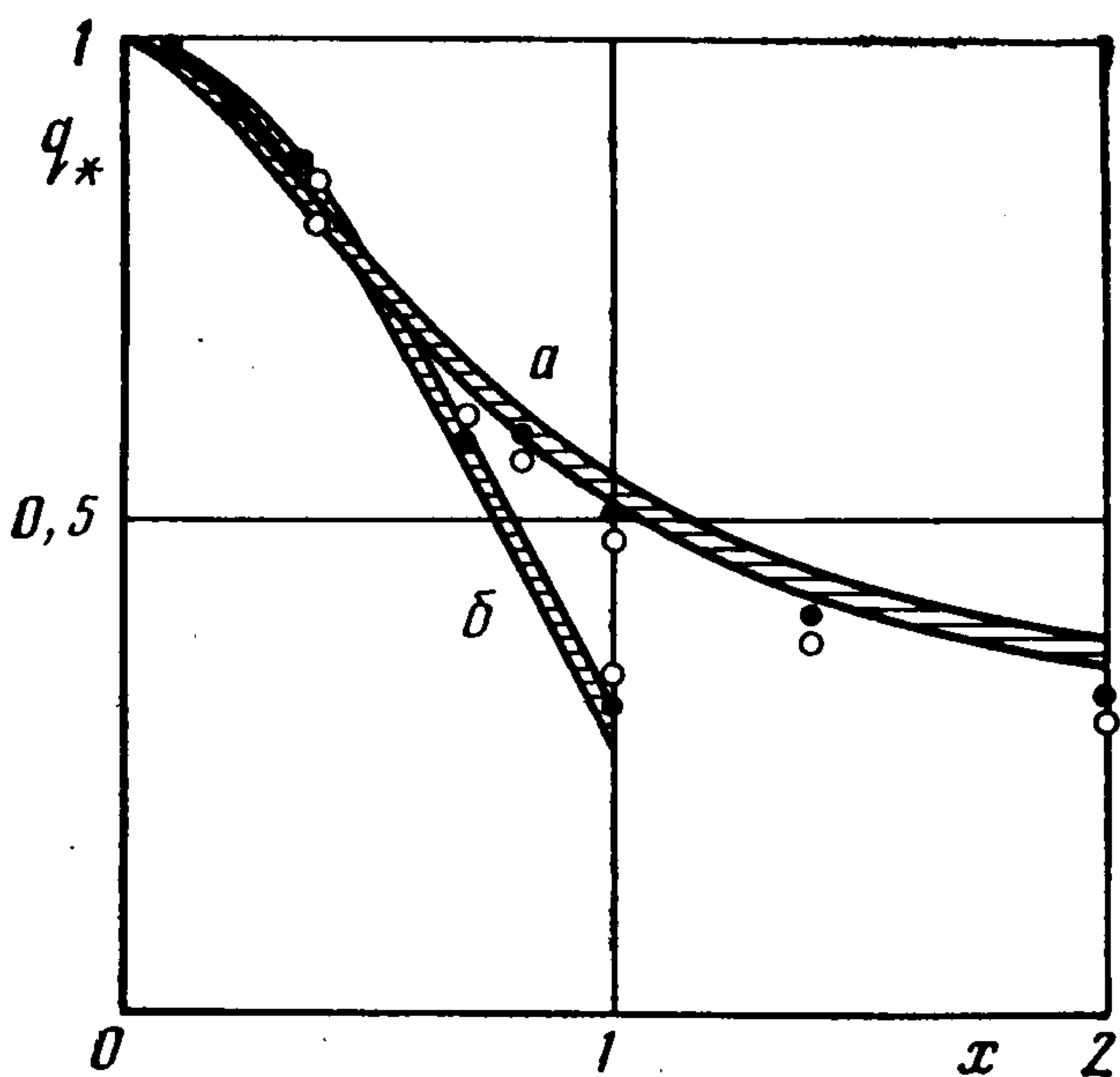
Чтобы проверить справедливость и оценить точность формул (2.2), (2.3) для химически неравновесных течений, система (1.1) с граничными условиями (1.2), (1.3) решалась численно методом, аналогичным предложенному в [5]. Использовалась схема [9], имеющая четвертый порядок точности аппроксимации по поперечной координате. На высотах  $h \lesssim 75$  км сетка сгущалась в области около ударной волны и около тела.

Распределение по поверхности относительных тепловых потоков, рассчитанное по формулам (2.2), (2.3), сравнивалось с численным решением уравнений (1.1) для различных эллиптических параболоидов, двуполостных гиперболоидов и трехосных эллипсоидов, обтекаемых под углами атаки от 0 до 45°. Условия в набегающем потоке соответствовали, во-первых, движению на высотах от 100 до 50 км по планирующей траектории входа в атмосферу Земли [10], которая предполагалась изотермической с распределением плотности в зависимости от высоты  $h$  (км):  $\rho_\infty = 1,225 \cdot 10^{-8} \exp(-0,142h)$  г/см<sup>3</sup>,  $T_\infty = 200^\circ$  К, и, во-вторых, движению на этих же высотах с постоянной скоростью  $V_\infty = 8$  км/с. Некоторые результаты сравнения приближенных и точных решений (при расчетах полагалось  $\varepsilon = 0,85$ ,  $\theta = 1$ ,  $R = 0,7$  м) приведены на фиг. 1—4.

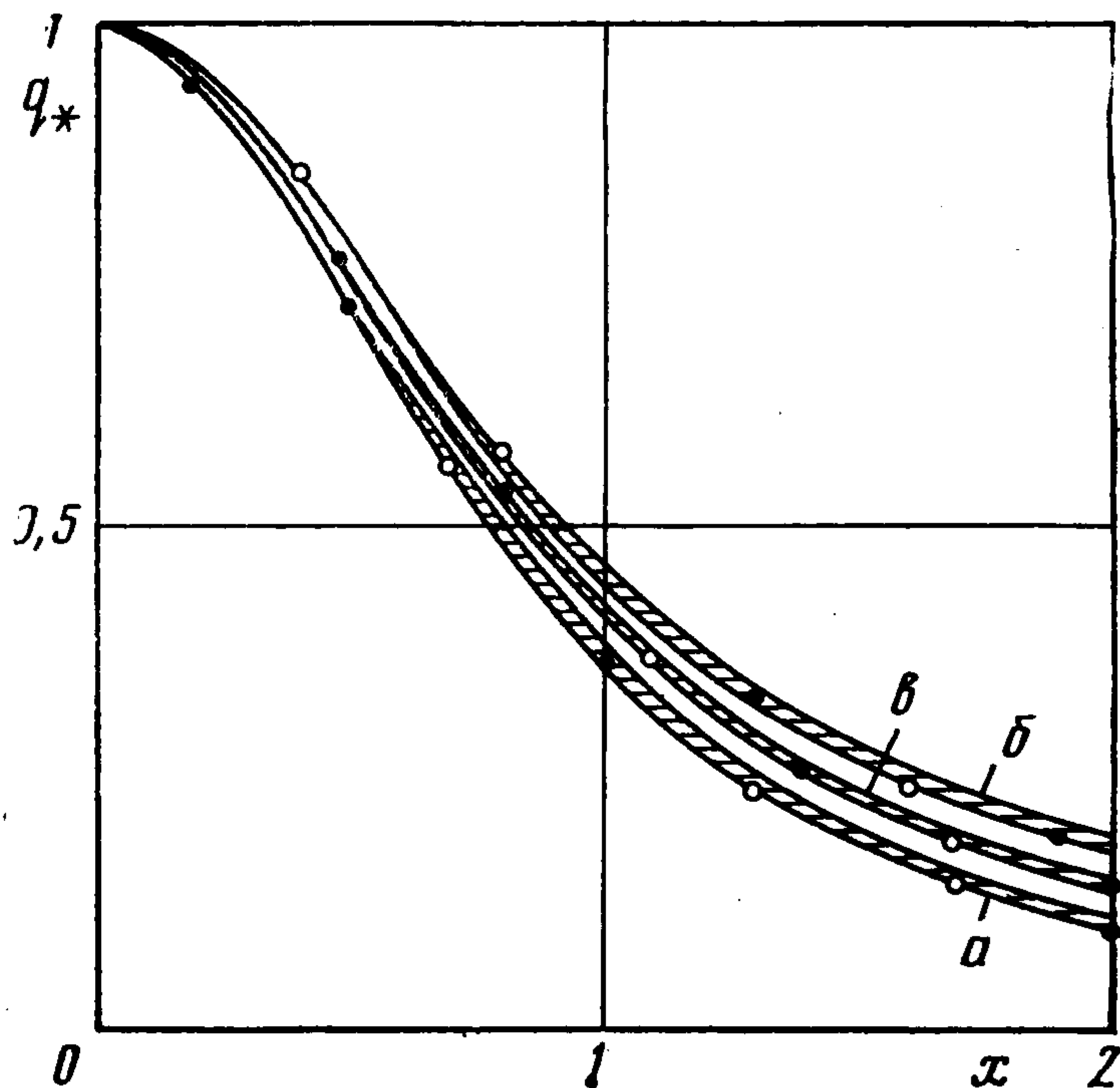
На фиг. 1 представлены распределения относительного теплового потока вдоль линии растекания для двуполостного гиперболоида с углом полураствора 40° в плоскости  $y = 0$  и отношением главных кривизн в точке торможения  $k = 2,5$  (кривые *a*) и для эллипсоида с отношением квадратов полуосей  $1 : k : 0,5$ ;  $k = 2,5$  (кривые *b*); угол атаки  $\alpha = 0^\circ$ . Распределения  $q_*$ , полученные из численного решения уравнений (1.1) для идеально каталитической поверхности и планирующей траектории входа в диапазоне высот от 60 до 90 км, лежат в заштрихованной области; темные и светлые точки — расчет по формулам (2.2) и (2.3) соответственно.

На фиг. 2 представлены распределения относительного теплового потока вдоль линий растекания для различных эллиптических параболоидов, обтекаемых под нулевым углом атаки, с отношением главных кривизн в точке торможения  $k = 0,4$  (кривые *a*),  $k = 2,5$  (*b*) и  $k = 1$  (*в*) — осесимметричный параболоид). Численное решение уравнений (1.1) проводилось для идеально каталитической поверхности на высотах от 50 до 90 км как для планирующей траектории входа, так и для траектории входа с постоянной скоростью. Все распределения  $q_*$  на этих высотах для обеих траекторий и рассчитанные по формулам (2.2), (2.3) попадают в заштрихованные области.

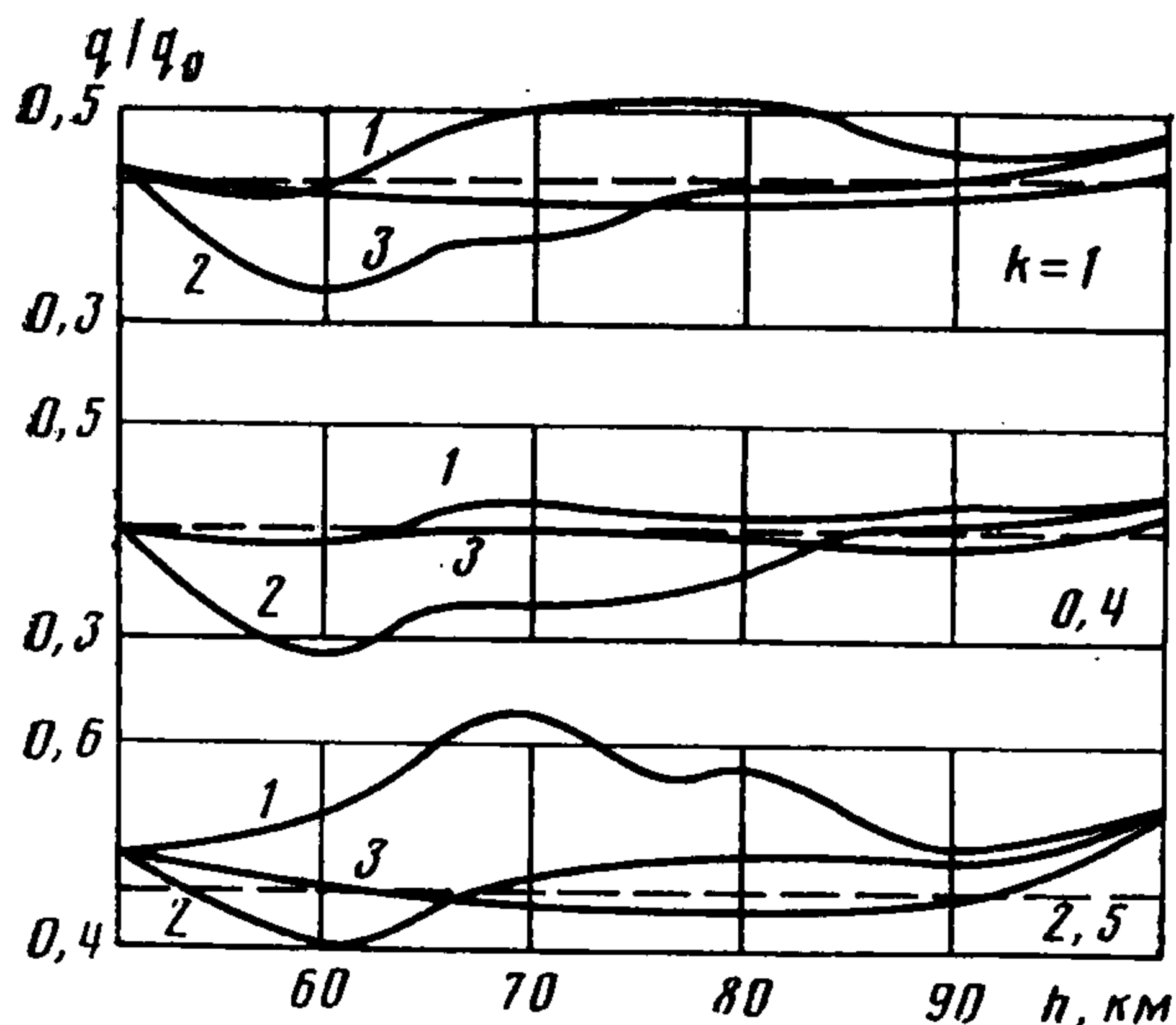
На фиг. 3 показано, как изменяется значение  $q_*$  в зависимости от высоты полета  $h$  (планирующая траектория) на боковой поверхности в точке  $x = 1$  для поверхностей с различными каталитическими свойствами. Результаты приведены для эл-



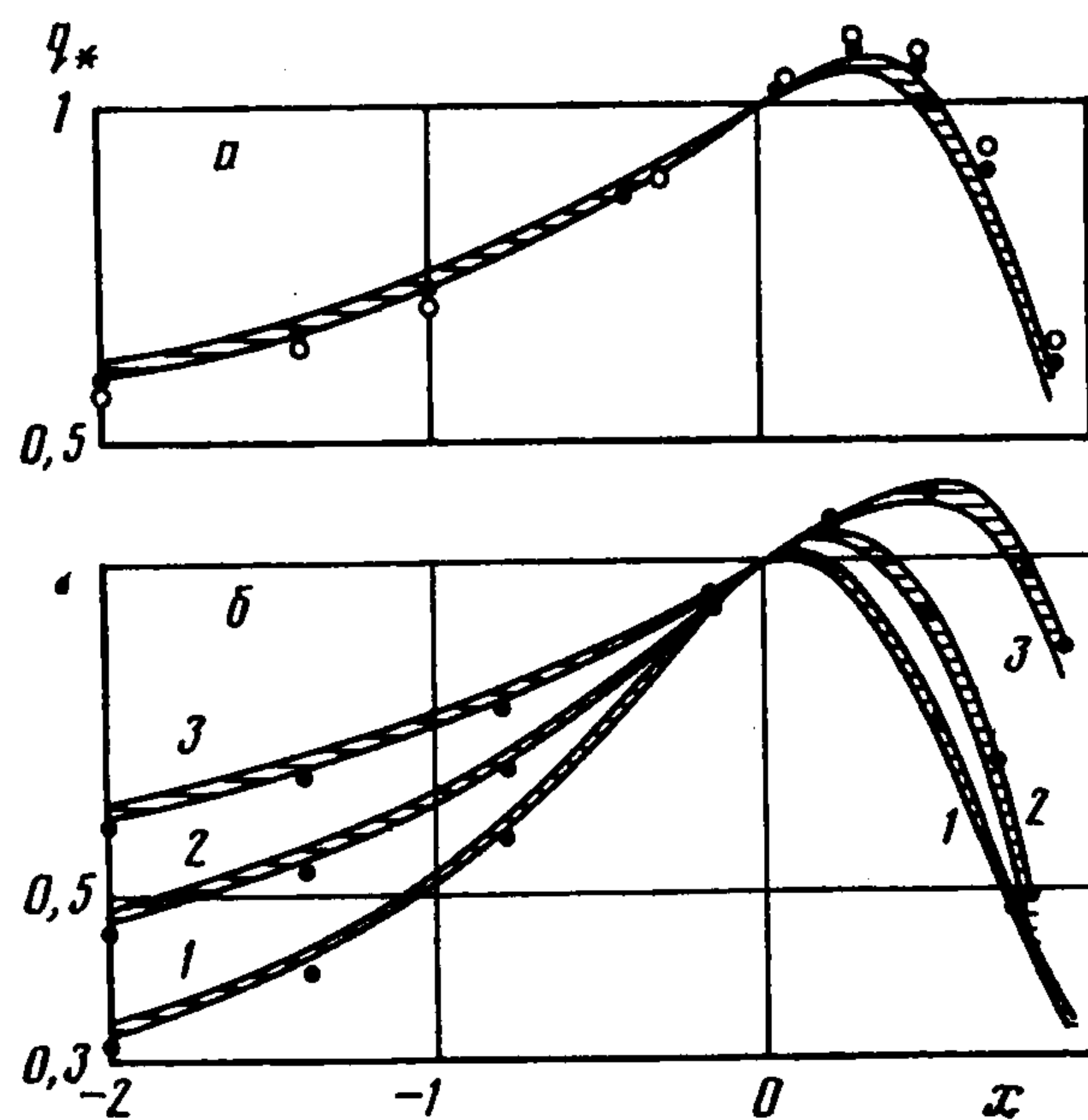
Фиг. 1



Фиг. 2



Фиг. 3



Фиг. 4

липтических параболоидов с  $k = 1; 0,4$  и  $2,5$ . Кривые 1 — численное решение уравнений (1.1) для некаталитической поверхности, кривые 2 — для поверхности, на которой протекают гетерогенные реакции первого порядка с константами скоростей, зависящими от температуры [11], кривые 3 — идеально каталитической поверхности, штриховая линия — расчеты по формулам (2.2) и (2.3) (они практически совпадают). Видно, что для идеально каталитической поверхности величина относительного теплового потока на боковой поверхности практически не зависит от высоты полета, т. е. от условий в набегающем потоке, в то время как для других моделей каталитических свойств поверхности такая зависимость существенна.

На фиг. 4 сравнение аналитических и численных решений проводится для тел, обтекаемых под углом атаки. Представлены распределения  $q_*$  вдоль линий рассечения для гиперboloида с углом полураствора  $40^\circ$ ,  $k = 2,5$ , угол атаки  $\alpha = 30^\circ$  (фиг. 4, а) и эллиптического параболоида при  $k = 0,4$   $\alpha = 15, 30, 45^\circ$  — кривые 1—3 соответственно (фиг. 4, б). Заштрихованные области соответствуют численному решению уравнений (1.1) для идеально каталитической поверхности (планирующая траектория) в диапазоне высот от 50 до 90 км, темные и светлые точки — расчет по формулам (2.2) и (2.3).

Результаты проведенного исследования показали, что распределение относительного теплового потока на идеально каталитическую поверхность затупленного тела слабо зависит от степени диссоциации в ударном слое, включая замороженные, химически неравновесные и околоравновесные режимы течения, определяется в основном формой тела и вполне удовлетворительно описывается предложенными формулами.

Следует отметить, что в отличие от аналогичных формул для значений  $q_*$ , предложенных в теории пограничного слоя (например, в [12, 13]), формулы (2.2), (2.3), во-первых, не требуют знания параметров течения на внешней границе пограничного слоя, т. е. расчета невязкого течения, а зависят только от геометрических характеристик обтекаемого тела, и, во-вторых, применимы не только при больших, но и при умеренных числах Рейнольдса.

Авторы благодарят Г. А. Тирского за обсуждения.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Гершбейн Э. А. К теории пространственного обтекания затупленных тел гиперзвуковым потоком вязкого газа при наличии вдува // Некоторые вопросы механики сплошной среды. М.: Изд-во МГУ, 1978. С. 144—156.
2. Scott C. D. Reacting shock layers with slip and catalytic boundary conditions // AIAA Journal. 1975. V. 13. No. 10. P. 1271—1278.
3. Щербак В. Г. Численное исследование структуры неравновесного течения около затупленных тел при гиперзвуковом пространственном обтекании // Изв. АН СССР. МЖГ. 1987. № 5. С. 143—150.
4. Щербак В. Г. О граничных условиях на ударной волне при сверхзвуковом обтекании // ПМТФ. 1989. № 1. С. 49—55.
5. Гершбейн Э. А., Щелин В. С., Юницкий С. А. Исследование пространственного обтекания тел с каталитической поверхностью при их движении по траектории входа в атмосферу Земли // Космич. исслед. 1985. Т. 23. № 3. С. 416—425.
6. Ковач Э. А., Тирский Г. А. Применение метода последовательных приближений к интегрированию уравнений пограничного слоя // Докл. АН СССР. 1970. Т. 190. № 1. С. 61—64.
7. Брыкина И. Г. Интегрирование уравнений гиперзвукового вязкого ударного слоя методом последовательных приближений // Ж. вычисл. математики и мат. физики. 1978. Т. 18, № 1. С. 154—166.
8. Брыкина И. Г., Русаков В. В. Аналитическое исследование пространственного вязкого ударного слоя в окрестности плоскости симметрии // ПМТФ. 1989. № 4. С. 16—22.
9. Петухов И. В. Численный расчет двумерных течений в пограничном слое // Численные методы решения дифференциальных и интегральных уравнений и квадратурные формулы. М.: Наука, 1964. С. 304—325.
10. Masek R. V., Hender D., Forney J. A. Evaluation of aerodynamic uncertainties for space shuttle // AIAA Paper. 1973. No 73—737. 14 p.
11. Scott C. D. Catalytic recombination of nitrogen and oxygen on high-temperature reusable surface insulation // AIAA Paper. 1980. No 80—1477. 9 p.
12. Основы теплопередачи в авиационной и ракетно-космической технике Под ред. Авдеевского В. С. М.: Машиностроение. 1975. 624 с.
13. Брыкина И. Г., Гершбейн Э. А., Пейгин С. В. Ламинарный пространственный пограничный слой на проницаемой поверхности в окрестности плоскости симметрии // Изв. АН СССР. МЖГ. 1980. № 5. С. 37—48.

Москва

Поступила в редакцию  
6.VII.1988