

УДК 539.375

© 1989

Л. А. Кипнис

## ЛИНИИ СКОЛЬЖЕНИЯ В УГЛОВОЙ ТОЧКЕ ГРАНИЦЫ РАЗДЕЛА РАЗЛИЧНЫХ СРЕД

В условиях плоской деформации рассматривается симметричная задача о начальном развитии вблизи угловой точки границы раздела различных сред пластической зоны, моделируемой двумя прямыми линиями скольжения, исходящими из вершины. Строится точное аналитическое решение функционального уравнения Винера — Хопфа задачи. Выводится формула для определения длины линий скольжения и устанавливается угол их наклона к границе раздела сред.

1. В условиях плоской деформации рассмотрим задачу о начальном развитии в области, составленной из двух однородных изотропных частей 1 и 2 с модулями Юнга и коэффициентами Пуассона, равными  $E_1, \nu_1$  и  $E_2, \nu_2$  соответственно, пластической зоны вблизи угловой точки  $O$  границы раздела сред (фиг. 1). Задача считается симметричной относительно биссектрисы угла. Предполагается, что пластические деформации концентрируются вдоль двух исходящих из вершины прямых линий скольжения, длина которых мала по сравнению с размерами тела.

Используя «принцип микроскопа», приходим к плоской статической симметричной задаче теории упругости класса  $N$  [1] для кусочно-однородной плоскости с границей раздела сред в форме сторон  $\theta = \beta$  и  $\theta = \beta - 2\alpha$  ( $\alpha \in ]0; \pi/2 [ \cup ] \pi/2; \pi [$ ) угла, содержащей при  $\theta = 0, r < l$  и при  $\theta = 2(\beta - \alpha), r < l$  линии скольжения. На бесконечности реализуется асимптотика, представляющая собой удовлетворяющее условию затухания напряжений на бесконечности асимптотически наибольшее на бесконечности решение аналогичной задачи для кусочно-однородной плоскости без линий скольжения. Последнее строится методом сингулярных решений [1] и определяется с точностью до произвольной постоянной  $C$ . Эта постоянная, характеризующая интенсивность внешнего поля, считается заданной. Она находится из решения внешней задачи.

Требуется определить длину  $l$  линий скольжения и угол  $\beta$  их наклона к границе раздела сред.

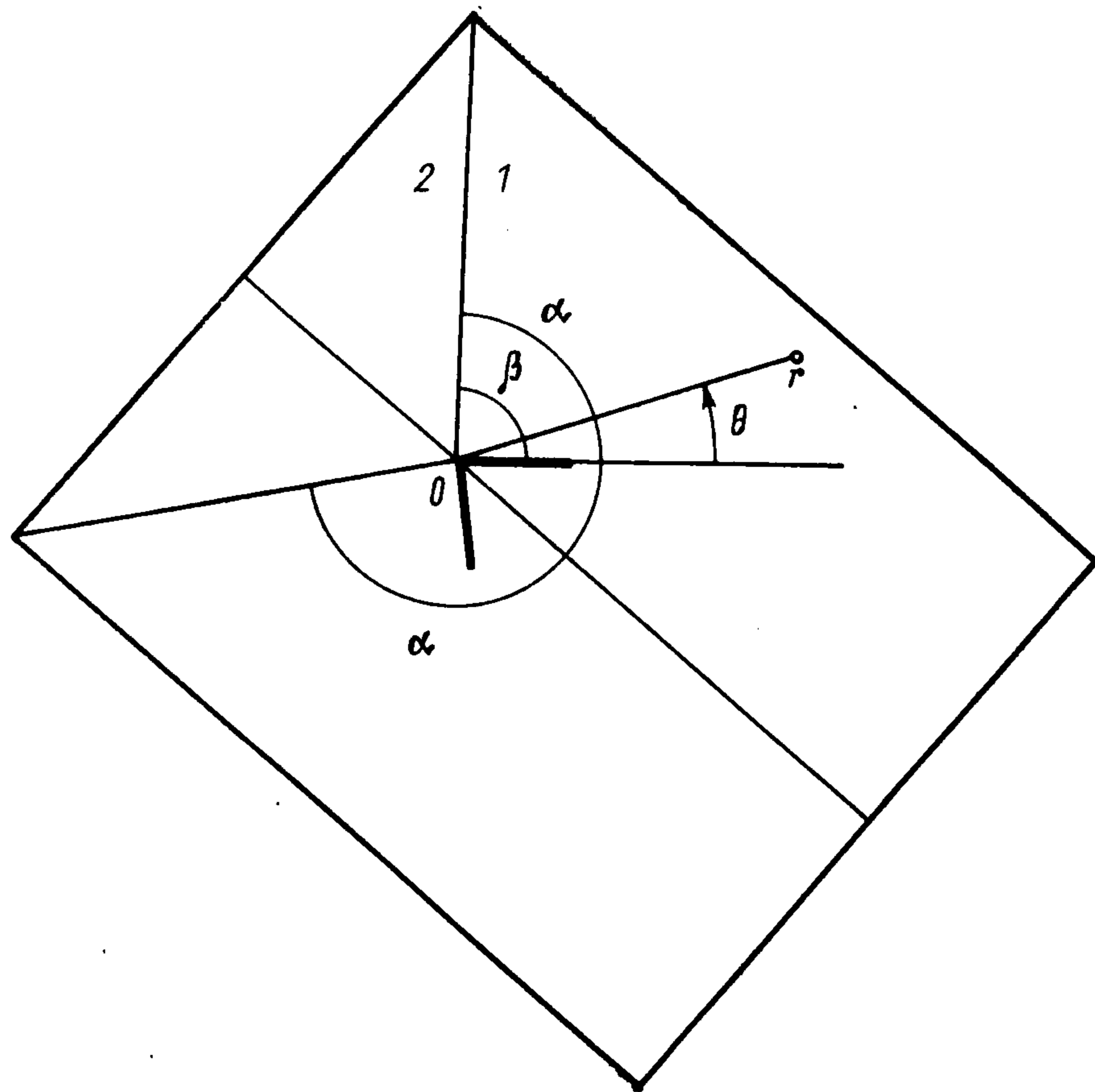
Ограничиваясь рассмотрением полуплоскости  $\beta - \alpha \leq \theta \leq \pi - \alpha + \beta$ , граничные условия запишем так:

$$\begin{aligned} \theta = \beta, \langle \sigma_\theta \rangle = \langle \tau_{r\theta} \rangle = 0, \langle u_\theta \rangle = \langle u_r \rangle = 0 \\ \theta = \beta - \alpha, \theta = \pi - \alpha + \beta, \tau_{r\theta} = 0, u_\theta = 0 \end{aligned} \quad (1.1)$$

$$\begin{aligned} \theta = 0, \langle \sigma_\theta \rangle = \langle \tau_{r\theta} \rangle = 0, \langle u_\theta \rangle = 0 \\ \theta = 0, r < l, \tau_{r\theta} = \tau_1; \theta = 0, r > l, \langle u_r \rangle = 0 \end{aligned} \quad (1.2)$$

$$\theta = 0, r \rightarrow l + 0, \tau_{r\theta} \sim \frac{k_{II}}{\sqrt{2\pi(r-l)}} \quad (1.3)$$

$$\begin{aligned} \theta = 0, r \rightarrow l - 0, \left\langle \frac{\partial u_r}{\partial r} \right\rangle \sim - \frac{4(1-\nu_1^2)}{E_1} \frac{k_{II}}{\sqrt{2\pi(l-r)}} \\ \theta = 0, r \rightarrow \infty, \tau_{r\theta} = C g_1 r^\lambda + o(1/r) \end{aligned} \quad (1.4)$$



Фиг. 1

$$\begin{aligned}
 g_1 &= g_1^{(1)} \lambda \sin \lambda (\alpha - \beta) - g_2^{(1)} \sin (\lambda + 2)(\alpha - \beta) \\
 g_1^{(1)} &= (1 + \kappa_2) k \lambda \sin 2\alpha \sin (\lambda + 2) \alpha \cos \lambda (\pi - \alpha) \times \\
 &\times \cos [\lambda (\pi - \alpha) - 2\alpha] + (1 - \kappa_1) (1 + \kappa_2) k \cos \lambda \alpha \sin^2 (\lambda + 2) \alpha \times \\
 &\times \cos \lambda (\pi - \alpha) \cos [\lambda (\pi - \alpha) - 2\alpha] - (1 + \kappa_1) k \lambda \sin 2\alpha \times \\
 &\times \cos \lambda \alpha \sin (\lambda + 2) \alpha \cos (\lambda + 2) \alpha + (1 + \kappa_1) (1 - \kappa_2) k \times \\
 &\times \cos \lambda \alpha \sin (\lambda + 2) \alpha \cos (\lambda + 2) \alpha \cos \lambda (\pi - \alpha) \sin [\lambda (\pi - \alpha) - \\
 &- 2\alpha] + (k - 1) \lambda^2 \sin^2 2\alpha \cos (\lambda + 2) \alpha + [2 - (1 - \kappa_2) k] \lambda \sin 2\alpha \times \\
 &\times \cos (\lambda + 2) \alpha \cos \lambda (\pi - \alpha) \sin [\lambda (\pi - \alpha) - 2\alpha] + (2k - 1 + \kappa_1) \lambda \times \\
 &\times \sin 2\alpha \cos \lambda \alpha \sin (\lambda + 2) \alpha \cos (\lambda + 2) \alpha + 2[1 - \kappa_1 - (1 - \kappa_2) k] \times \\
 &\times \cos \lambda \alpha \cos (\lambda + 2) \alpha \cos \lambda (\pi - \alpha) \sin [\lambda (\pi - \alpha) - 2\alpha] \sin (\lambda + 2) \alpha \\
 g_2^{(1)} &= (1 + \kappa_2) k \lambda^2 \sin 2\alpha \sin \lambda \alpha \cos \lambda (\pi - \alpha) \cos [\lambda (\pi - \alpha) - 2\alpha] + \\
 &+ (1 - \kappa_1) (1 + \kappa_2) k \lambda \sin \lambda \alpha \cos \lambda \alpha \sin (\lambda + 2) \alpha \cos \lambda (\pi - \alpha) \cos [\lambda (\pi - \\
 &- \alpha) - 2\alpha] - (1 + \kappa_1) k \lambda^2 \sin 2\alpha \sin \lambda \alpha \cos \lambda \alpha \cos (\lambda + 2) \alpha + \\
 &+ (1 + \kappa_1) (1 - \kappa_2) k \lambda \sin \lambda \alpha \cos \lambda \alpha \cos (\lambda + 2) \alpha \cos \lambda (\pi - \\
 &- \alpha) \sin [\lambda (\pi - \alpha) - 2\alpha] + (k - 1) (1 - \kappa_1 + \lambda) \lambda^2 \sin^2 2\alpha \cos \lambda \alpha + \\
 &+ [2 - (1 - \kappa_2) k] \lambda (1 - \kappa_1 + \lambda) \sin 2\alpha \cos \lambda \alpha \cos \lambda (\pi - \alpha) \times \\
 &\times \sin [\lambda (\pi - \alpha) - 2\alpha] + (2k - 1 + \kappa_1) \lambda (\lambda + 1 - \kappa_1) \sin 2\alpha \times \\
 &\times \cos^2 \lambda \alpha \sin (\lambda + 2) \alpha + 2 [1 - \kappa_1 - (1 - \kappa_2) k] (1 - \kappa_1 + \lambda) \cos^2 \lambda \alpha \times \\
 &\times \sin (\lambda + 2) \alpha \cos \lambda (\pi - \alpha) \sin [\lambda (\pi - \alpha) - 2\alpha] \\
 k &= \frac{1 + \nu_2}{1 + \nu_1} R, \quad R = \frac{E_1}{E_2}, \quad \kappa_j = 3 - 4\nu_j \quad (j = 1, 2)
 \end{aligned}$$

Здесь  $\sigma_\theta$ ,  $\tau_{r\theta}$ ,  $\sigma_r$  — напряжения,  $u_\theta$ ,  $u_r$  — смещения,  $\langle a \rangle$  — скачок величины  $a$ ,  $\tau_1 = \tau_{s1}$ , если  $C_{g1} > 0$ ,  $\tau_1 = -\tau_{s1}$ , если  $C_{g1} < 0$  ( $\tau_{s1}$  — предел текучести на сдвиг материала 1),  $k_{11}$  — подлежащий определению коэффициент интенсивности напряжений в конце линии скольжения,  $\lambda$  — единственный на интервале ]-1; 0[ корень уравнения

$$\begin{aligned}
 \Delta (-\lambda - 1) &= 0, \quad \Delta (z) = \delta_2 \delta_3 + (q_1 q_2 \sin^2 z\pi - \delta_1 \delta_4 - \delta_2 \delta_3) k + \\
 &+ \delta_1 \delta_4 k^2, \quad \delta_1 = \sin 2z\alpha + z \sin 2\alpha
 \end{aligned}$$

R	$\alpha$ , град=5	10	15	20	25	30	35	45
2	49	85	108	122	129	127	122	104
5	153	220	247	254	249	238	222	182
10	249	309	323	319	306	287	265	215
100	442	436	417	394	367	339	310	248
2	37	29	22	16	11	6	1	88
5	29	18	11	5	0	0	0	86
10	20	10	3	0	0	0	0	85
100	1	0	0	0	0	0	0	84

R	$\alpha$ , град=65	85	105	125	145	165
2	56	11	88	132	106	48
5	96	20	168	265	248	141
10	114	23	204	330	338	235
100	131	27	244	405	463	453
2	69	51	28	7	0	0
5	68	50	26	3	0	0
10	67	49	25	0	0	0
100	66	47	23	0	0	0

$$\delta_2 = \kappa_1 \sin 2z\alpha - z \sin 2\alpha, \quad \delta_3 = \sin 2z(\pi - \alpha) - z \sin 2\alpha$$

$$\delta_4 = \kappa_2 \sin 2z(\pi - \alpha) + z \sin 2\alpha, \quad q_1 = 1 + \kappa_1, \quad q_2 = 1 + \kappa_2$$

В верхней части таблицы приведены значения  $-\lambda \cdot 10^3$  при некоторых значениях  $\alpha$  и  $R$  ( $\nu_1 = 0,333$ ,  $\nu_2 = 0,250$ ).

Решение сформулированной задачи представляет собой сумму решений следующих двух задач. Первая отличается от нее тем, что вместо первого условия (1.2) имеем

$$\theta = 0, \quad r < l, \quad \tau_{r\theta} = \tau_1 - Cg_1 r^\lambda \quad (1.5)$$

а на бесконечности напряжения затухают как  $o(1/r)$  (в частности, в выражении для  $\tau_{r\theta}$  в (1.4) отсутствует первое слагаемое). Вторая задача — упомянутая выше задача для кусочно-однородной плоскости без линий скольжения. Поскольку решение второй задачи известно, остается построить решение первой.

2. Применяя интегральное преобразование Меллина с комплексным параметром  $p$  [2] к уравнениям равновесия, условию совместности деформаций, закону Гука, условиям (1.1) и учитывая второе условие (1.2) и условие (1.5), приходим к функциональному уравнению Винера — Хопфа

$$\Phi^+(p) + \sum_{j=1}^2 \frac{\tau_j}{p + p_j} = \text{ctg } p\pi G_1(p) \Phi^-(p) \quad (2.1)$$

$$(-\varepsilon_1 < \text{Re } p < \varepsilon_2)$$

$$\Phi^+(p) = \int_1^\infty \tau_{r\theta}(\rho l, 0) \rho^p d\rho, \quad \Phi^-(p) = \frac{E_1}{4(1-\nu_1^2)} \int_0^1 \left\langle \frac{\partial u_r}{\partial r} \right\rangle \Big|_{\substack{r=\rho l \\ \theta=0}} \rho^p d\rho$$

$$\tau_2 = -Cg_1 l^\lambda, \quad p_1 = 1, \quad p_2 = \lambda + 1, \quad G_1(p) = \frac{[\Delta_0(p) + \Delta_1(p)k + \Delta_2(p)k^2] \text{tg } p\pi}{2\Delta(p)}$$

$$\Delta_0 = \delta_3 [(q_1^2 - 4\delta_8) \delta_9 - 2\delta_8 \delta_{10}]$$

$$\Delta_1 = \delta_{10} (2\delta_3 \delta_6 + 2\delta_4 \delta_5 + q_1 q_2 \delta_{11}) - \delta_9 [\delta_3 (q_1 q_2 - 4\delta_8) - 4\delta_4 \delta_7 - q_1 q_2 \delta_{12}], \quad \Delta_2 = -2\delta_4 (\delta_5 \delta_{10} + 2\delta_7 \delta_9)$$

$$\delta_5 = \sin 2p\beta + p \sin 2\beta, \quad \delta_6 = \kappa_1 \sin 2p\beta - p \sin 2\beta$$

$$\delta_7 = \sin^2 p\beta - p^2 \sin^2 \beta, \quad \delta_8 = \kappa_1 \sin^2 p\beta + p^2 \sin^2 \beta$$

$$\delta_9 = \cos 2p (\alpha - \beta) - \cos 2 (\alpha - \beta), \quad \delta_{10} = \sin 2p (\alpha - \beta) + p \sin 2 (\alpha - \beta)$$

$$\delta_{11} = \cos 2p (\pi - \alpha + \beta) - \cos 2 (\pi - \alpha + \beta), \quad \delta_{12} = \sin 2p (\pi - \alpha + \beta) + p \sin 2 (\pi - \alpha + \beta)$$

( $\varepsilon_1, \varepsilon_2$  — достаточно малые положительные числа).

Функция  $G_1(it)$  ( $-\infty < t < \infty$ ) представляет собой действительную положительную четную функцию  $t$ , стремящуюся к единице при  $t \rightarrow \infty$ . Следовательно, индекс функции  $G_1(p)$  по мнимой оси равен нулю и справедлива факторизация [3]

$$G_1(p) = G_1^+(p)/G_1^-(p) (\operatorname{Re} p = 0), \quad \exp \left[ \frac{1}{2\pi i} \int_{-i\infty}^{i\infty} \frac{\ln G_1(z)}{z-p} dz \right] =$$

$$= \begin{cases} G_1^+(p), & \operatorname{Re} p < 0 \\ G_1^-(p), & \operatorname{Re} p > 0 \end{cases} \quad (2.2)$$

При помощи (2.2) и факторизации

$$p \operatorname{ctg} p\pi = K^+(p) K^-(p), \quad K^\pm(p) = \Gamma(1 \mp p)/\Gamma(1/2 \mp p) \quad (2.3)$$

( $\Gamma(z)$  — гамма-функция) уравнение (2.1) перепишем так

$$\frac{\Phi^+(p)}{K^+(p) G_1^+(p)} + \frac{1}{K^+(p) G_1^+(p)} \sum_{j=1}^2 \frac{\tau_j}{p+p_j} = \frac{K^-(p) \Phi^-(p)}{p G_1^-(p)} \quad (\operatorname{Re} p = 0) \quad (2.4)$$

Используя представления

$$\frac{\tau_j}{(p+p_j) K^+(p) G_1^+(p)} = \frac{\tau_j}{p+p_j} \left[ \frac{1}{K^+(p) G_1^+(p)} - \frac{1}{K^+(-p_j) G_1^+(-p_j)} \right] +$$

$$+ \frac{\tau_j}{(p+p_j) K^+(-p_j) G_1^+(-p_j)} \quad (\operatorname{Re} p = 0)$$

согласно (2.4), получаем

$$\frac{\Phi^+(p)}{K^+(p) G_1^+(p)} + \sum_{j=1}^2 \frac{\tau_j}{p+p_j} \left[ \frac{1}{K^+(p) G_1^+(p)} - \frac{1}{K^+(-p_j) G_1^+(-p_j)} \right] =$$

$$= \frac{K^-(p) \Phi^-(p)}{p G_1^-(p)} - \sum_{j=1}^2 \frac{\tau_j}{(p+p_j) K^+(-p_j) G_1^+(-p_j)} \quad (\operatorname{Re} p = 0) \quad (2.5)$$

Функция в левой части (2.5) аналитична в полуплоскости  $\operatorname{Re} p < 0$ , а функция в правой его части аналитична в полуплоскости  $\operatorname{Re} p > 0$ . На основании принципа непрерывного продолжения эти функции равны одной и той же функции, аналитической во всей плоскости  $p$ .

Используя (1.3) и теорему абелева типа [4], находим ( $p \rightarrow \infty$ )

$$\Phi^+(p) \sim k_{11}/\sqrt{-2pl}, \quad \Phi^-(p) \sim -k_{11}/\sqrt{2pl} \quad (2.6)$$

Из (2.2), (2.3), (2.6) следует, что функции в левой и правой частях (2.5) стремятся к нулю при  $p \rightarrow \infty$  в полуплоскостях  $\operatorname{Re} p < 0$  и  $\operatorname{Re} p > 0$  соответственно. По теореме Лиувилля единая аналитическая функция тождественно равна нулю во всей плоскости  $p$ . Таким образом, решение уравнения (2.1) имеет вид

$$\Phi^-(p) = \frac{p G_1^-(p)}{K^-(p)} \sum_{j=1}^2 \frac{\tau_j}{(p+p_j) K^+(-p_j) G_1^+(-p_j)} \quad (\operatorname{Re} p > 0)$$

$$\Phi^+(p) = -K^+(p) G_1^+(p) \sum_{j=1}^2 \frac{\tau_j}{p+p_j} \left[ \frac{1}{K^+(p) G_1^+(p)} - \frac{1}{K^+(-p_j) G_1^+(-p_j)} \right] \quad (\operatorname{Re} p < 0) \quad (2.7)$$

При помощи (2.7) и формулы обращения Меллина можно определить напряжения и смещения в рассматриваемой задаче.

Из первой формулы (2.7) находим ( $p \rightarrow \infty$ )

$$\Phi^-(p) \sim p^{-1/2} \sum_{j=1}^2 \frac{\tau_j}{K^+(-p_j) G_1^+(-p_j)} \quad (2.8)$$

Согласно (2.6), (2.8)

$$k_{11} = \frac{\sqrt{2} g_1 \Gamma(\lambda + 3/2)}{G_1^+(-\lambda - 1) \Gamma(\lambda + 2)} C l^{\lambda+1/2} - \frac{\sqrt{\pi}}{\sqrt{2} G_1^+(-1)} \tau_1 \sqrt{l} \quad (2.9)$$

3. Предположим, что концентрация напряжений в конце линии скольжения отсутствует. Из (2.9) получаем формулу для определения длины линий скольжения

$$l = D \left( \frac{|C|}{\tau_{s1}} \right)^{-1/\lambda}, \quad D = \left[ \frac{2 |g_1| \Gamma(\lambda + 3/2) G_1^+(-1)}{\sqrt{\pi} \Gamma(\lambda + 2) G_1^+(-\lambda - 1)} \right]^{-1/\lambda} \quad (3.1)$$

Определим направление развития линии скольжения. Согласно принципу выбора [5], в качестве угла ее наклона к границе раздела сред следует взять то значение  $\beta \in ]0; \alpha[$ , которое доставляет наибольшее значение скорости  $V_1(\beta)$  диссипации энергии, равной  $\tau_1 \int_0^l \langle u_r \rangle |_{\theta=0} dr$  (точка означает дифференцирование по времени). Используя (2.7), (3.1), получаем (параметр нагружения  $C$  считается положительной возрастающей или отрицательной убывающей функцией времени)

$$V_1 = Q W_1(\beta) F, \quad Q = \frac{\pi}{\lambda + 2} \left[ \frac{2 \Gamma(\lambda + 3/2)}{\sqrt{\pi} \Gamma(\lambda + 2)} \right]^{-2/\lambda}$$

$$W_1 = |g_1|^{-2/\lambda} \frac{[G_1^+(-1)]^{-2/\lambda-2}}{[G_1^+(-\lambda - 1)]^{-2/\lambda}}, \quad F = \frac{(1 - \nu_1^2) |C|^{-2/\lambda-1} C \cdot \text{sign } C}{E_1 \tau_{s1}^{-2/\lambda-2}}$$

Если линии скольжения расположены в области 2, то исходная задача сводится к функциональному уравнению (2.1), где  $E_1, \nu_1$  в выражении для  $\Phi^-(p)$  следует заменить на  $E_2, \nu_2, \tau_{s1}$  — на  $\tau_{s2}$  ( $\tau_{s2}$  — предел текучести на сдвиг материала 2), функцию  $G_1(p)$  — функцией  $G_2(p)$ , отличающейся от нее тем, что вместо  $\alpha, \kappa_1, \kappa_2, k$  имеем соответственно  $\pi - \alpha, \kappa_2, \kappa_1, 1/k$  ( $0 < \beta < \pi - \alpha$ ), а функцию  $g_1$  — функцией

$$g_2 = g_1^{(2)} \lambda \sin \lambda (\pi - \alpha - \beta) + g_2^{(2)} \sin (\lambda + 2) (\pi - \alpha - \beta), \quad g_1^{(2)} = ff_1, \quad g_2^{(2)} = ff_2$$

$$f = (1 - \kappa_1 + \lambda) \cos \lambda \alpha \sin (\lambda + 2) \alpha - \lambda \sin \lambda \alpha \cos (\lambda + 2) \alpha$$

$$f_1 = (k - 1) \lambda \sin 2\alpha \cos [\lambda (\pi - \alpha) - 2\alpha] + (2k - 1 + \kappa_1) \cos \lambda \alpha \times$$

$$\times \sin (\lambda + 2) \alpha \cos [\lambda (\pi - \alpha) - 2\alpha] + (1 + \kappa_1) \cos \lambda \alpha \cos (\lambda + 2) \alpha \times$$

$$\times \sin [\lambda (\pi - \alpha) - 2\alpha]$$

$$f_2 = \lambda [\lambda + 2 - k (1 - \kappa_2 + \lambda)] \sin 2\alpha \cos \lambda (\pi - \alpha) + [(1 - \kappa_1) (\lambda + 2) - 2k (1 - \kappa_2 + \lambda)] \cos \lambda \alpha \sin (\lambda + 2) \alpha \cos \lambda (\pi - \alpha) - (1 + \kappa_1) \lambda \times$$

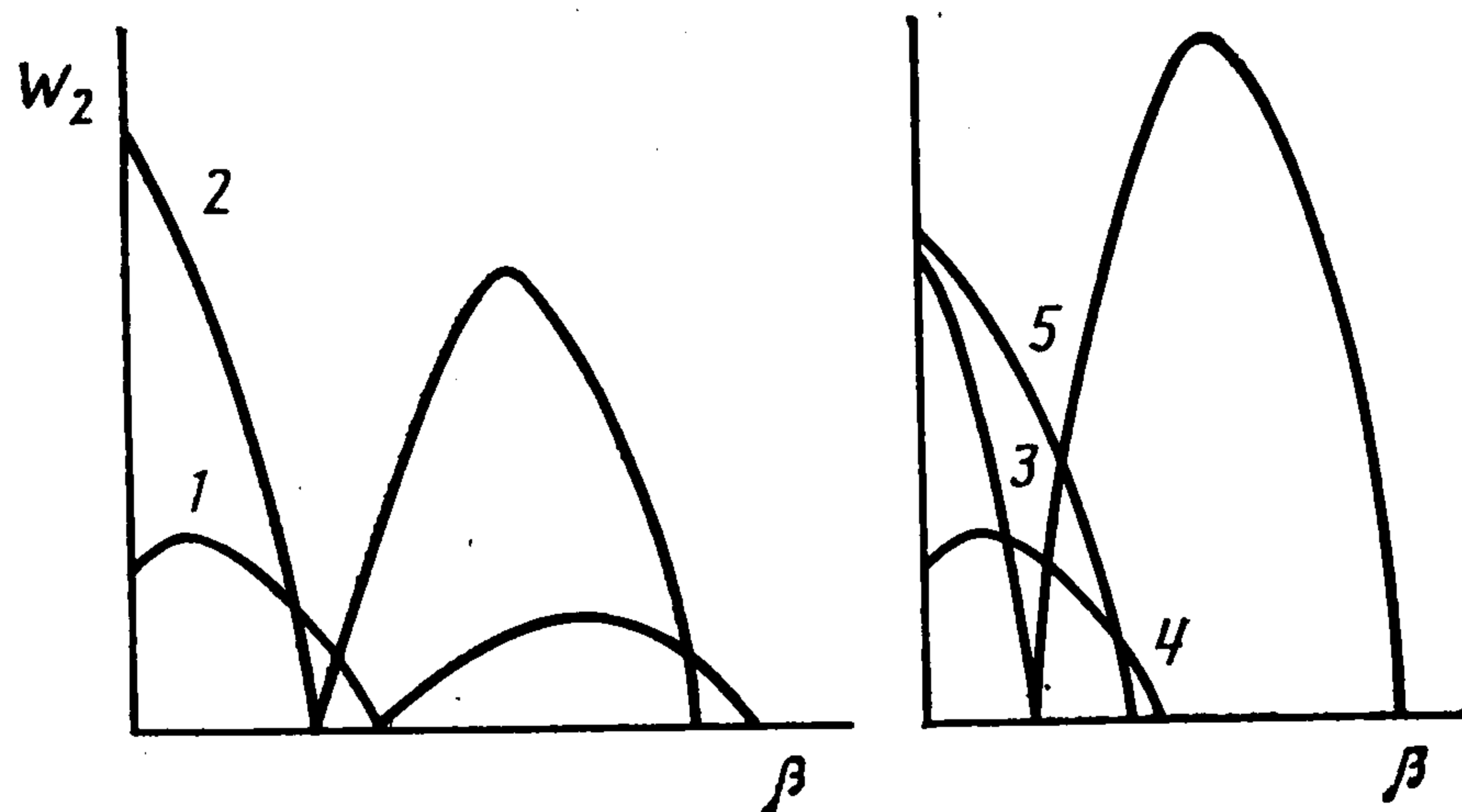
$$\times \cos \lambda \alpha \cos (\lambda + 2) \alpha \sin \lambda (\pi - \alpha)$$

Для скорости  $V_2(\beta)$  диссипации энергии справедлива формула

$$V_2 = Q W_2^*(\beta) F, \quad W_2^*(\beta) = W_2(\beta) R (1 - \nu_2^2) / (1 - \nu_1^2) \mu^{-2/\lambda-2}, \quad \mu = \tau_{s1} / \tau_{s2}$$

Здесь  $W_2$  отличается от  $W_1$  тем, что вместо  $g_1, G_1^+$  имеем соответственно  $g_2, G_2^+$  ( $G_2^+$  определяется формулой (2.2), где  $G_1$  следует заменить на  $G_2$ ).

Пусть  $R > 1$ . Исследования показывают, что наибольшее значение функции  $W_2^*(\beta)$  ( $0 \leq \beta \leq \pi - \alpha$ ) больше наибольшего значения функции



Фиг. 2

$W_1(\beta)$  ( $0 \leq \beta \leq \alpha$ ). Поэтому линии скольжения будут развиваться в области 2.

Зависимость  $W_2(\beta)$  качественно изображена на фиг. 2. Графики 1—5 относятся к случаям  $0 < \alpha < \alpha_1$ ,  $\alpha_1 \leq \alpha < \alpha_2$ ,  $\alpha_2 < \alpha < \pi/2$ ,  $\pi/2 < \alpha < \alpha_3$ ,  $\alpha_3 \leq \alpha < \pi$  соответственно ( $\alpha_m = \alpha_m(R, \nu_1, \nu_2)$ ,  $m = 1, 2, 3$ ).

Анализируя функцию  $W_2(\beta)$ , на основании принципа выбора для исходной симметричной задачи можно сделать следующие выводы.

Пусть  $R, \nu_1, \nu_2$  фиксированы. При  $0 < \alpha < \alpha_1$  линии скольжения развиваются под углом к границе раздела сред, уменьшающимся с увеличением  $\alpha$ . При  $\alpha_1 \leq \alpha < \alpha_2$  они развиваются вдоль границы раздела сред. Если реализуется случай  $\alpha = \alpha_2$ , то из угловой точки исходят четыре линии скольжения, две из которых расположены на границе раздела сред, а две — под углом к ней. При  $\alpha_2 < \alpha < \pi/2$  и  $\pi/2 < \alpha < \alpha_3$  линии скольжения снова составляют с границей раздела сред уменьшающийся с увеличением  $\alpha$  угол, а при  $\alpha_3 \leq \alpha < \pi$  — развиваются вдоль нее.

Пусть  $R$  возрастает,  $\nu_1, \nu_2$  фиксированы. Область  $]0; \alpha_1[$  значений  $\alpha$ , при которых имеет место начальное отклонение линий скольжения от границы раздела сред, уменьшается. При фиксированном  $\alpha$  уменьшается угол начального отклонения линий скольжения от границы раздела сред. Уменьшается то значение  $\alpha$ , начиная с которого линии скольжения не отклоняются от границы раздела сред.

В нижней части таблицы приведены значения в градусах угла наклона линий скольжения к границе раздела сред при некоторых значениях  $\alpha$  и  $R$  ( $\nu_1 = 0,333$ ,  $\nu_2 = 0,250$ ).

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Черепанов Г. П. Механика хрупкого разрушения. М.: Наука, 1974. 640 с.
2. Уфлянд Я. С. Интегральные преобразования в задачах теории упругости. Л.: Наука, 1967. 402 с.
3. Гахов Ф. Д. Краевые задачи. М.: Наука, 1977. 640 с.
4. Нобл Б. Применение метода Винера — Хопфа для решения дифференциальных уравнений в частных производных. М.: Изд-во иностр. лит., 1962. 279 с.
5. Черепанов Г. П. О проблеме неединственности в теории пластичности // Докл. АН СССР. 1974. Т. 218. № 4. С. 779—782.