Прикладная математика и механика. Том 53, вып. 5, 1989

УДК 539.375

А. А. Вакуленко, В. Я. Крейнович

ФИЗИКО-ГЕОМЕТРИЧЕСКОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ ХРУПКОГО РАЗРУШЕНИЯ ПРИ ПОЛЗУЧЕСТИ

Предлагается геометрическая модель хрупкого разрушения при ползучести металлов, которая позволяет объяснить качественную зависимость геометрии типичной микрополости в поликристалле от уровня заданного напряжения, найти законы распределения времени до разрушения образцов, обобщающие закон Вейбулла. Основная идея, лежащая в основе предлагаемой модели, состоит в представлении процесса формирования микрополостей в материале как спонтанного нарушения симметрии.

Известно, что механизм хрупкого разрушения при ползучести заключается в образовании, росте и слиянии микрополостей, которые приводят к зарождению макротрещины, разделяющей образец на части. В условиях высокотемпературной ползучести при фиксированных напряжениях, сравнимых с пределом текучести материала при данной температуре в основном наблюдаются микропоры с острыми границами (так называемые w-поры), а в опытах с более низкими уровнями напряжения — округлые микропоры (или r-поры) [1]. В последнем случае длина проекции микрополости на любое направление имеет один и тот же порядок для разных направлений, поэтому образующиеся микрополости называют микропорами [2]. При w-порах свойства малой области тела в разных направлениях могут различаться в зависимости от того, параллельно ли это направление одной из граней микрополости.

Процесс развития микрополостей в условиях ползучести приводит к потере локальной симметрии исходной сплошной среды. Известно, [3], что переход от симметричного состояния сразу к асимметричному маловероятен, а более вероятен поэтапный переход, когда на промежуточных этапах симметрия частично сохраняется; при этом на каждом этапе переход тем более вероятен, чем меньше нарушается симметрия.

1. Исходная группа симметрии, т. е. группа преобразований пространства G_0, при действии которых сохраняются локальные свойства исходной недеформированной среды, состоит из сдвигов, поворотов и подобий. Наиболее вероятен переход к состоянию, обладающему некоторой группой симметрии $G \subset G_0$ т. е. к состоянию, все свойства которого инвариантны относительно действия преобразований некоторой подгруппы G группы G_0. Инвариантность состояния означает, в частности, что граница микрополости не меняется при действии преобразований из группы G: если точка a расположена на границе микрополости, то эта граница содержит и $g(a)$ при всех преобразованиях $g \in G$. Следовательно, граница содержит все точки $g(a)$ для всех $g \in G$, т. е. содержит орбиту элемента a относительно группы G. Тем самым граница микрополости либо совпадает с орбитой группы G, либо состоит из нескольких таких орбит. Поэтому для описания всевозможных типов микрополостей достаточно описать орбиты подгрупп группы G_0.

Переход от исходного состояния с группой G_0 к состоянию с группой G тем более вероятен, чем больше симметрий в группе G, т. е. чем больше размерность группы G (размерность группы — минимальное число независимых параметров, необходимых для описания всех преобразований из G). Наибольшая возможная размерность G равна четырем [4]; этой размерности соответствует единственная орбита — плоскость. Группа G состоит из подобий (один параметр), сдвигов в плоскости (два параметра) и поворотов в плоскости (один параметр). Значению $\dim G = 3$ соответствуют две различные группы симметрии: группа вращений вокруг точки (орбита — сфера) и группа симметрии прямой (сдвиги вдоль прямой, повороты вокруг нее и подобия). У второй из этих групп всего две орбиты — прямая и все остальное пространство, поэтому граница микрополости из таких орбит состоять не может. Значению $\dim G = 2$ соответствуют орбиты: полуплоскость, круговой конус, прямой круговой цилиндр и т. д..

Следовательно, в процессе ползучести наиболее вероятно образование микрополости с плоскими границами (границами, соответствующими максимально возможной группе симметрии). В последующие моменты процесса ползучести более вероятно формирование микрополостей примерно сферической формы. Если же разрушение (образование зародыша макротрещины) и на этой стадии не произошло, то предлагаемая геометрическая модель допускает появление микрополостей более сложной формы.

При достаточно высоких уровнях растягивающего напряжения время до разрушения образцов невелико и успевают формироваться только микрополости с плоскими границами (w-поры). При меньших уровнях напряжения время «жизни» образца возрастает на несколько порядков, поэтому за счет случайных процессов в микроструктуре материала микрополости сглаживаются и образуются округлые микропоры (r-поры). Микрополости более сложной формы в металлах экспериментально не наблюдались [2].

Слияние микрополостей также может быть рассмотрено с точки зрения спонтанного нарушения симметрии. Объединение двух геометрических форм, соответствующих микрополостям, в общем случае имеет меньшую группу симметрии, чем каждая из них. Отсюда, согласно общей методологии спонтанного нарушения симметрии, следует, что наиболее вероятны слияния микрополостей, дающие меньшее нарушение симметрии.

Так, объединение сферы с плоскостью обладает одномерной группой симметрии, объединение плоскости с плоскостью — двумерной группой, а объединение двух сфер — одномерной группой симметрии. Следовательно, более вероятны объединения плоскости с плоскостью, сферы со сферой, что приводит к более вероятному слиянию микрополостей w- или r-вида с одноименного вида микрополостями. Таким образом, в реальном металлическом образце, где в некоторый момент процесса ползучести есть поры обоих типов, округлые поры чаще соединяются между собой, а не с полостями с острыми границами.

2. Применим полученные геометрические результаты к количественному описанию хрупкого разрушения при ползучести.

Процессы образования, роста и слияния микрополостей в материале составляют существо скрытой стадии процесса разрушения при ползучести [5]. На этой стадии для описания разрушения, как правило, используется скалярный параметр поврежденности ω. На макроуровне ω характеризует «разрыхление» материала, к которому приводят процессы образования, роста и слияния микрополостей. Фундаментальной оценкой разрыхления материала на макроуровне является относительное изменение плотности материала, которое для всего образца обычно не превосходит 1—2% [6].

Согласно обычным представлениям механики сплошной среды [7], если в некоторый момент процесса деформирования разбить образец на области (подобъемы) Δ_k ($k = 1, 2, \ldots, N$), размер которых намного меньше размера образца и намного больше микронеоднородности материала, то процессы разрушения в каждом из подобъемов не зависят от аналогичных процессов в других подобъемах. В соответствии с отмеченным механизмом хрупкого разрушения при ползучести металлов вероятность $p(\Delta_k)$ разрушения каждого подобъема Δ_k при заданных внешних условиях однозначно определяется значением параметра поврежденности $\omega(\Delta_k)$ для этого подобъема: $p(\Delta_k) = F(\omega(\Delta_k))$, где F — некоторая функция, вид которой зависит от внешних условий (напряжения, температуры).

Для описания связи между разрушением образца и разрушением отдельных подобъемов воспользуемся, следуя [7], принципом «наислабейшего звена»: разрушение некоторой области происходит тогда и только тогда, когда разрушается самая дефектная ее часть. В случае разрушения вследствие накопления микрополостей этот принцип означает, что подобъемы разрушаются за счет наиболее разрыхленных их частей. Поэтому образец не разрушится в том и только том случае, когда не разрушится ни один из его подобъемов. А так как процессы в подобъемах независимы, то вероятность того, что образец не разрушится до момента времени t, равна произведению вероятностей для подобъемов. Если $P(t)$ — вероятность того, что при заданной внешней нагрузке макроразрушение тела начнется в момент времени, меньший t, то получим, что

$$1 - P(t) = \prod_{k=1}^{N} (1 - p(\Delta_k)) = \prod_{k=1}^{N} (1 - F(\omega(\Delta_k))) \tag{2.1}$$

Для определения $\omega(\Delta_k)$ воспользуемся физической природой этого параметра. На макроуровне разрыхление материала проявляется в виде остаточного изменения объема материала, фундаментальная роль которого для процессов холодной (атермической) пластической деформации была установлена В. В. Новожиловым [8]. Так как в процессах ползучести остаточное изменение объема гораздо более значительно, в качестве параметра поврежденности естественно взять возрастающую функцию от относительного неупругого изменения объема материала ε_v^p. Наиболее удобно [9] использовать для ω выражение $\omega(\Delta_k) = \ln(1 + \varepsilon_v^p)$, где ε_v^p — неупругая часть ε_v, $\varepsilon_v = (\Delta v_k - \Delta v_{k0})/\Delta v_{k0}$, Δv_k — объем элемента Δ_k в некоторый момент процесса, Δv_{k0} — объем того же элемента в начальный момент. При $(\varepsilon_v^p)^2 \ll 1$ имеем $\omega \approx \varepsilon_v^p$.

Итак, процесс разрушения при фиксированных внешних условиях однозначно определяется изменением объема материала. Эта величина в свою очередь определяется статистикой микрополостей, т. е. законом их распределения по размерам, и не зависит от пространственного распределения микрополостей. Поэтому при подсчете распределения микрополостей по размерам можно пользоваться упрощающим предположением о том, что такое распределение одно и то же для всех подобъемов рассматриваемого образца. В рамках этого предположения для достаточно больших Δv_k и величина ε_v^p, определяемая статистикой микрополостей в области Δ_k, примерно одна и та же для всех подобластей, значит, $\Delta v_k \approx \Delta v_{k0}(1 + \varepsilon_v^p)$. Отсюда, суммируя по k, имеем $v \approx v_0(1 + \varepsilon_v^p)$, где v — объем образца в текущий момент процесса, а v_0 — его начальный объем. Значение ε_v^p для всего тела примерно совпадает со значением ε_v^p для подобъемов, поэтому и параметр поврежденности для всего тела примерно равен $\omega(\Delta_k)$. Тогда формула (2.1) приводит к значению $P(t) = 1 - (1 -$

$- F(\omega))^N$, где ω — параметр поврежденности для всего образца. Если $\langle \Delta v \rangle$ — средний объем подобъемов, то $N = v \mid \langle \Delta v \rangle$, откуда следует, что

$$P(t) = 1 - \exp(-vf(\omega)), \quad f(\omega) = -\ln(1 - F)/\langle \Delta v \rangle \tag{2.2}$$

Значение поврежденности, в свою очередь, зависит от времени. Подставляя эту зависимость в (2.2), получаем, что для некоторой функции $\varphi(t) = f(\omega(t))$

$$P(t) = 1 - \exp(-v\varphi(t)) \tag{2.3}$$

Поэтому для определения временной статистики разрушения, т. е. $P(t)$, достаточно найти $\varphi(t)$.

3. Рассмотрим сначала случай, когда в процессе ползучести в материале в основном накапливаются w-поры. Образование w-пор соответствует такому спонтанному нарушению симметрии, при котором симметрия относительно изменения масштаба длины не нарушается. Как отмечено в п. 1, при образовании w-пор локально сохраняется инвариантность относительно подобия. Поэтому значения всех безразмерных комбинаций характеристик тела не должны зависеть от того, в каких единицах измеряются эти характеристики. Будем применять этот принцип трижды.

Для каждого объема v обозначим $t(v)$ момент времени, в который вероятность разрушения принимает некоторое заданное значение P_0, т. е. $\exp(-v\varphi(t)) = 1 - P_0$, или

$$t(v) = \varphi^{-1}(-\ln(1 - P_0)/v) \tag{3.1}$$

Для любого вещественного числа l характеристика $t(lv)/t(v)$ безразмерна. Переход к единице длины в m раз меньшей переводит v в m^3v, и отмеченная масштабная инвариантность приводит к равенству $t(lv)/t(v) = t(lm^3v)/t(m^3v)$ для любых $l > 0$, $m > 0$ и, значит, отношение $t(lv)/t(v)$ зависит только от l и не зависит от v, т. е.

$$t(lv) = t(v)\, g(l) \tag{3.2}$$

для некоторой функции $g(l)$. Для решения функционального уравнения (3.2) подставим в него сначала $x = l$, $y = v$, а потом $x = v$, $y = l$ и получим, что $t(xy) = t(x)\, g(y) = t(y)\, g(x)$ для любых $x > 0$, $y > 0$, откуда $g(x)/t(x) = g(y)/t(y) = \text{const}$, или $g(x) = \text{const}\, t(x)$ и (3.2) принимает вид $t(lv) = \text{const}\, t(l)\, t(v)$. Умножая обе части последнего соотношения на const и обозначая $t_0(z) = \text{const}\, t(z)$, получим, что $t_0(lv) = t_0(l)\, t_0(v)$. Как известно [10], решение этого уравнения имеет вид $t_0 v \sim v^s$, где s — постоянная, поэтому $t_0(v) = \text{const}\, v^s$. Подставляя это выражение в (3.1), имеем $\varphi(t) = C_0 t^n$, $n = -1/s$, $C_0 = (\text{const})^n \ln(1 - P_0)$, а из формулы (2.3) при такой функции $\varphi(t)$ следует вейбулловский закон распределения времени до разрушения образцов

$$P(t) = 1 - \exp(-A_1 t^n), \quad A_1 = C_0 v \tag{3.3}$$

Аналогично, рассматривая величину $t(l\Delta v)/t(\Delta v)$, где $\Delta v = \omega v_0$ — суммарный объем всех микрополостей в области Δ, получим, что Δv, а значит, и параметр поврежденности ω степенным образом зависит от времени: $\omega = \Omega t^\alpha$ [2]. Отсюда следует, что и $f(\omega)$ степенным образом зависит от ω. В самом деле, при всех t имеет место равенство $\varphi(t) = f(\omega(t))$, где $\varphi(t) = C_0 t^n$. Чтобы найти значение $f(\omega)$ для произвольного $\omega > 0$, найдем t, такое, что $\omega(t) = \Omega t^\alpha$ (это t определяется формулой $t = (\omega/\Omega)^{1/\alpha}$). Тогда

$$f(\omega) = \varphi(t(\omega)) = C_1 \omega^{s_1}, \quad s_1 = n/\alpha, \quad C_1 = C_0 \Omega^{-s_1} \tag{3.4}$$

Рассматривая безразмерную величину $p(lr)/p(r)$, где $p(r)\,dr$ — доля микропор радиуса от r до $r + dr$ на срезе образца, получим, что и распределение микрополостей по диаметрам должно описываться степенным законом $p(r) = C_2 r^{-s_2}$.

4. Исследуем теперь случай, когда хрупкое разрушение в металлическом материале происходит за счет образования r-пор. В этом случае, как показано в п. 1, спонтанное нарушение симметрии, приводящее к образованию r-поры, нарушает и инвариантность относительно подобий. Поэтому в такой ситуации модель масштабной инвариантности, описанную в п. 3, можно рассматривать как первое приближение к описанию процесса разрушения. Недостаточность первого приближения проявляется, например, в том, что экспериментально определенный закон распределения микрополостей по их диаметрам при малых их значениях существенно отличается от степенного, описанного в п. 3. Масштабно-инвариантная модель первого приближения, в которой зависимость ω от t и p от r степенная, эквивалентна линейной зависимости $\ln \omega$ от $\ln t$ и $\ln p$ от $\ln r$. Поэтому в качестве модели, соответствующей следующему приближению, естественно взять квадратичную зависимость $\ln \omega$ от $\ln t$ и $\ln p$ от $\ln r$, т. е.

$$\omega = \Omega t^{\alpha+\beta \ln t} \tag{4.1}$$

$$p(r) = \exp\left[-(A \ln^2 r + B \ln r + C)\right] \tag{4.2}$$

где α, β, Ω, A, B, C зависят от внешних условий испытания. Так как поврежденность материала в процессе ползучести накапливается, то должно выполняться $\omega'(t) > 0$ до момента разрушения, поэтому $\beta \leqslant 0$.

Строго говоря, формула (4.1) неприменима при больших t, так как при этом $\omega(t)$ начинает убывать. Это означает, что при таких t квадратичных членов недостаточно, нужно учитывать еще и члены, содержащие кубические по $\ln t$ выражения. Однако анализ экспериментальных данных показывает, что для описания реального процесса разрушения достаточно приближения (4.1).

Поврежденность ω определяется по существу как отношение объема, занимаемого микрополостями, к объему образца. Поэтому, если взять случайную точку образца (выбранную в соответствии с равномерным законом распределения вероятности, при котором вероятность попасть в ту или иную область пропорциональна ее объему), то вероятность того, что эта точка попадет внутрь микрополости, равна поврежденности ω. Эту же вероятность можно оценить и по-другому, используя не объемное, а плоское распределение микрополостей по их размерам. В самом деле, описанный выше случайный выбор можно осуществить в два этапа: сначала случайно выбирать ориентированную плоскость, а потом — случайную точку в соответствующем плоском сечении. Плоский срез по существу и означает выбор случайно ориентированной плоскости (случайно ориентированной относительно микрополостей). Поэтому поврежденность ω равна вероятности того, что случайно выбранная точка на случайно ориентированном срезе попадает в микрополость. В действительности, результаты опытов не содержат статистики распределения микрополостей по размерам для разных плоских срезов [2, 6].

Покажем, как можно использовать статистику, соответствующую только одному сечению. Все рассмотрения проводятся в рамках модели, в которой распределение микрополостей по объему предполагается однородным и изотропным. Поэтому, в частности, закон распределения микрополостей по размерам на плоском срезе не зависит от ориентации плоскости, по которой проводится срез. Значит, в частности, ω равна вероятности того, что на том самом срезе, по которому имеется статистика (из опыта), случайно выбранная в плоскости точка попадет в микрополость. Эта вероятность в свою очередь равна отношению суммарной площади микрополостей, попавших в область среза, к его площади S. Если $p_S(r)$ — плотность распределения микрополостей по размерам на плоском срезе, то это отношение примет вид

$$\omega = \pi S^{-1} \int_0^\infty p_S(r) r^2 \, dr$$

Аргументы, обосновывающие формулу (4.2), приводят к аналогичной формуле и для зависимости $p_S(r)$. Подставим ее в последний интеграл после вычисления которого получим

$$\omega = \pi^{1/2} (AS)^{-1} \exp(C - (B-3)^2/(4A)) \tag{4.3}$$

Экспериментальные данные по распределению микропор по их радиусам действительно согласуются с логнормальным законом [11].

Для определения $P(t)$ воспользуемся соотношением (2.2), в котором $\omega(t)$ задается выражением (4.1).

Исследование проводится в рамках физической модели, согласно которой при заданных внешних условиях вероятность разрушения определяется только одним скалярным параметром ω. Поэтому и функция $f(\omega)$, описывающая зависимость $P(t)$ от ω в (2.2), определяется только внешними условиями и не зависит от вида микрополостей. В п. 3 на примере разрушения за счет w-пор показано, что $f(\omega)$ — степенная функция. Следовательно, и в случае r-пор можно использовать выражение (3.4). Подставляя его и $\omega(t)$ в формулу (2.2), получим следующую модификацию закона Вейбулла, справедливую при $t < \alpha/(2\,|\beta|)$:

$$P(t) = 1 - \exp(-A_1 t^{n+n_1 \ln t}), \quad n = s_1\alpha, \quad n_1 = s_1\beta \tag{4.4}$$

Как уже отмечалось, выражение (4.4) неприменимо при $t > \alpha/(2\,|\beta|)$ (при таких t нужно учитывать члены следующих порядков по $\ln t$), но практически (см. приложение) вероятность того, что до этого критического момента не произойдет разрушение, мала и ею вполне можно пренебречь.

В рассматриваемой модели n_1 описывает отличие закона распределения от вейбулловского, соответствующего масштабной инвариантности. В соответствии с особенностями процесса хрупкого разрушения при ползучести масштабная инвариантность нарушается при малых относительно предела текучести при данной температуре напряжениях σ, поэтому $n_1 \approx 0$ при больших σ, а с уменьшением σ имеет место тенденция к росту значений n_1.

5. Рассмотрим теперь зависимость параметров, входящих в формулы (3.3), (4.1), (4.4), от заданного напряжения.

Если процесс разрушения определяется w-порами (масштабно-инвариантный случай), то $\ln \omega = \ln \Omega + d \ln t$, где $\ln \Omega$ и α зависят от σ при фиксированной температуре испытания. В этом случае к инвариантным безразмерным комбинациям, использованным в п. 3, необходимо добавить комбинацию $f(\omega(l\sigma, t))/f(\omega(\sigma, t))$. Ее анализ приводит к степенной зависимости $f(\omega(\sigma, t))$ от σ, а согласно (3.4) $f(\omega)$ — также степенная функция. Следовательно, $\omega(\sigma, t)$ степенным образом зависит от σ при фиксированном t, т. е. функция $\ln \omega$ — линейная по каждому из переменных $\ln \sigma$, $\ln t$, и при всех $\sigma > 0$, $t > 0$ имеет место формула

$$\ln(\omega) = a + b \ln \sigma + (c + d \ln \sigma) \ln t \qquad (5.1)$$

где $a + b \ln \sigma = \ln \Omega$, $c + d \ln \sigma = \alpha$.

Подставляя выражение (5.1) в формулу (2.2), получим, что параметры вейбулловского закона A_1 и n зависят от σ следующим образом: $n = s_1 (c + d \ln \sigma)$, $A_1 = vC_1 \exp(s_1 a + s_1 b \ln \sigma)$.

Если в процессе разрушения в основном наблюдаются r-поры, то, рассматривая, как и в п. 4, формулу (5.1) как первое приближение, получим, что

$$\ln \omega = a + b \ln \sigma + (c + d \ln \sigma) \ln t + (c_1 + d_1 \ln \sigma) \ln^2 t$$

плюс члены старших относительно $\ln \sigma$, $\ln t$ порядков. Сравнивая это выражение с $\ln \omega$ из прологарифмированного соотношения (4.1), имеем зависимость параметра от уровня напряжения: $\beta = c_1 + d_1 \ln \sigma$. Из формулы (4.4) следует зависимость n_1 от σ: $n_1 = s_1 (c_1 + d_1 \ln \sigma)$. Из последнего соотношения при $\sigma \to 0$ имеем $|n_1| \to +\infty$, т. е. при малых σ отличие выражения (4.4) от вейбулловского закона максимально. Эта разница уменьшается при увеличении уровня заданного напряжения.

6. Из предложенной выше модели следует способ предсказания вероятности разрушения образца в различные моменты времени. В соответствии с формулой (4.1) для этого достаточно найти три параметра в зависимости поврежденности ω от времени t. Необходимо оценить $\omega(t_i)$ не менее чем в три момента времени t_i и найти α, β, $\ln \Omega$ как коэффициенты в квадратичной зависимости $\ln \omega(t_i)$: $\ln \omega(t_i) = \ln \Omega + \alpha \ln t_i + \beta \ln^2 t_i$. Для подсчета $\omega(t_i)$ в свою очередь необходимо воспользоваться формулой (4.3). Поэтому для вычисления $\omega(t_i)$ необходимо по срезу образца получить $p(r)$ — распределение микрополостей по их размерам, а затем оценить A, B, C как параметры квадратичной по $\ln r$ зависимости для $\ln p(r)$.

Необходимо заметить, что сделанное выше физико-геометрическое исследование относилось к случаю разрушения тела с однородными полями ε_v^p и ω. В общем случае распределение микрополостей можно считать локально-однородным, т. е. степенным или логнормальным, но параметры соответствующих законов распределения уже, вообще говоря, зависят от точки тела, т. е. образуют физические поля.

7. *Приложение.* Были известны результаты измерения концентрации микропор в зависимости от радиуса в сечении образцов из 304 нержавеющей стали, с размером зерна 40—50 мкм, сделанные в три разные момента процесса ползучести и в момент предшествующий разрушению образца (условия испытания: $\sigma = 63$ МПа, $T°$ С $= 700°$ [11]).

Анализ этих экспериментальных данных показал, что три функции распределения $p(r)$ хорошо описываются логнормальным законом (4.2). Ниже приведены значения A, B, C, найденные с точностью до 0.1, причем $t = 5 \cdot 10^5$ с. соответствует моменту разрушения, а также представлены результаты вычислений параметра поврежденности для всего образца, найденные как суммарная площадь всех микропор в сечении S по выражению (4.3). При $t = 0.6 \cdot 10^5$ с. $A = -1.9$, $B = -1.3$, $C = -9.1$, $\omega S = 6.6 \cdot 10^3$ мкм^2, при $t = 1.3 \cdot 10^5$ с. $A = 4.5$, $B = 0.6$, $C = 3.3$, $\omega S = 42 \cdot 10^3$ мкм^2, при $t = 2.6 \cdot 10^5$ с. $A = 2.8$, $B = 0.3$, $C = 3.3$, $\omega S = 130 \cdot 10^3$ мкм^2, при $t = 5.0 \cdot 10^5$ с. $A = 3.3$, $B = 0.6$, $C = 3.0$, $\omega S = 180 \cdot 10^5$ мкм^2.

Согласно данным работы [11], $\ln \omega$ квадратично зависит от $\ln t$, т. е. $\omega(t)$ описывается логнормальным законом. Тем самым данный пример подтверждает справедливость формул (4.1), (4.2), (4.4) и иллюстрирует развитую в работе модель хрупкого разрушения при ползучести.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Грант Н.* Разрушение в условиях высокотемпературной ползучести // Разрушение М.: Мир, 1976. Т. 3. С. 528—578.
2. *Perry A. J.* Review cavitation in creep // J. Mater. Sci. 1974. V. 9. № 6. P. 1016—1039.
3. *Ландау Л. Д., Лифшиц Е. М.* Теоретическая физика. Т. 5. М.: Наука, 1976. 584 с.
4. *Кошелева О. М., Крейнович В. Я., Финкильштейн А. М.* Теоретико-групповой подход к основаниям геометрии пространства — времени // Симпозиум по геометрии в целом и основаниям теории относительности: Тез. докл. Новосибирск: Ин-т математики СО АН СССР, 1982. С. 58—59.
5. *Вакуленко А. А.* О статистике хрупкого разрушения при ползучести // Проблемы прочности. 1984. № 10. С. 23—27.
6. *Чадек И.* Ползучесть металлических материалов. М.: Мир, 1987. 302 с.
7. *Болотин В. В.* Прогнозирование ресурса машин и конструкций. М.: Машиностроение, 1984. 312 с.
8. *Новожилов В. В.* О пластическом разрыхлении // ПММ. 1965. Т. 29. Вып. 4. С. 681—689.
9. *Вакуленко А. А.* О хрупком разрушении при ползучести // Изв. АН СССР. МТТ. 1982. № 6. С. 117—123.
10. *Беллман Р., Кук К. Л.* Дифференциальные разностные уравнения. М.: Мир. 1967. 548 с.
11. *Chen I.-W., Argon A. S.* Creep cavitation in 304 stainless steel // Acta Met. 1981. V. 29. № 7. P. 1321—1333.

Ленинград

Поступила в редакцию
6.VI.1988