

УДК 536.46

ВЛИЯНИЕ МНОГОКОМПОНЕНТНОЙ ДИФФУЗИИ НА УСТОЙЧИВОСТЬ ЛАМИНАРНЫХ ПЛАМЕН

Гришин А. М., Зеленский Е. Е.

Дается постановка и проводится исследование задачи об устойчивости горения трехкомпонентной смеси газов (горючее, окислитель, продукт реакции) при точном учете взаимной диффузии компонентов. Построены границы областей ДТН-1 и ДТН-2 для двух смесей с сильно различающимися диффузионными свойствами. Проводится сравнение с бинарной теорией. Изучается влияние начального состава смеси (бедные, стехиометрические и богатые смеси) на положение границ областей монотонной и колебательной неустойчивости.

Задача о диффузионно-тепловой неустойчивости (ДТН) ламинарного пламени при существенном недостатке горючего компонента рассматривалась в работах [1—8]. Предложенный в [1] механизм возникновения ДТН при числе Льюиса $L > 1$ ($L = D/\kappa$; D , κ — эффективные коэффициенты диффузии и температуропроводности), связанный с искривлением фронта пламени, был подтвержден на количественном уровне в [2—5]. Возмущения в этом случае нарастают монотонным образом (область ДТН-2, терминология из [3, 4]). Другой механизм появления ДТН, выдвинутый в [6], был исследован в рамках постановки задачи [2] аналитически и численно в работе [7]. Эта неустойчивость носит колебательный характер и реализуется при $L < 1$ (ДТН-1). В работах [8]¹, не использующих предположение о квазистационарности скорости возмущенного фронта пламени [2—5, 7], было получено удовлетворительное согласование по границам зон ДТН-1 и ДТН-2 (расхождение не более 8%) с результатами [3—5, 7].

1. Пусть в смеси газов протекает необратимая химическая реакция окисления



где ν_i — стехиометрические коэффициенты; A_1 , A_2 , A_3 — символы горючего, окислителя и продукта реакции соответственно. Фронт химического превращения так же, как и в [2—5], полагаем бесконечно тонким, что справедливо для химической реакции с сильной (экспоненциальной) зависимостью скорости реакции от температуры и существенно более слабой (степенной) зависимостью от концентраций компонентов смеси. Учет конечности толщины зоны реакции согласно [8] (см. также работу, цитированную в сноске) незначительно сужает область ДТН-2. В соответствии с [2—5] фронт химического превращения рассматриваем как поверхность слабого разрыва температуры и концентраций компонентов. С целью упрощения задачи пренебрегаем диффузионным переносом энергии по сравнению с кондуктивным, что заведомо выполняется, например, для смеси с близкими значениями теплоемкостей компонентов. Коэффициенты бинарной диффузии D_{ik} и температуропроводности κ полагаем постоянными величинами [2—5], соответствующими температуре горения.

Поверхность возмущенной зоны реакции задается в виде [2]

$$x = \xi(y, t) = \varepsilon \exp(iKy + \Omega t)$$

¹ См. также: Алдушин А. П., Каспарян С. Г. Теплодиффузионная неустойчивость стационарной волны горения: Препринт. Черноголовка: Отд-ние ин-та хим. физики АН СССР, 1978. 21 с.

где ε — малая амплитуда искривления фронта, K — вещественное волновое число, Ω — частота возмущения, $\xi(y, t)$ — малое отклонение фронта химического превращения от своего невозмущенного положения.

Массовую скорость горения m , как и в [2—5], считаем известной из теории нормального горения газов [9]

$$m \sim \exp\left(-\frac{E}{2RT_f}\right) \quad (1.2)$$

Здесь E — энергия активации, R — универсальная газовая постоянная, T_f — температура возмущенного фронта химического превращения.

Из записи (1.2) видно, что задача рассматривается в квазистационарной постановке и пренебрегается зависимостью от концентраций компонентов [2—5]. Кроме того, предполагается, что функциональная зависимость (1.2) величины m от температуры T_f , справедливая для бинарной смеси, сохраняется и для многокомпонентной смеси газов.

В соответствии со сказанным в системе координат, связанной с возмущенной зоной реакции, процесс квазистационарного распространения волны горения описывается следующей системой уравнений:

$$\begin{aligned} \bar{\kappa} \frac{dT}{dt} &= \kappa \Delta T, \quad \rho \frac{dC_j}{dt} = - \left(\frac{\partial J_{jx}}{\partial x} + \frac{\partial J_{jy}}{\partial y} \right), \quad j = 1, 2 \\ \sum_{i=1}^3 C_i &= 1 \left(\frac{d}{dt} = \frac{\partial}{\partial t} + u \frac{\partial}{\partial x}, \quad \Delta = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} \right) \end{aligned} \quad (1.3)$$

где C_i — массовая концентрация i -го компонента; J_{ix} , J_{iy} — проекции диффузионного потока i -го компонента на оси координат; ρ — плотность смеси; u — стационарная скорость пламени; индексы 1, 2, 3 соответствуют горючему, окислителю и продукту реакции.

Диффузионные потоки, входящие в уравнения (1.3), связаны с градиентами концентраций компонентов соотношениями Стефана — Максвелла [5]

$$\begin{aligned} \sum_{k=1}^3 \frac{X_i X_k}{\rho D_{ik}} \left(\frac{J_{kz}}{C_k} - \frac{J_{iz}}{C_i} \right) &= \frac{\partial X_i}{\partial z} \\ \sum_{i=1}^3 X_i &= 1, \quad \sum_{i=1}^3 J_{iz} = 0, \quad z = x, y \end{aligned} \quad (1.4)$$

где X_i — относительная молярная концентрация i -го компонента.

Используя связь между молярными и массовыми концентрациями [9], из уравнений (1.4) находим

$$\begin{aligned} J_{jz} &= - \left(a_{j1} \frac{\partial C_1}{\partial z} + a_{j2} \frac{\partial C_2}{\partial z} \right); \quad z = x, y; \quad j = 1, 2 \\ a_{11} &= n (b_1 b_2 - b_3 b_4), \quad a_{12} = n (b_1 b_5 - b_3 b_6), \quad a_{21} = n (b_4 b_7 - b_2 b_8) \\ a_{22} &= n (b_6 b_7 - b_5 b_8), \quad n = \rho D_{12} (b_1 b_7 - b_3 b_8)^{-1} \end{aligned} \quad (1.5)$$

Коэффициенты b_i определяются формулами

$$\begin{aligned} b_1 &= \pi_1 + C_1 (\pi_2 - \pi_1), \quad b_2 = 1 + C_2 (\pi_3 - 1) \\ b_3 &= C_1 (\pi_4 - \pi_3), \quad b_4 = C_2 (1 - \pi_2) \\ b_5 &= C_1 (1 - \pi_3), \quad b_6 = 1 + C_1 (\pi_2 - 1) \\ b_7 &= \pi_4 + C_2 (\pi_3 - \pi_4), \quad b_8 = C_2 (\pi_1 - \pi_2) \\ \pi_1 &= \frac{D_{12}}{D_{23}}, \quad \pi_2 = \frac{M_3}{M_1}, \quad \pi_3 = \frac{M_3}{M_2}, \quad \pi_4 = \frac{D_{12}}{D_{13}} \end{aligned}$$

Учитывая (1.5), уравнения диффузии запишем в виде

$$\rho dC_j/dt = a_{j1}\Delta C_1 + a_{j2}\Delta C_2, \quad j = 1, 2 \quad (1.6)$$

При записи (1.6) для получения линейных уравнений коэффициенты a_{ji} считались постоянными величинами. Это допущение полностью сохраняет принципиальную сторону многокомпонентной диффузии — перекрестный характер диффузии компонентов смеси — и по своей сути аналогично предположению работ [2—5] о постоянстве эффективного коэффициента диффузии.

Граничные условия запишутся следующим образом:

$$x = -\infty, \quad T = T_0; \quad x = +\infty, \quad T = T_b; \quad x = \pm\infty, \\ \partial T/\partial x = 0 \quad (1.7)$$

$$x = -\infty, \quad C_j = C_{j0}; \quad x = +\infty, \quad C_j = C_{jb}; \quad x = \pm\infty, \\ \partial C_j/\partial x = 0; \quad j = 1, 2 \quad (1.8)$$

где C_{i0} — начальная концентрация i -го компонента, T_0 — начальная температура, T_b — адиабатическая температура горения, C_{ib} — равновесная концентрация i -го компонента.

Связь между равновесными концентрациями C_{1b} и C_{2b} дается соотношением

$$C_{20} - C_{2b} = \frac{v_2}{v_1} \frac{M_2}{M_1} (C_{10} - C_{1b}) \quad (1.9)$$

которое получается при интегрировании по x в пределах от $-\infty$ до $+\infty$ одномерных стационарных нелинейных уравнений диффузии с последующим исключением источников членов на основании стехиометрического соотношения (1.1) и учете граничных условий (1.8).

В зависимости от рассматриваемого состава в граничных условиях (1.8) и выражении (1.9) необходимо положить $C_{1b} = 0$ для бедной смеси, $C_{2b} = 0$ в случае богатой смеси и $C_{1b} = C_{2b} = 0$ для стехиометрической смеси.

Выражение для адиабатической температуры горения находится обычным способом

$$T_b = T_0 + q (C_{10} - C_{1b})/c_p$$

где q — тепловой эффект реакции, c_p — удельная теплоемкость при постоянном давлении.

Граничные условия на возмущенном фронте химического превращения имеют вид

$$C_i |_{\xi-0} = C_i |_{\xi+0} = C_{ib}, \quad T |_{\xi-0} = T |_{\xi+0} \quad (1.10)$$

$$J_{1x} |_{\xi-0} - J_{1x} |_{\xi+0} = m (C_{10} - C_{1b}) \quad (1.11)$$

$$J_{2x} |_{\xi-0} - J_{2x} |_{\xi+0} = \frac{v_2}{v_1} \frac{M_2}{M_1} m (C_{10} - C_{1b}) \quad (1.12)$$

$$\lambda \left(\frac{\partial T}{\partial x} \Big|_{\xi-0} - \frac{\partial T}{\partial x} \Big|_{\xi+0} \right) = qm (C_{10} - C_{1b}) \quad (1.13)$$

Условия (1.11)—(1.13) получены интегрированием уравнений диффузии и энергии с источниками по координате x в пределах от $\xi - \delta/2$ до $\xi + \delta/2$ при последующем стремлении толщины зоны реакции δ к нулю. Производная по нормали к возмущенному фронту отличается от производной по x на величину $O(\varepsilon^2)$, которой в линейном анализе устойчивости пренебрегается.

Система уравнений (1.6) в области $x > 0$ имеет следующее решение:

$$C_i |_{\xi+0} = C_{ib}, \quad J_{ix} |_{\xi+0} = 0, \quad i = 1, 2 \quad (1.14)$$

Учитывая (1.14) из (1.11), (1.12) находим

$$J_{2x} |_{\xi-0} = \frac{v_2}{v_1} \frac{M_2}{M_1} J_{1x} |_{\xi-0} \quad (1.15)$$

что позволяет использовать в дальнейшем одно граничное условие

$$J_{1x} |_{\xi-0} = m (C_{10} - C_{1b}) \quad (1.16)$$

в котором $C_{1b} = 0$ для бедной и стехиометрической смеси, а для богатой смеси значение C_{1b} находится из (1.9).

Заметим, что соотношения вида (1.15) можно получить при произвольном числе компонентов смеси.

2. Стационарное решение одномерного уравнения энергии с граничными условиями (1.7) получено в работе [2]

$$T(x) = T_0 + (T_b - T_0) \exp(ux/\kappa) \quad (x < 0)$$

$$T(x) = T_b \quad (x > 0)$$

Система одномерных уравнений диффузии (1.6) при граничных условиях (1.8) допускает следующее стационарное решение:

$$C_j(x) = C_{j0} + C_{j1} \exp(\lambda_1 x) + C_{j2} \exp(\lambda_2 x) \quad (x < 0) \quad (2.1)$$

$$C_j(x) = C_{jb} \quad (x > 0)$$

$$C_{1j} = (-1)^j \lambda_j E_{3-j}, \quad C_{2j} = (-1)^j \eta_j E_{3-j}, \quad \eta_j = (m - a_{11} \lambda_j) / a_{12}$$

$$E_j = \frac{(C_{1b} - C_{10})(m - a_{11} \lambda_j) - a_{12} \lambda_j (C_{2b} - C_{20})}{m(\lambda_2 - \lambda_1)}, \quad j = 1, 2$$

$$\lambda_{1,2} = \frac{(a_{11} + a_{22}) \pm \sqrt{(a_{11} + a_{22})^2 - 4(a_{11}a_{22} - a_{12}a_{21})}}{2(a_{11}a_{22} - a_{12}a_{21})} m$$

Заметим, что характеристическое уравнение системы одномерных стационарных уравнений диффузии при условиях

$$a_{11}a_{22} - a_{12}a_{21} > 0 \quad (2.2)$$

$$(a_{11} + a_{22})^2 - 4(a_{11}a_{22} - a_{12}a_{21}) > 0$$

кроме положительных действительных корней λ_1 и λ_2 , имеет двукратный нулевой корень, которому соответствует частное решение вида $S_1 + S_2 x$, где S_i — постоянные, причем $S_2 = 0$ вследствие граничных условий (1.8).

Полагая в (2.1) $a_{12} = 0$, получим известное стационарное решение [2].

В соответствии с методом малых возмущений решение нестационарных уравнений энергии и диффузии с учетом выражений (1.14) ищем в виде

$$T = T(x) + T_1, \quad C_j = C_j(x) + C_j' \quad (x < 0) \quad (2.3)$$

$$T = T_b + T_2, \quad C_j = C_{jb} \quad (x > 0)$$

$$T_j = g_j(x) \exp(iKy + \Omega t), \quad C_j' = A_j(x) \exp(iKy + \Omega t),$$

$$j = 1, 2$$

Функции g_j найдены в работе [2]

$$g_j(x) = D_j (T_b - T_0) \exp(\alpha_j x), \quad \alpha_{1,2} = \frac{u}{2\kappa} \pm \sqrt{\frac{u^2}{4\kappa^2} + K^2 + \frac{\Omega}{\kappa}}$$

где D_j — произвольные постоянные.

Характеристическое уравнение амплитудной краевой задачи для концентрационных возмущений при условии (2.2) имеет четыре действитель-

ных корня

$$\beta_{1,3} = \frac{\lambda_1}{2} \pm Q_1, \quad \beta_{2,4} = \frac{\lambda_2}{2} \pm Q_2,$$

$$Q_i = \sqrt{\frac{\lambda_i^2}{4} + K^2 + \frac{\Omega}{u} \lambda_i}, \quad i = 1, 2 \quad (2.4)$$

Окончательные выражения для амплитуд $A_j(x)$ запишем следующим образом:

$$A_j(x) = D_3 A_{j1} \exp(\beta_1 x) + D_4 A_{j2} \exp(\beta_2 x) \quad (2.5)$$

$$A_{1j} = a_{12}(K^2 - \beta_j^2), \quad A_{2j} = a_{12}(\beta_j^2 - K^2) - \rho\Omega - m\beta_j,$$

$$j = 1, 2$$

Подстановка решений (2.3)—(2.5) в граничные условия (1.10), (1.13), (1.16) приводит после линеаризации к системе пяти линейных однородных алгебраических уравнений относительно неизвестных постоянных $\varepsilon, D_1, \dots, D_4$. Из условия нетривиальной разрешимости этой системы получаем характеристическое уравнение для определения безразмерной частоты возмущения

$$(z - a\sqrt{1 + \omega})F + zL(1 - a\sqrt{1 + \omega})G = 0 \quad (2.6)$$

$$F = B_2\gamma_2\sqrt{1 + d_2\omega} - B_1\gamma_1\sqrt{1 + d_1\omega} + \gamma_1 - \gamma_2$$

$$\omega = \frac{4\Omega\kappa}{a^2u^2}, \quad a = \sqrt{1 + k^2}, \quad k = \frac{2\kappa K}{u}, \quad L = \frac{a_{11}}{\rho\kappa}$$

$$z = \frac{E(T_b - T_0)}{2RT_b^2}, \quad G = (\mu_1 - \mu_2) \left(\frac{a_{22}}{a_{11}} - \frac{a_{12}}{a_{11}} \frac{a_{21}}{a_{11}} \right)$$

$$B_i = \sqrt{1 + \frac{k^2 L^2}{\mu_i^2}}, \quad \mu_i = \frac{\lambda_i a_{11}}{m}, \quad d_i = \frac{a^2 L}{\mu_i B_i^2}$$

$$\gamma_i = 1 - \mu_i \left(\frac{a_{22}}{a_{11}} - \frac{v_2}{v_1} \frac{M_2}{M_1} \frac{a_{12}}{a_{11}} \right), \quad i = 1, 2$$

При $a_{12} = 0$ уравнение (2.6) совпадает с дисперсионным уравнением, приведенным в [2—5].

Как известно (например, [4]), при фиксированном k в плоскости параметров L, z границам зон ДТН-1 и ДТН-2 отвечают точки, для которых уравнение (2.6) имеет корень $\omega = i\psi$ ($\psi^2 > 0$) и $\omega = 0$ соответственно.

Исследуем эти случаи отдельно.

3. Рассмотрим случай монотонной неустойчивости. При $\omega = 0$ и $k = 0$ уравнение (2.6) удовлетворяется тождественно, что соответствует инвариантности плоского фронта пламени относительно сдвига системы координат [4, 8].

В случае длинноволновых возмущений ($k \ll 1$) имеет место асимптотическое решение

$$L = \frac{z}{z-1} L_*, \quad L_* = \left(1 + \frac{v_2}{v_1} \frac{M_2}{M_1} \frac{a_{12}}{a_{11}} \right)^{-1} \quad (3.1)$$

которое при $a_{12} = 0$ совпадает с известной асимптотикой [2—5, 8]. Кривая, определяемая уравнением (3.1), имеет вертикальную асимптоту $z = 1$, что совпадает с результатами [2—5, 8], и горизонтальную асимптоту $L_* = L_*$. В отличие от [2—5, 8] значение L_* в зависимости от знака коэффициента a_{12} (величина a_{11} всегда положительна) может быть как больше, так и меньше единицы.

При произвольных значениях k нейтральная кривая $z = z(L, k)$ имеет следующее уравнение:

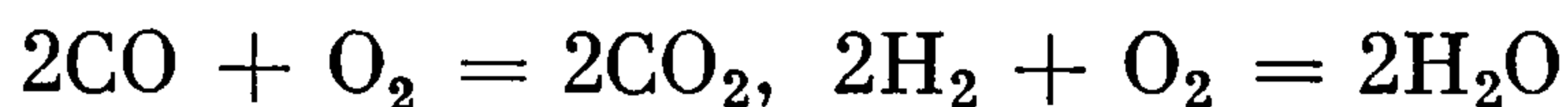
$$z = a \frac{B_2 \gamma_2 - B_1 \gamma_1 + \gamma_1 - \gamma_2}{L(1-a)G + B_2 \gamma_2 - B_1 \gamma_1 + \gamma_1 - \gamma_2} \quad (3.2)$$

Кривая $L = L(z, k)$, определяемая уравнением (3.2), имеет вертикальную асимптоту

$$z = z_* = \frac{k \sqrt{1+k^2}}{1+k - \sqrt{1+k^2}}$$

совпадающую с полученной в работах [3—5], и горизонтальную асимптоту $L = L_0$, где L_0 — положительный действительный корень уравнения, получаемого приравнением нулю знаменателя в (3.2). При $a_{12} = 0$ этот корень ($L_0 = 1$) соответствует случаю, рассмотренному в [3—5].

Для определенности вычислим коэффициенты a_{jk} , исходя из значений D_{ik} и M_i реакций



для которых соответственно имеем $\pi_1 = 1,3292$, $\pi_2 = 1,571$, $\pi_3 = 1,375$, $\pi_4 = 1,3555$ и $\pi_1 = 3,6764$, $\pi_2 = 9$, $\pi_3 = 0,5625$, $\pi_4 = 0,8097$. Значения D_{ik} взяты из монографии [9].

На фиг. 1 приведены границы области ДТН-2 для реакции окисления СО при $k = 2$. Штрихпунктиром 1 показана кривая работ [3—5]. Сплошная кривая 2 соответствует стехиометрическому составу ($C_{10} = 0,6363$, $C_{20} = 0,3637$), пунктиром 3 обозначена граница зоны ДТН-2 для богатой смеси ($C_{10} = 0,8$, $C_{20} = 0,2$). Область ДТН-2 расположена над соответствующей нейтральной кривой. Аналогичные нейтральные кривые для реакции горения водорода показаны на фиг. 2 (1 — кривая [3—5]; 2 — стехиометрическая смесь, $C_{10} = 0,111$, $C_{20} = 0,889$; 3 — богатая смесь, $C_{10} = 0,8$, $C_{20} = 0,2$). Видно, что в качественном отношении поведение границы области ДТН-2 не меняется по сравнению с результатами [3—5], за исключением величины L_0 , о которой говорилось выше. Однако количественное различие для второй реакции довольно существенно, особенно для богатых смесей. Учет многокомпонентной диффузии для реакции горения водорода приводит к заметному расширению зоны ДТН-2 и появлению возрастающих возмущений при числах Льюиса $L_0 < L < 1$. Для первой смеси, напротив, учет взаимной диффузии стабилизирует фронт пламени по отношению к искривлениям.

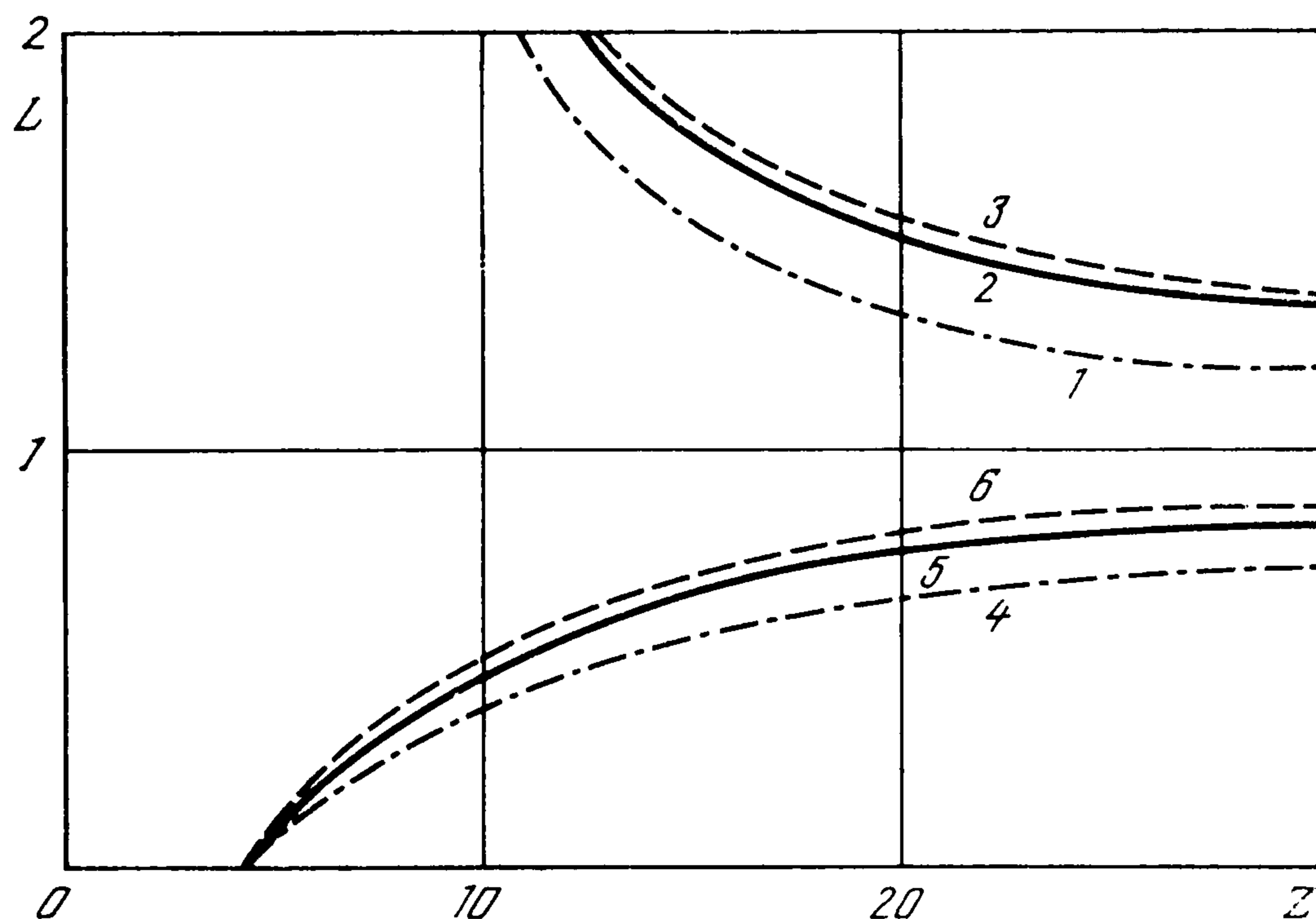
Влияние волнового числа k на положение границ области ДТН-2 при стехиометрическом горении СО и H_2 показано соответственно на фиг. 3 и 4 при $k = 0,1; 2; 3$ (кривые 1—3 соответственно). С ростом k соответствующие нейтральные кривые сдвигаются вправо и при $k > 4$ покидают область реальных значений z в соответствии с результатами работ [3—5].

Расчеты, проведенные для бедных смесей, показали, что в этом случае имеет место удовлетворительное совпадение с бинарной теорией [3—5], особенно для реакции горения СО. Заметим, что при вычислении нормальной скорости горения этой смеси с учетом многокомпонентной диффузии был получен аналогичный результат [10].

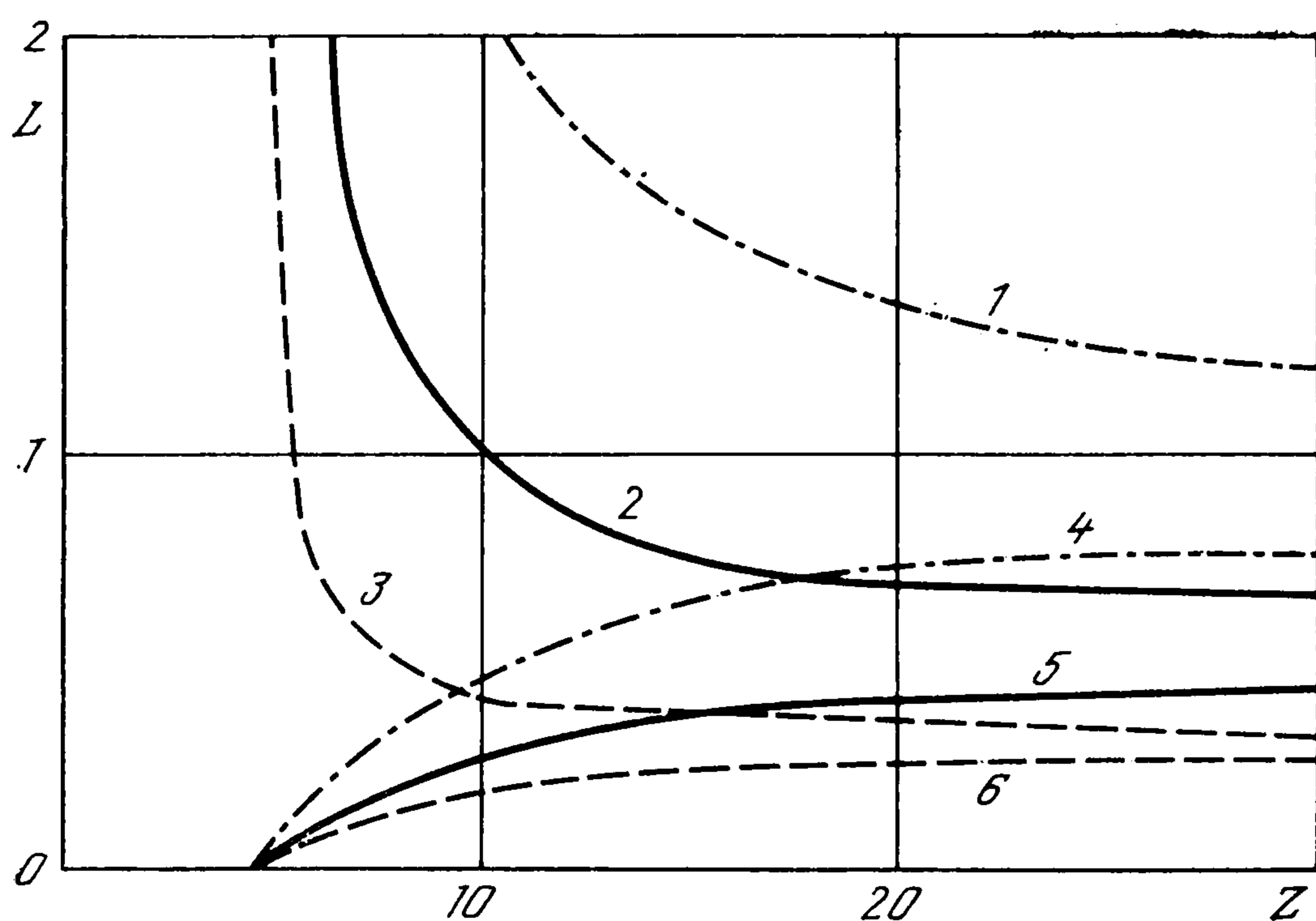
4. Исследуем колебательную неустойчивость пламени.

Полагая в (2.6) величину $\omega = i\psi$ ($\psi^2 > 0$) и приравнявая к нулю действительную и мнимую части этого уравнения, получим параметрическое представление нейтральной кривой в виде

$$f(L, z, k, \psi) = 0, \quad g(L, z, k, \psi) = 0$$



Фиг. 1



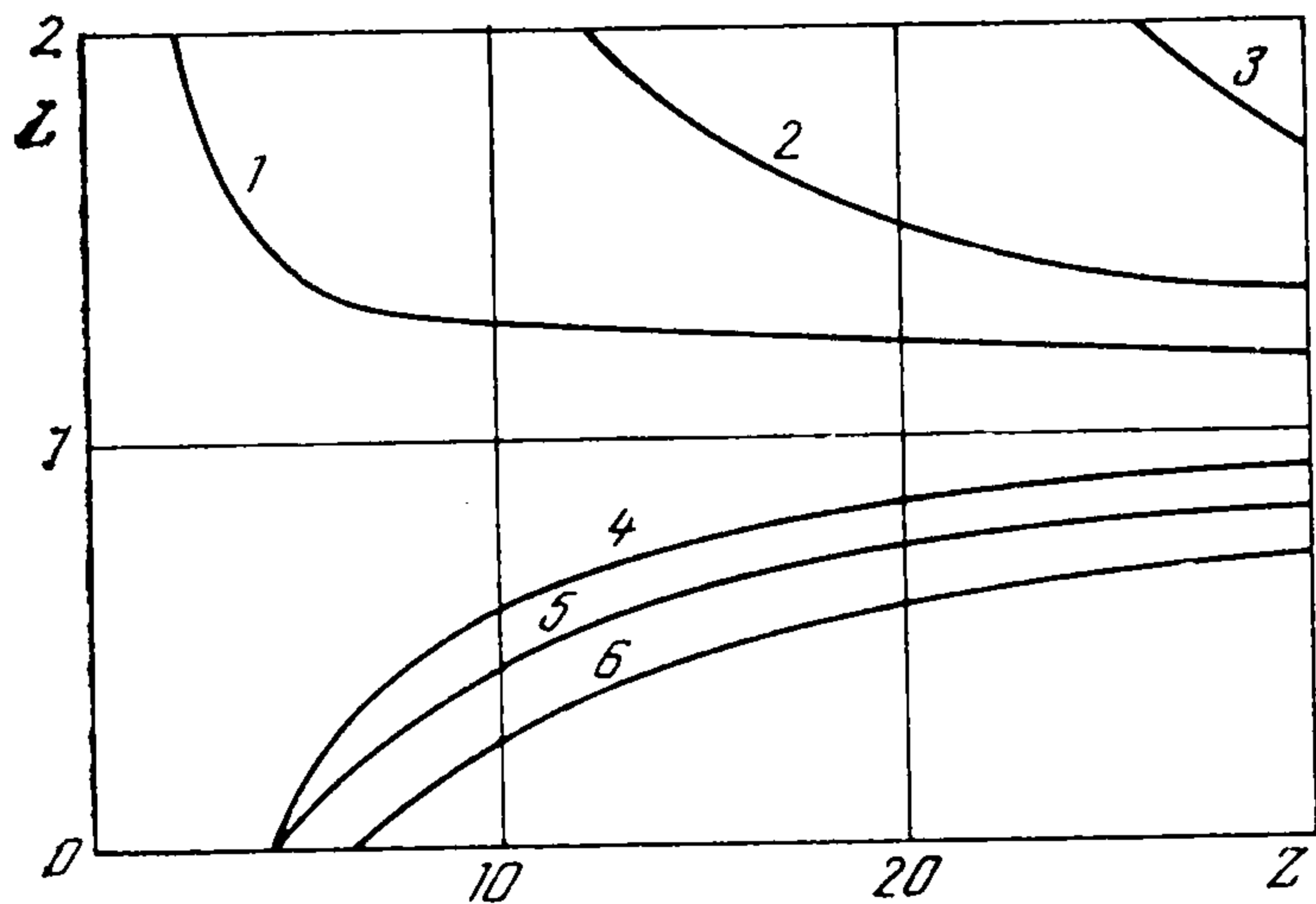
Фиг. 2

Функции f и g с целью сокращения изложения не приводятся. Исключая параметр ψ , получаем при фиксированных k уравнение нейтральной кривой $L = L(z)$.

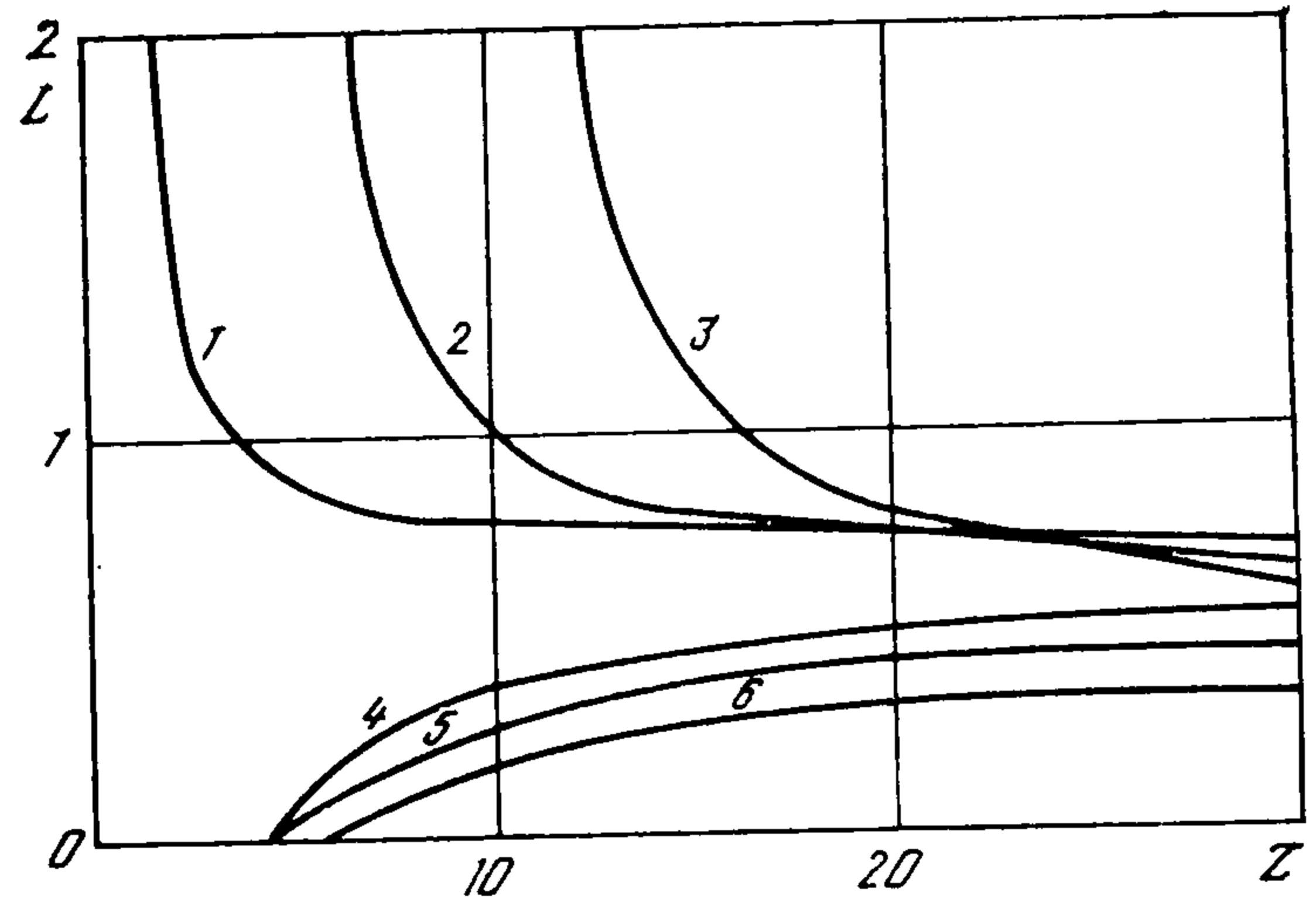
Результаты расчетов представлены на фиг. 1—4 кривыми 4—6, отвечающими тем же значениям входных параметров, что и кривые 1—3 соответственно. Область ДТН-1 находится под соответствующей нейтральной кривой.

Как следует из анализа фиг. 2, точный учет взаимной диффузии компонентов для реакции горения H_2 приводит к существенному сужению зоны ДТН-1.

Для реакции горения окиси углерода, как видно из фиг. 1, учет многокомпонентной диффузии вызывает незначительное расширение области возникновения релаксационных колебаний скорости пламени. Для обеих реакций наибольшее различие в положении границ области ДТН-1, построенных с учетом многокомпонентной диффузии и в приближении бинарной диффузии наблюдается для богатых смесей. Для бедных смесей имеет место удовлетворительное согласование с бинарной теорией, так же как и для границ зоны ДТН-2.



Фиг. 3



Фиг. 4

С ростом k нейтральные кривые сдвигаются вправо (см. фиг. 3 и 4) в соответствии с результатами работ [3—5].

Таким образом, результаты проведенных исследований говорят о том, что для смесей, близких к стехиометрическим, и для богатых смесей точный учет взаимной диффузии может существенно изменить общую картину ДТН в случае сильного различия молекулярных весов компонентов. Для бедных смесей различие в подвижности компонентов компенсируется недостатком горючего компонента.

ЛИТЕРАТУРА

1. Зельдович Я. Б. Теория горения и детонации газов. М.; Л.: Изд-во АН СССР. 1944. 71 с.
2. Баренблатт Г. И., Зельдович Я. Б., Истратов А. Г. О диффузионно-тепловой устойчивости ламинарного пламени // ПМТФ. 1962. № 4. С. 21—26.
3. Гришин А. М., Берцун В. Н., Агранат В. М. Исследование диффузионно-тепловой неустойчивости ламинарных пламен // Докл. АН СССР 1977. Т. 235. № 3. С. 550—553.
4. Гришин А. М., Фомин В. М. Сопряженные и нестационарные задачи механики реагирующих сред. Новосибирск: Наука. 1984. 318 с.
5. Алексеев Б. В., Гришин А. М. Физическая газодинамика реагирующих сред. М.: Высш. шк. 1982. 464 с.
6. Levis B., von Elbe G. Combustion, flames and explosions of Gases. N. Y.: Acad. Press. 1961. 721 p.
7. Гришин А. М., Зеленский Е. Е. О релаксационных колебаниях при горении реагирующих веществ // Численные методы механики сплошной среды. Новосибирск: ВЦ СО АН СССР. 1974. Т. 5. № 4. С. 14—25.
8. Алдушин А. П., Каспарян С. Г. О теплодиффузионной неустойчивости фронта пламени // Докл. АН СССР 1979. Т. 244. № 1. С. 67—70.
9. Щетинков Е. С. Физика горения газов. М.: Наука. 1965. 739 с.
10. Гришин А. М., Зеленский Е. Е. Влияние многокомпонентной диффузии на нормальную скорость горения газовых смесей // Физика горения и взрыва. 1974. Т. 10. № 1. С. 45—52.