

УДК 533.6.011.8

АЭРОДИНАМИЧЕСКИЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ ОБЪЕМНЫХ СТЕРЖНЕВЫХ КОНСТРУКЦИЙ В СТАЦИОНАРНОМ СВОБОДНОМОЛЕКУЛЯРНОМ ПОТОКЕ

Шведов А. В.

Рассматривается задача об обтекании высокоскоростным свободномолекулярным потоком объемной стержневой конструкции (СК) [1] — пространственной структуры, состоящей из большого числа скрепленных концами тонких цилиндрических стержней, длина каждого из которых значительно меньше размера конструкции в целом. Используются известные [2, 3] представления.

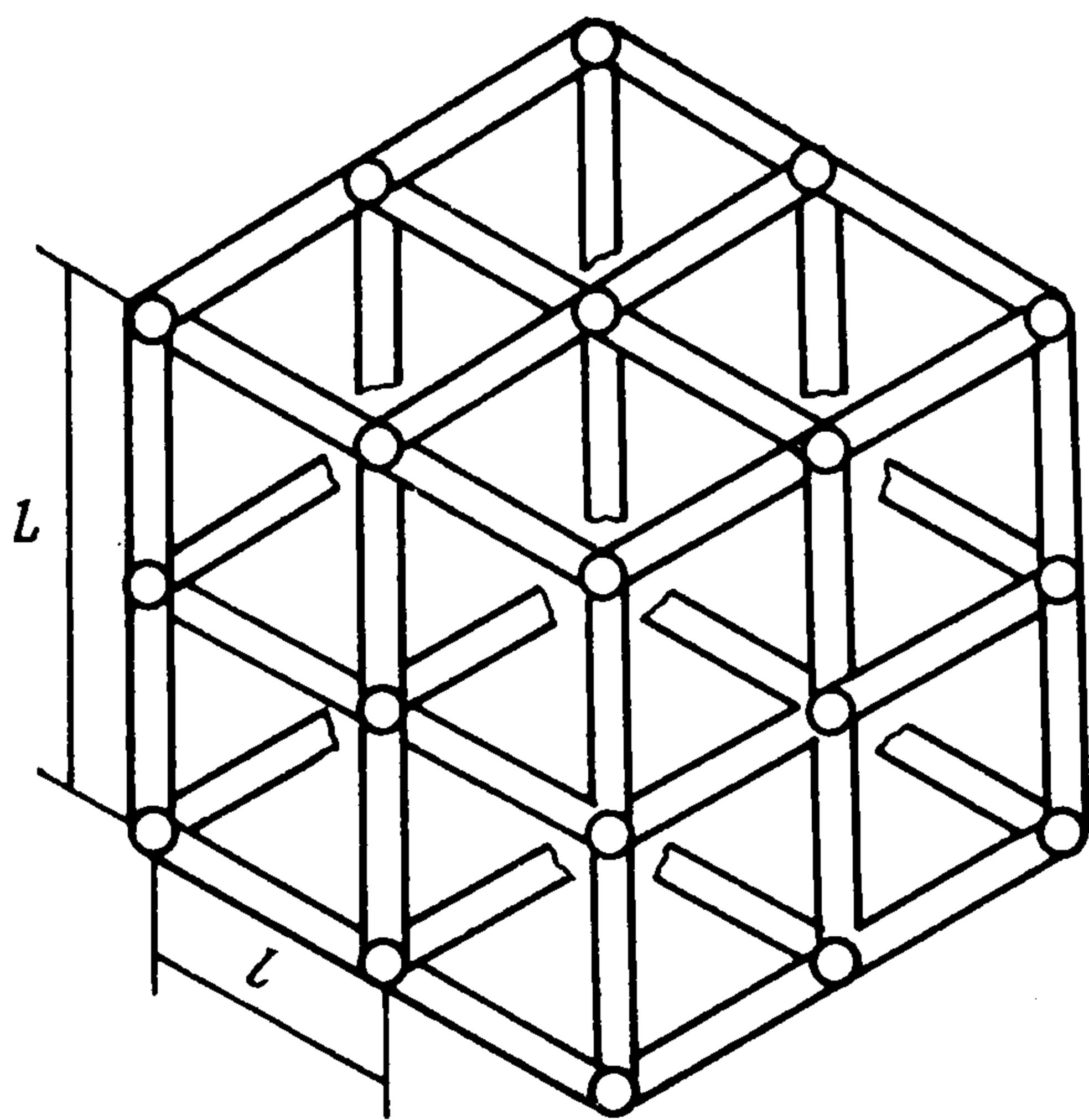
Устанавливается, что в первом приближении сопротивление СК, средние по ячейке свойства которой одинаковы для всех ячеек, пропорционально объему СК, если под ним понимать объем многогранника, ребра которого — оси наружных стержней. Выяснено, что аэродинамический момент, действующий на такую СК относительно ее центра масс, равен нулю. Подробно исследуется ряд СК с высокой степенью симметрии расположения стержней в ячейках. Для них обнаружено отсутствие поперечной силы в случае локально-диффузного рассеяния молекул участками поверхности стержней.

1. Стержневые конструкции (СК) [1], позволяющие конструировать легкие космические аппараты значительных размеров, представляют собой пространственные конфигурации, состоящие из большого числа N скрепленных концами цилиндрических стержней диаметром $d_i \sim d$, длиной $l_i \sim l$, $1 \leq i \leq N$, причем $d \ll l \ll L$, где L — характерный размер конструкции в целом (фиг. 1).

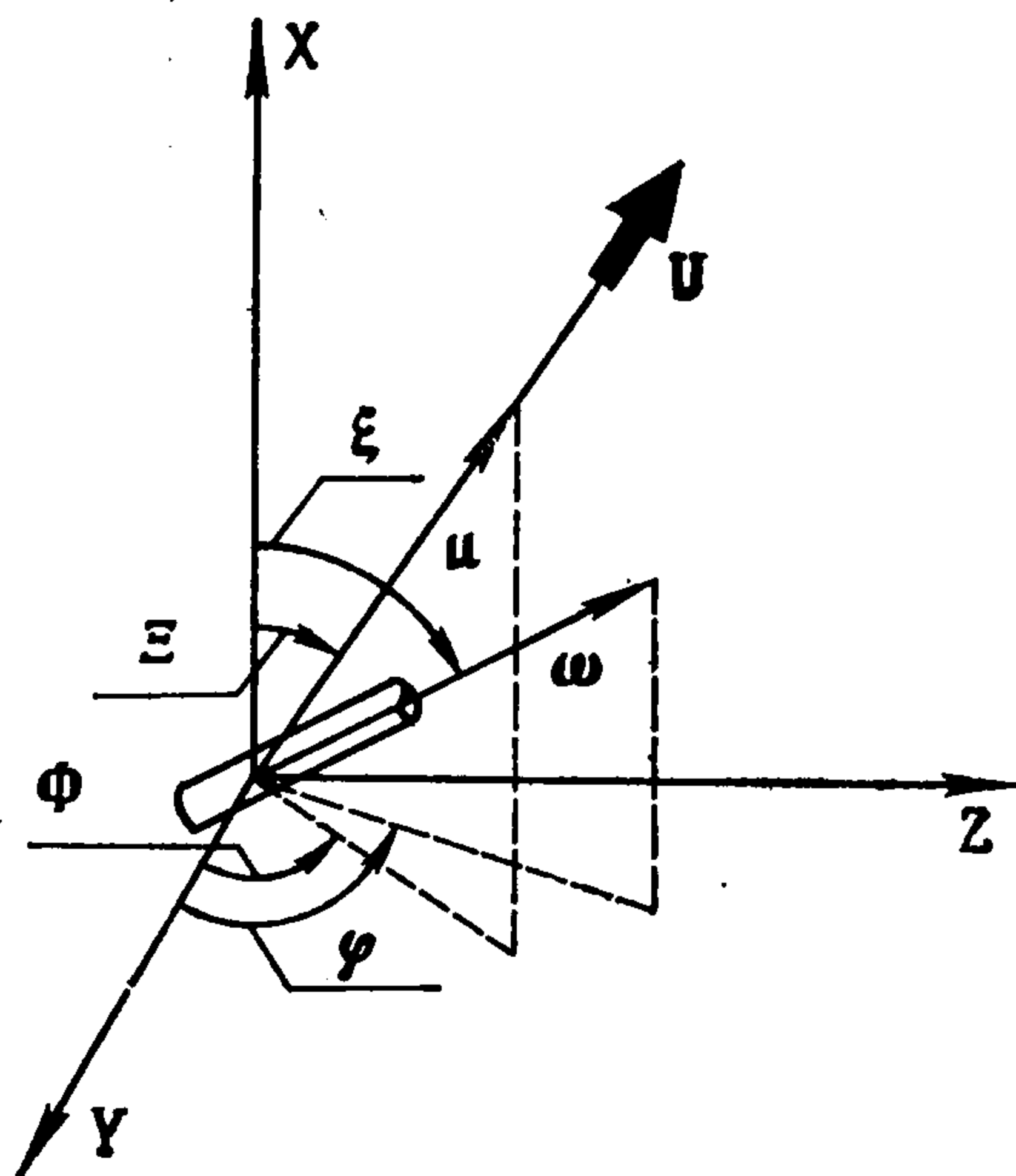
При обтекании СК свободномолекулярным потоком [2] за каждым стержнем образуется аэродинамическая тень, постепенно размывающаяся вследствие теплового движения молекул. Выделим зону «сильной» тени, где скоростной напор близок к нулю, и «слабой» тени, где скоростной напор имеет тот же порядок, что и в невозмущенном потоке. Расстояние g , на котором происходит окончательное размывание сильной тени, составляет $g \approx M d/2$, где $M \gg 1$ — число Маха.

В условиях орбитального полета $g \ll l$, т. е. сильные тени стержней простираются на расстояния, гораздо меньшие характерного размера стержней. Вследствие этого сильное взаимное затенение стержней может происходить лишь на участках, примыкающих к узлам скрепления стержней, т. е. на относительно небольшой части поверхности стержней. Поэтому влияние сильного затенения на аэродинамические характеристики СК незначительно. Можно показать, что относительная ошибка определения при неучете сильного затенения не превосходит $O(Md/l) \ll \ll 1$, а среднее (по всевозможным ориентациям СК в потоке) значение этой ошибки составляет $O(d/l) \ll 1$. В данной работе сильное затенение не учитывается, а указанные оценочные члены всюду ниже опускаются.

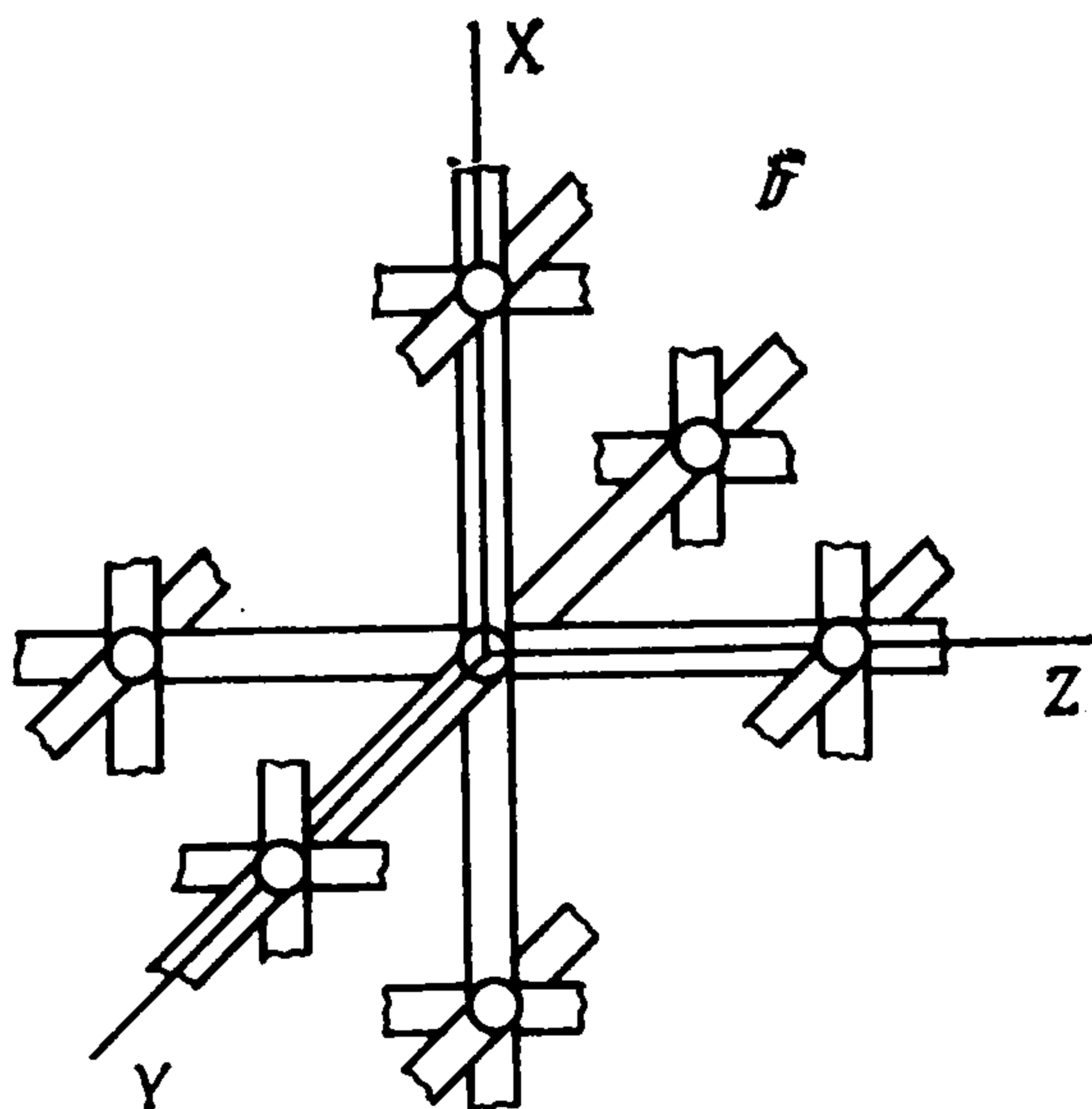
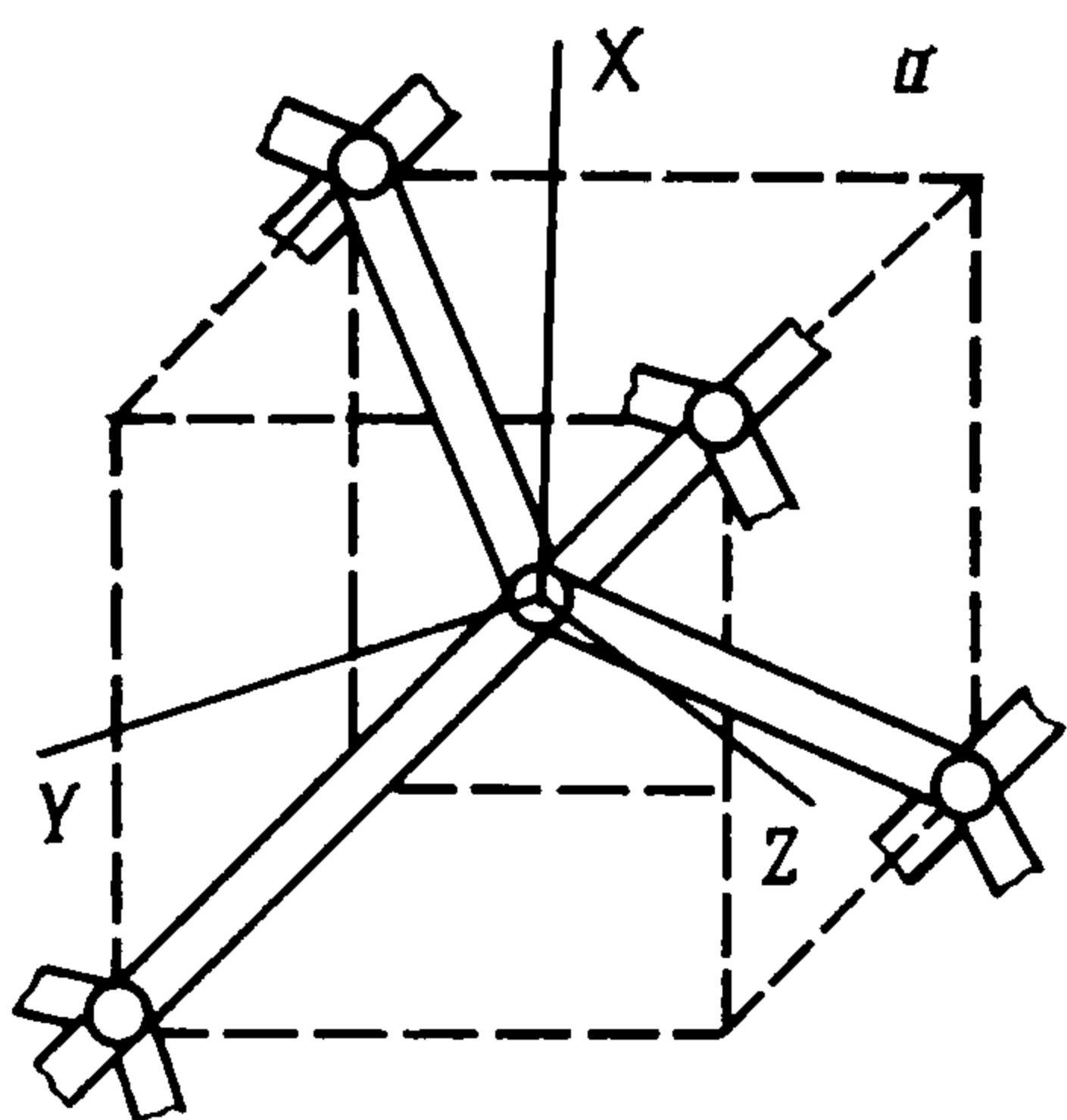
При слабом взаимном затенении стержней расширяющаяся и размывающаяся слабая тень каждого стержня попадает, как правило, на большое количество стержней, расположенных ниже по потоку, если таковые имеются. И наоборот, на каждый стержень попадают, как правило, сла-



Фиг. 1



Фиг. 3



Фиг. 2

бые тени большого количества стержней, расположенных выше по потоку, если таковые имеются. Иными словами, слабое взаимное затенение стержней сводится к постепенному ослаблению потока в СК. Слабое затенение будет рассматриваться ниже.

Для описания местных свойств СК введем промежуточный размер: Λ : $l \ll \Lambda \ll L$. Пусть P_R — шар радиусом Λ с центром в точке R .

Определим плотность κ СК в точке R как отношение суммарной длины осей стержней, расположенных в P_R , к объему P_R . Очевидно, плотность κ не зависит от диаметров стержней, расположенных в P_R , и

$$\kappa = Kl^{-2}$$

где K — коэффициент, значение которого для локально геометрически подобных структур одинаково.

Рассмотрим более подробно некоторые простейшие «правильные» структуры: 4-лучевую и 6-лучевую (фиг. 2а, б, соответственно). Из каждого узла 4-лучевой структуры исходят под равными углами один к другому 4 стержня; из каждого узла 6-лучевой структуры исходят 6 стержней, направленные попарно вдоль трех взаимно перпендикулярных прямых. Длина каждого стержня структур одинакова и равна l , диаметр также будем считать одинаковым и равным d . Подмножество одинаково ориентированных стержней назовем семейством. 4-Лучевая структура есть объединение четырех семейств стержней, 6-лучевая — объединение

трех семейств. Расчет дает для 4-лучевой структуры $K = 3^{3/2}/4$, для 6-лучевой структуры $K = 3$.

2. Получим выражения для той части сопротивления СК, которая обусловлена воздействием падающих (верхний индекс плюс) молекул набегающего потока. Рассмотрев однородную СК (такую, для которой все свойства, полученные, как и густота κ , усреднением по P_R , не зависят от положения точки R), выясним, что для нее указанная часть коэффициента сопротивления выражается степенным рядом по параметру $\varepsilon = dL/l^2$. При этом главный член ряда линеен по ε .

Под объемом СК будем всюду ниже понимать объем многогранника, ребра которого — оси наружных стержней СК. При этом будем предполагать, что из любого наружного узла исходят не менее трех не лежащих в одной плоскости стержней (иначе многогранник будет иметь вырожденные двумерные фрагменты).

Пусть XYZ — связанная с СК декартова система координат с центром в R — внутренней точке СК. Для описания ориентации стержней в P_R и направления потока введем сферическую систему координат с центром в R (фиг. 3). Будем отсчитывать угол ξ от оси X до направления единичного вектора ω , коллинеарного оси стержня, угол φ — от оси Y до проекции вектора ω на плоскость YZ . Единичный вектор $u = U/|U|$, коллинеарный скорости потока U , будем задавать аналогичным образом, отсчитывая угол Ξ от оси X до направления вектора u , угол Φ — от оси Y до проекции вектора u на плоскость YZ . Поскольку положение стержня при изменении направления вектора ω на противоположное не изменяется, а при изменении направления вектора u на противоположное картина взаимодействия молекул со стержнем преобразуется центрально-симметричным образом, достаточно рассмотреть следующую область изменения угловых переменных:

$$0 \leq \xi \leq \frac{\pi}{2}, \quad 0 \leq \varphi \leq 2\pi, \quad 0 \leq \Xi \leq \frac{\pi}{2}, \quad 0 \leq \Phi \leq 2\pi$$

Ориентацию стержней в P_R можно описать, задав вероятность ∂P того, что точка T , случайным образом (с постоянной линейной плотностью вероятности) выбранная из множества точек объединения осей стержней, расположенных в P_R , лежит на стержне, ось которого ориентирована в диапазоне углов $[\xi, \xi + \partial\xi]$, $[\varphi, \varphi + \partial\varphi]$, а диаметр лежит в диапазоне $[d, d + \partial d]$:

$$\partial P = f(\xi, \varphi, d) \sin \xi \partial \xi \partial \varphi \partial d \left(\iiint f \sin \xi \partial \xi \partial \varphi \partial d = 1 \right)$$

где $f(\xi, \varphi, d)$ — плотность вероятности.

Пусть η — местный коэффициент ослабления свободномолекулярного потока СК, характеризующий относительное уменьшение скоростного напора q при прохождении потоком расстояния ∂h : $\partial q/q = -\eta \partial h$. Можно убедиться, что в пренебрежении поперечным тепловым движением молекул величина η равна отношению суммарной площади проекции (на перпендикулярную вектору скорости потока плоскость) всех стержней, расположенных в P_R , к объему P_R :

$$\eta = \kappa \iiint s df \sin \xi \partial \xi \partial \varphi \partial d$$

где $s = s(\xi, \varphi, \Xi, \Phi)$ — модуль проекции единичного вектора ω , направленного вдоль луча (ξ, φ) , на плоскость, перпендикулярную лучу (Ξ, Φ) :

$$s = [1 - (\cos \xi \cos \Xi + \sin \xi \cos \varphi \sin \Xi \cos \Phi + \sin \xi \sin \varphi \sin \Xi \sin \Phi)^2]^{1/2}$$

Коэффициент ослабления можно представить в виде

$$\eta = (d/l^2)A(\Xi, \Phi)$$

где d, l — характерные диаметр и длина стержней; величина A определяется ориентацией стержней относительно потока.

Так, для правильной 4-лучевой структуры найдем

$$A = (3^{3/2}/16)(C_1 + S_1 + C_2 + S_2)$$

$$C_{1,2} = \left[1 - \left(\sqrt{\frac{1}{3}} \cos \Xi \pm \sqrt{\frac{2}{3}} \sin \Xi \cos \Phi \right)^2 \right]^{1/2}$$

$$S_{1,2} = \left[1 - \left(\sqrt{\frac{1}{3}} \cos \Xi \pm \sqrt{\frac{2}{3}} \sin \Xi \sin \Phi \right)^2 \right]^{1/2}$$

В частности, $A = 3^{3/2}2^{-5/2} \approx 0,92$ при падении потока параллельно какому-либо семейству стержней; $A = 3^{3/2}\pi/16 \approx 1,02$ в среднем по всевозможным ориентациям СК относительно потока.

Для правильной 6-лучевой структуры найдем

$$A = \sin \Xi + (1 - \sin^2 \Xi \cos^2 \Phi)^{1/2} + (1 - \sin^2 \Xi \sin^2 \Phi)^{1/2}$$

В частности, $A = 2$ при падении потока параллельно какому-либо семейству стержней; $A = \sqrt{6} \approx 2,45$ при падении потока вдоль прямой, равноотклоненной от стержней; $A = 3\pi/4$ в среднем по всевозможным ориентациям СК относительно потока.

Для нахождения скоростного напора q в точке R , расположенной внутри СК, необходимо выполнить интегрирование по линейной координате h вдоль проходящей через точку R прямой, параллельной скорости набегающего потока U , от входа этой прямой в СК до R . Получим: $q = q_0 \exp\left(-\int \eta dh\right)$, где q_0 — скоростной напор в невозмущенном потоке.

Объемную плотность F_{XA} силы сопротивления X_A введем как отношение суммарной силы сопротивления, действующей на стержни, расположенные в P_R , к объему P_R . Очевидно

$$F_{XA}^+ = 2\eta q_0 \exp\left(-\int \eta dh\right) + O(\eta q_0 M^{-2}) \quad (2.1)$$

Погрешность обусловлена рассмотрением взаимодействия потока со стержнями в пренебрежении тепловым движением молекул.

Интегрируя (2.1) по нормированному объему СК (V/L^3) , получим для соответствующей части коэффициента сопротивления СК

$$\begin{aligned} C_{XA}^+ &= X_A^+/(q_0 L^2) = \\ &= 2\varepsilon \iiint \left\{ A|_R \exp\left[-\varepsilon \int A|_H \partial(h/L)\right] \right\} \partial(V/L^3) + O(\varepsilon M^{-2}) \end{aligned} \quad (2.2)$$

Для однородной СК $A = \text{const}$, тогда (2.2) переходит в

$$C_{XA}^+ = 2\varepsilon A \iiint \left\{ \exp[-\varepsilon A(\rho/L)] \right\} \partial(V/L^3) + O(\varepsilon M^{-2}) \quad (2.3)$$

где ρ — расстояние от входа в СК прямой, содержащей точку R и параллельной скорости набегающего потока, до точки R . Разлагая в (2.3) экспоненту в степенной ряд по малому параметру $\varepsilon \ll 1$ и интегрируя почленно, получим

$$\begin{aligned} C_{XA}^+ &= 2\varepsilon A (V/L^3)(1 - \varepsilon AB) + O(\varepsilon^3, \varepsilon M^{-2}) \\ B &= V^{-1} \iiint (\rho/L) \partial V \end{aligned} \quad (2.4)$$

где V — объем однородной СК, B — функция ее формы и ориентации.

Так, для шара (нижний индекс s) диаметром D ; прямого кругового цилиндра (индекс $cy1$) диаметром D , высотой H ; прямого кругового конуса (индекс con) диаметром D , высотой H , положив $L = D$, найдем: $B_s = 3/8$; $B_{cy1} = H/(2D)$, $B_{con} = H/(4D)$, если ось цилиндра (конуса) параллельна потоку; $B_{cy1} = 4/(3\pi)$, $B_{con} = 1/\pi$, если ось перпендикулярна потоку.

Заметим, что при конечных значениях числа Маха M воздействие на СК претерпевающих первое соударение молекул может привести к появлению поперечной (перпендикулярной скорости набегающего потока) силы. Можно убедиться, однако, что величина коэффициента поперечной силы мала: $C_{\perp} = O(\varepsilon M^{-2})$. Поэтому в данной работе поперечная сила не учитывается.

3. Исследуем силовое воздействие на СК рассеянных (верхний индекс минус) стержнями молекул. В [3] указано, что скорость молекул набегающего потока уменьшается в несколько раз после первого столкновения с поверхностью, если $T_w/T_0 \ll 1$, где T_w — температура поверхности, T_0 — температура торможения. Поэтому коэффициенты компонент аэродинамического воздействия рассеянных молекул на СК имеют порядок $\varepsilon\beta$, где $\beta = \{\pi[(\gamma - 1)/\gamma]T/T_0\}^{1/2}$, $\gamma = c_p/c_v$ — отношение теплоемкостей, T — эффективная температура однократно рассеянных молекул. При последующих соударениях со стержнями СК молекулы еще более замедляются, их влияние на аэродинамические характеристики СК и вовсе незначительно. Поэтому пренебрежем им, равно как и влиянием ослабления потока (абсолютная погрешность коэффициентов аэродинамических сил, возникающая вследствие неучета этих факторов, составляет $O(\varepsilon^2\beta)$).

Тогда достаточно описать зависимость силового воздействия на поверхность стержня от направления падения молекул набегающего потока и задать распределение стержней по диаметру и углам ориентации. Будем считать, что силовое воздействие молекул на элемент поверхности стержня зависит от локального угла падения Θ так же, как при неравновесном локально-диффузном рассеянии, т. е. касательное силовое воздействие рассеянных молекул отсутствует: $c_{\tau}^- = 0$, коэффициент нормального силового воздействия $c_n^- = \beta \cos \Theta$ на наветренной стороне стержня и $c_n^- = 0$ на подветренной. Для вычисления силового воздействия рассеянных молекул на стержни, расположенные в P_R , необходимо проинтегрировать значение c по поверхности цилиндрического стержня произвольной ориентации и затем по совокупности стержней, расположенных в P_R .

Продольная (параллельная оси стержня) сила, действующая на стержень со стороны рассеянных молекул, при локально-диффузном рассеянии отсутствует. Поперечная (перпендикулярная оси стержня и лежащая в плоскости, проходящей через ось стержня и вектор скорости потока) сила f_{\perp}^- , действующая на стержень со стороны рассеянных молекул, дается [2] выражением:

$$f_{\perp}^- = -1/4\pi\beta l dq_0 [\omega \times [\omega \times u]] \quad (3.1)$$

Интегрируя (3.1), можно найти коэффициенты компонент аэродинамического воздействия на СК. Для рассмотренных выше правильных 4- и 6-лучевых структур обнаружим, что рассеянные молекулы, как и падающие, в рассматриваемом приближении не создают поперечной силы.

т. е. с точностью до $O(\varepsilon^2\beta, \varepsilon M^{-2})$ имеем $C_{\perp}^{-} = 0$. Кроме того, окажется, что в рассматриваемом приближении обусловленное воздействием рассеянных молекул приращение силы сопротивления не зависит от направления потока, т. е. с точностью до $O(\varepsilon^2\beta, \varepsilon\beta M^{-2})$ имеем: для 4-лучевой структуры $C_{XA}^{-} = \varepsilon\beta (3^{3/2}\pi/8)(V/L^3)$, для 6-лучевой структуры $C_{XA}^{-} = \varepsilon\beta (\pi/2)(V/L^3)$.

4. Аэродинамический момент, действующий на СК, дается интегралом по объему СК:

$$M = \iiint [r \times F] \partial V \quad (4.1)$$

где F — вектор объемной плотности силового воздействия потока в точке R с компонентами F_{XA}, F_{YA}, F_{ZA} в скоростной системе координат $RX_A Y_A Z_A$ ($RX_A \parallel U$; $RY_A, RZ_A \perp U$ — см. [4]); r — вектор, проведенный из точки O , относительно которой вычисляется момент, в точку R . Векторный коэффициент момента введем как $m = M/(q_0 L^3)$. Из предыдущего рассмотрения вытекает, что

$$\frac{F_{XA}}{q_0 L^{-1}} = O(\varepsilon), \quad \left\{ \frac{F_{YA}}{q_0 L^{-1}}, \frac{F_{ZA}}{q_0 L^{-1}} \right\} = O(\varepsilon\beta, \varepsilon M^{-2}) \quad (4.2)$$

Следовательно,

$$m_{XA} = O(\varepsilon\beta, \varepsilon M^{-2}), \quad \{m_{YA}, m_{ZA}\} = O(\varepsilon)$$

Для однородной структуры члены первого по ε порядка в правых частях (4.2) — постоянные величины, и если поместить точку O в геометрическом центре СК, совпадающем для однородной СК с центром масс, то постоянное слагаемое даст при интегрировании нулевой результат. Тогда для однородной СК

$$m_{XA} = O(\varepsilon^2\beta, \varepsilon^2 M^{-2}), \quad \{m_{YA}, m_{ZA}\} = O(\varepsilon^2)$$

т. е. в первом по параметру ε приближении аэродинамический момент относительно центра масс на однородную СК не действует.

Вычислим во втором по ε приближении величину аэродинамического момента, действующего относительно центра масс на однородную СК в форме прямого кругового конуса с диаметром основания D , высотой H при обтекании ее перпендикулярно оси симметрии. Пусть ось OX совпадает с осью симметрии и направлена вперед, а ось OY параллельна потоку. Положим $L = D$. Подставляя (2.4) в (4.1) и выполняя интегрирование, найдем, что $m_X, m_Y = 0$ в силу симметрии обтекания, $m_Z = \varepsilon^2 (A^2/120)(H/D)^2 + O(\varepsilon^2\beta, \varepsilon^2 M^{-2})$.

Автор благодарит О. Г. Фридлендера и В. Д. Перминова за продолжительные дискуссии по теме работы.

ЛИТЕРАТУРА

1. Davis R. A., Technology base for the future of space // Aerospace America. 1986. № 7. P. 44—47. (Аэрокосмическая техника, 1987. № 1. С. 3—8).
2. Коган М. Н. Динамика разреженного газа. М.: Наука, 1967. 440 с.
3. Мусанов С. В., Омелик А. И., Фридлендер О. Г. Определение аэродинамических характеристик выпуклых тел в свободномолекулярной области на основе эмпирических коэффициентов передачи импульса // Тр. ЦАГИ. 1985. Вып. 2269. С. 67—76.
4. Микеладзе В. Г., Титов В. М. Основные геометрические и аэродинамические характеристики самолетов и ракет. М.: Машиностроение, 1982. 149 с.