УДК 539.383

АСИМПТОТИЧЕСКИЕ СВОЙСТВА ПРИБЛИЖЕННОГО РЕШЕНИЯ ОДНОГО КЛАССА ПАРНЫХ ИНТЕГРАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ

Айзикович С. М., Трубчик И. С.

Рассматриваются парные интегральные уравнения, порождаемые плоскими контактными задачами для полосы, лежащей без трения (задача 1) на жестком основании, или полосы, защемленной по основанию (задача 2), для клина с защемленной гранью (задача 3), а также осесимметричными задачами о действии кольцевого штампа на полупространство (задача 4), и о взаимодействии упругого бандажа с упругим цилиндром [1] (задача 5). Полоса, клин, полупространство, цилиндр могут быть однородными, слоистыми или непрерывно-неоднородными. К аналогичным уравнениям в образах Лапласа приводят задачи связанной термоупругости и теории консолидации водонасыщенных сред для перечисленных тел [2].

Обобщается метод работы [3] для построения решений указанных задач. Устанавливаются классы корректности и разрешимость уравнений, обосновывается, что предлагаемый приближенный метод решения является двухсторонним асимптотическим по характерному геометрическому параметру $\lambda = H/a$ (H — толщина полосы, a — полуширина штампа) для задач 1 и 2, $\lambda = 2/\ln(b/a)$ (a и b — расстояние от самой ближней и от самой дальней точки касания штампом грани клина до ее вершины) для задачи 3, $\lambda = R/a$ (R — радиус цилиндра, a — полуширина бандажа) для задачи 4, $\lambda = 2/\ln(b/a)$ (a — внутренний радиус кольцевого штампа, b — его внешний радиус) для задачи 5. В задачах связанной термоупругости и теории консолидации в λ входит, кроме того, параметр p преобразования Лапласа по временной координате [2]. Метод иллюстрируется на примере контактной задачи для непрерывно-неоднородной по глубине полосы.

1. Постановка задачи. Рассмотрим парное интегральное уравнение

$$\int_{-\infty}^{\infty} \Phi(\alpha)\, \frac{\operatorname{th}(A\lambda\alpha)}{\alpha}\, L(\lambda\alpha)\, e^{-i\alpha x}\, d\alpha = 2\pi g(x), \quad |x| \leqslant 1 \tag{1.1}$$

$$\int_{-\infty}^{\infty} \Phi(\alpha)\, e^{-i\alpha x}\, d\alpha = 0, \quad |x| > 1$$

Пусть $L(\lambda\alpha)$ обладает следующими свойствами:

$$L(\alpha) = B + C\,|\alpha| + o(\alpha^2), \quad \alpha \to 0 \tag{1.2}$$

$$L(\alpha) = 1 + D\,|\alpha|^{-1} + o(\alpha^{-2}), \quad \alpha \to \infty \tag{1.3}$$

где A, B, C, D — некоторые постоянные. Тогда на основании теоремы (1.1) из работы [4] $L(\lambda\alpha)$ допускает аппроксимацию выражениями вида

$$L(\lambda\alpha) = L_N(\lambda\alpha) + L_M{}^{\Sigma}(\lambda\alpha) \tag{1.4}$$

$$L_N(\lambda\alpha) = \prod_{i=1}^{N} \frac{\alpha^2 + \delta_i{}^2\lambda^{-2}}{\alpha^2 + \gamma_i{}^2\lambda^{-2}}, \quad L_M{}^{\Sigma}(\lambda\alpha) = |\alpha| \sum_{k=1}^{M} \frac{d_k\lambda^{-1}}{\alpha^2 + \eta_k{}^2\lambda^{-2}}$$

Здесь δ_i, γ_i ($i = 1, \ldots, N$), d_k, η_k ($k = 1, \ldots, M$) — некоторые постоянные.

Определение 1. Функция $L(\alpha)$ принадлежит классу Π_N (классу Σ_M), если $L(\alpha) = L_N(\alpha)$ ($L(\alpha) = L_M{}^{\Sigma}(\alpha)$).

Определение 2. Функция $L(\alpha)$ принадлежит классу $S_{N,M}$, если она имеет вид

$$L(\alpha) = L_N(\alpha) + L_M{}^{\Sigma}(\alpha) \tag{1.5}$$

Обозначим B_k пространство функций, имеющих на отрезке $[-1, 1]$ все производные до k-го порядка включительно, причем производные k-го порядка удовлетворяют условию Гельдера с показателем $^1/_2 + \varepsilon$, $\varepsilon > 0$ с обычной нормой [4]. Величина $C_\gamma{}^k$ — пространство функций, k-е производные которых непрерывны с весом $(x + 1)^\gamma (1 - x)^\gamma$. Подпространства $C_\gamma{}^k$ четных и нечетных функций — $C_\gamma{}^{k+}$ и $C_\gamma{}^{k-}$.

Уравнение (1.1) рассматривается с дополнительным условием

$$\varphi(x) = \frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{\infty}\Phi(\alpha)\,e^{-i\alpha x}\,dx, \qquad \int_{-1}^{1}\varphi(\xi)\,e^{-i\alpha\xi}\,d\xi = \Phi(\alpha) \tag{1.6}$$

Общая задача (задача S) определения функции $\varphi(x)$ из парного интегрального уравнения (1.1) с условием (1.6) сводится к решению двух вспомогательных задач: «четной» (задача S^+), «нечетной» (задача S^-), которые соответствуют разложению функций $g(x)$, $\varphi(x)$, $\Phi(\alpha)$ на четные (ниже обозначаемые индексом плюс) и нечетные (с индексом минус) слагаемые.

2. Существование и единственность решения интегрального уравнения (1.1) для $L(\alpha)$ класса Π_N. Для решения уравнения (1.1) с $L(\lambda\alpha)$ класса Π_N и «четной» правой частью $g_+(x)$ используем леммы из работы [5].

Лемма 1. Пусть функции $g_+(x)$ на отрезке $[-1, 1]$ соответствует ряд Фурье $\Sigma a_k \cos k\pi x$. Тогда ряд $\Sigma k \mid a_k \mid$ сходится, если $g_+(x) \in B_1$.

Лемма 2. В условиях леммы 1 ряд $\Sigma k^2 \mid a_k \mid$ сходится, если $g_+(x) \in B_2$.

Доказательство аналогично доказательству леммы 1 в [5]. В леммах 1 и 2 суммирование ведется по k от 1 до ∞.

Лемма 3. Уравнение (1.1) однозначно разрешимо при $L(\alpha)$ класса Π_N, если $g(x) = g_+(x) \in B_2$ в классе функций $C_{1/2}{}^{0+}$. При этом имеет место оценка

$$\| \varphi_+(x) \|_{C_{1/2}^{0+}} \leqslant m(\Pi_N)\, \| g_+ \|_{B_2} \tag{2.1}$$

где $m(A)$ — некоторая постоянная, зависящая от конкретного вида принадлежащей классу A функции.

Доказательство. Представим правую часть уравнения (1.1) в виде ряда Фурье

$$g_+(x) = {}^1/_2 a_0 + a_1 \cos \pi x + a_2 \cos 2\pi x + \ldots \tag{2.2}$$

(Это всегда можно сделать при условиях леммы 1.) Так же, как и в [6], получим выражение для напряжений

$$\begin{aligned} \varphi_+(x) = {} & \frac{a_0}{2}\frac{\theta}{Q_{-1/2}(\operatorname{ch}\theta)\,K(1, x)} + \\ & + \sum_{k=1}^{\infty} a_k \frac{\operatorname{th}(A\lambda k\pi)}{L(\lambda k\pi)} F\left(-\frac{1}{2}, -\frac{1}{2} + i\frac{k\pi}{\theta}, x\right) + \\ & + \sum_{n=1}^{N} C_n F\left(-\frac{1}{2}, -\frac{1}{2} + \frac{\delta_n}{\lambda\theta}, x\right) \\ & \theta = \pi/(A\lambda), \quad K(a, x) = \sqrt{2(\operatorname{ch}\theta a - \operatorname{ch}\theta x)} \end{aligned} \tag{2.3}$$

$$F(u, v, x) = \theta \operatorname{sh} \theta \frac{P_v{}^1 Q_u - Q_u{}^1 P_v}{Q_u K(1, x)} -$$
$$- \theta^2 \left(v + \frac{1}{2}\right)^2 \int_x^1 \frac{P_v(\operatorname{ch} \theta\tau)}{K(\tau, x)} \operatorname{sh} \theta\tau \, d\tau$$

Здесь и далее $P_u{}^\mu \equiv P_u{}^\mu(\operatorname{ch}\theta)$, $Q_u{}^\mu \equiv Q_u{}^\mu(\operatorname{ch}\theta)$ — присоединенные функции Лежандра первого и второго рода соответственно.

Постоянные C_h определяются из системы линейных алгебраических уравнений

$$\sum_{n=1}^{N} x_n = f_m + \sum_{n=1}^{N} a_{mn} x_n, \quad m = 1, \ldots, N \tag{2.4}$$

Здесь

$$x_n = Q_{-1/2} P_{-1/2+\delta_n/(\lambda\theta)} C_n, \quad a_{mn} =$$
$$= \frac{Q_{-1/2}}{Q^1_{-1/2}} R\left(-\frac{1}{2} + \frac{\delta_n}{\lambda\theta}, -\frac{1}{2} + \frac{\gamma_m}{\lambda\theta}\right)$$
$$f_m = \frac{a_0}{2 \operatorname{sh} \theta} + \sum_{k=1}^{\infty} a_k \frac{\operatorname{th}(A\lambda k\pi)}{L(\lambda k\pi)} \frac{(k\pi)^2}{Q_{-1/2+\gamma_m/(\lambda\theta)}} \times$$
$$\times E\left(-\frac{1}{2} + i\frac{k\pi}{\theta}, -\frac{1}{2} + \frac{\gamma_m}{\lambda\theta}, -\frac{1}{2}\right)$$
$$R(u, v) = \frac{(u + 1/2)^2 P_u Q_v{}^1 - (v + 1/2)^2 P_u{}^1 Q_v}{(u - v)(u + v + 1) P_u Q_v}$$
$$E(u, v, w) = Q_w T(u, v) - Q_v T(u, w)$$
$$T(u, v) = \frac{P_u Q_v{}^1 - Q_v P_u{}^1}{((u + 1/2)^2 - (v + 1/2)^2)\theta^2}$$

Оценим выражение в правой части (2.3). Выражения (2.3), (2.4) имеют смысл при условии сходимости входящих в них рядов. Используя асимптотические свойства функций Лежандра [7] и асимптотические оценки неполных сферических функций в форме Пуассона (общее определение неполных гипергеометрических функций см. в [8]) получим, что ряды, входящие в (2.4), (2.3), ограничены, если сходятся ряды вида (суммирование по k от 1 до ∞).

$$\Sigma(-1)^k k^{1/2} a_k, \Sigma(-1)^k k^{-1/2} a_k, \Sigma k^{3/2} a_k \tag{2.5}$$

Сходимость рядов (2.5) следует из лемм 1, 2 и признака Лейбница для знакопеременных рядов [9]. Отсюда получаем оценку (2.1).

Имеет место более общее утверждение:

Лемма 4. Уравнение (1.1) однозначно разрешимо при $L(\lambda\alpha)$ класса Π_N для $g(x) = g_+(x) \in B_{k+2}$ в классе функций $C^{k+}_{k+1/2}$. При этом имеет место оценка

$$\| \varphi_+(x) \|_{C^{k+}_{k+1/2}} \leqslant m(\Pi_N, k) \| g_+ \|_{B_{k+2}} \tag{2.6}$$

Лемма доказывается аналогично лемме 3 при помощи оценок правых частей выражений (2.3), (2.4).

Обозначим интегральный оператор, соответствующий $L(\alpha)$ класса X, также через X. Тогда уравнение (1.1) при $L(\alpha) \in \Pi_N$ примет вид

$$\Pi_N \varphi = g_+ \tag{2.7}$$

Как следствие леммы 4 справедлива

Теорема 1. В условиях леммы 4 имеет место оценка

$$\| \varphi_+(x) \|_{C^{k+}_{k+1/2}} \leqslant \| \Pi_N^{-1} \| m(k) \| g_+ \|_{B_{k+2}} \tag{2.8}$$

Рассмотрим задачу S^-. Положим, что правая часть уравнения (1.1) представлена в виде ряда Фурье

$$g_-(x) = \sum_{k=1}^{\infty} b_k \sin k\pi x \tag{2.9}$$

Коэффициенты Фурье в (2.9) можно выбрать так, чтобы выполнялось соотношение

$$g_+(x) = \int_0^x g_-(t)\,dt + C \tag{2.10}$$

где C удовлетворяет условию

$$\varphi_+(1) = 0 \tag{2.11}$$

Кроме того

$$g_-(x) \in B_2, \quad \varepsilon < 1 \tag{2.12}$$

В этом случае, используя результаты [10], можно показать, что

$$\varphi_-(x) = \varphi_+'(x) \tag{2.13}$$

— решение первого интегрального уравнения (1.1), соответствующее $g_-(x)$. Из (2.13), (2.3) имеем

$$\varphi_-(x) = -\sum_{k=1}^{\infty} b_k \frac{\operatorname{th}(A\lambda k\pi)}{L(\lambda k\pi)} k\pi\, S\left(-\frac{1}{2} + i\frac{k\pi}{\theta}, x\right) - \tag{2.14}$$

$$-\sum_{n=1}^{N} D_n \delta_n \lambda^{-1} S\left(-\frac{1}{2} + \frac{\delta n}{\lambda\theta}, x\right)$$

$$S(u, x) = \operatorname{sh}\theta x \left[\frac{P_u(\operatorname{ch}\theta)}{K(1, x)} - \theta \int_x^1 \frac{P_u^1(\operatorname{ch}\theta\tau)}{K(\tau, x)}\,d\tau\right]$$

Коэффициенты D_n определяются из системы линейных алгебраических уравнений

$$\sum_{n=1}^{N} a_{mn} x_n = f_m, \quad m = 1, 2, \ldots, N \tag{2.15}$$

Здесь

$$x_n = D_n \delta_n \lambda^{-1}, \quad a_{mn} = T\left(-\frac{1}{2} + \frac{\delta_n}{\lambda\theta}, -\frac{1}{2} + \frac{\gamma_m}{\lambda\theta}\right)$$

$$f_m = \sum_{k=1}^{\infty} b_k \frac{\operatorname{th}(A\lambda k\pi)}{L(\lambda k\pi)} k\pi T\left(-\frac{1}{2} + i\frac{k\pi}{\theta}, -\frac{1}{2} + \frac{\gamma_m}{\lambda\theta}\right)$$

причем функция $T(u, v)$ определена в (2.4). Очевидно, решение уравнения (1.1), соответствующее нечетной правой части, принадлежит классу $C^{k-}_{k+1/2}$, если имеют место условия (2.10)—(2.12), при этом верна оценка (2.8) при замене индекса плюс индексом минус.

Это утверждение доказывается аналогично утверждениям лемм 4, 3 при помощи оценок правых частей выражений (2.14), (2.15).

В соответствии с принципом суперпозиции функция $\varphi(x) = \varphi_+(x) + \varphi_-(x)$ — решение интегрального уравнения (1.1), соответствующее правой части вида $g(x)$ в общем случае, таким образом, при $g(x) = g_+(x) + g_-(x)$ имеет место следующая

Теорема 2. Уравнение (1.1) однозначно резрешимо при $L(\alpha)$ класса Π_N для $g(x) \in B_{k+2}$ в классе функций $C^k_{k+1/2}$. При этом имеет место оценка (2.8), в которой опущен индекс плюс.

3. Существование и единственность решения интегрального уравнения (1.1) для $L(\alpha)$ класса $S_{N,M}$. Уравнение (1.1) можно записать в операторном виде при $L(\lambda\alpha) \in S_{N,M}$

$$\Pi_N\varphi + \Sigma_M\varphi = g \tag{3.1}$$

Лемма 5. Оператор $\Pi_N^{-1}\Sigma_M$ задачи S является оператором сжатия в пространстве $C^k_{k+1/2}$ при $g(x) \in B_{k+2}$, если $0 < \lambda < \lambda^*$ или $\lambda > \lambda^\circ$, где λ^*, λ° — некоторые фиксированные значения λ.

Доказательство. Докажем лемму при $k = 0$. Для $k > 0$ доказательство аналогично. Рассмотрим оператор $\Sigma_M\varphi$. Не нарушая общности, полагаем $M = 1$; имеем

$$\Sigma_1\varphi = B\lambda^{-1}\pi\left[2\theta\sum_{l=1}^{\infty}(\eta^2 - t_l^2)^{-1}\int_{-1}^{1}\varphi(\xi)\,e^{-t_l|\xi-x|}\,d\xi + \eta^{-1}\operatorname{tg}\frac{\pi\eta}{\theta}\int_{-1}^{1}\varphi(\xi)\,e^{-\eta|\xi-x|}\,d\xi\right] \tag{3.2}$$

$$\eta = \eta'\lambda^{-1}, \quad \theta = \pi/(A\lambda), \quad t_l = {}^1/_2\theta(2l-1), \quad l = 1, 2, \ldots$$

(B, η' — некоторые постоянные).

Представим $\Sigma_1\varphi$ в виде ряда

$$\Sigma_1\varphi = \frac{c_0}{2} + \sum_{k=1}^{\infty}(c_k^+\cos k\pi x + c_k^-\sin k\pi x) \tag{3.3}$$

Коэффициенты $c_k^\pm$ находятся по следующим формулам:

$$c_k^\pm = 4\pi B\lambda^{-1}\left\{\left(2\theta\sum_{l=1}^{\infty}\frac{\tau}{t_l^2 + k^2\pi^2} + \frac{t}{\eta^2 + k^2\pi^2}\right)c_k^\pm + (-1)^{k+1}\left[2\theta\sum_{l=1}^{\infty}\tau e(t_l)\int_0^1\varphi_\pm(\xi)\,h^\pm(t_l\xi)\,d\xi + te(\eta)\int_0^1\varphi_\pm(\xi)\,h^\pm(\eta\xi)\,d\xi\right]\right\} \tag{3.4}$$

$$\tau = \frac{t_l}{\eta^2 + t_l^2}, \quad t = \operatorname{tg}\frac{\pi\eta}{\theta}, \quad e(a) = (a^2 + \eta^2)\exp, a$$

$$h^+(a\xi) = \operatorname{ch} a\xi, \quad h^-(a\xi) = k\pi a^{-1}\operatorname{sh} a\xi$$

используя (3.4), получим оценку

$$\max_{x\in[-1,1]}\left|\Sigma_1\varphi\sqrt{1-x^2}\right| \leqslant c_0 + \sum_{k=1}^{\infty}(|c_k^+| + |c_k^-|) \leqslant \lambda M^*, \ \lambda \to 0 \quad (\lambda < \lambda^*) \tag{3.5}$$

а также оценку, аналогичную (3.5) для $\lambda \to \infty$ ($\lambda > \lambda^\circ$) при замене правой части на $\lambda^{-1}M^\circ$, где M^*, M° не зависят от λ. Поэтому, используя оценки, аналогичные оценкам в леммах 3, 4, λ можно выбрать так, что оператор $\Pi_N^{-1}\Sigma_M$ будет оператором сжатия [11] при условии данной леммы.

На основе леммы 5, применяя к уравнению

$$\varphi + \Pi_N^{-1}\Sigma_M\varphi = \Pi_N^{-1}g \tag{3.6}$$

принцип Банаха сжатых отображений, получаем доказательство существования и единственности решения уравнения (3.1) при наложенных ограничениях.

Отсюда и из теоремы 2 следует

Теорема 3. Уравнение (1.1) с дополнительными условиями (1.2), (1.3), (1.6) однозначно разрешимо в пространстве $C^k_{k+1/2}$, если $g(x) \in B_{k+2}$ при $0 < \lambda < \lambda^*$, $\lambda > \lambda^\circ$, где λ^*, λ° — некоторые фиксированные значения λ, и верна следующая оценка:

$$\|\varphi(x)\|_{C^k_{k+1/2}} \leqslant (\Pi_N, \Sigma_\infty, k)\, \|g(x)\|_{B_{k+2}} \tag{3.7}$$

Эта теорема доказывается при помощи известного в теории возмущений приема, основанного на методе последовательных приближений, так же как и в работе [12].

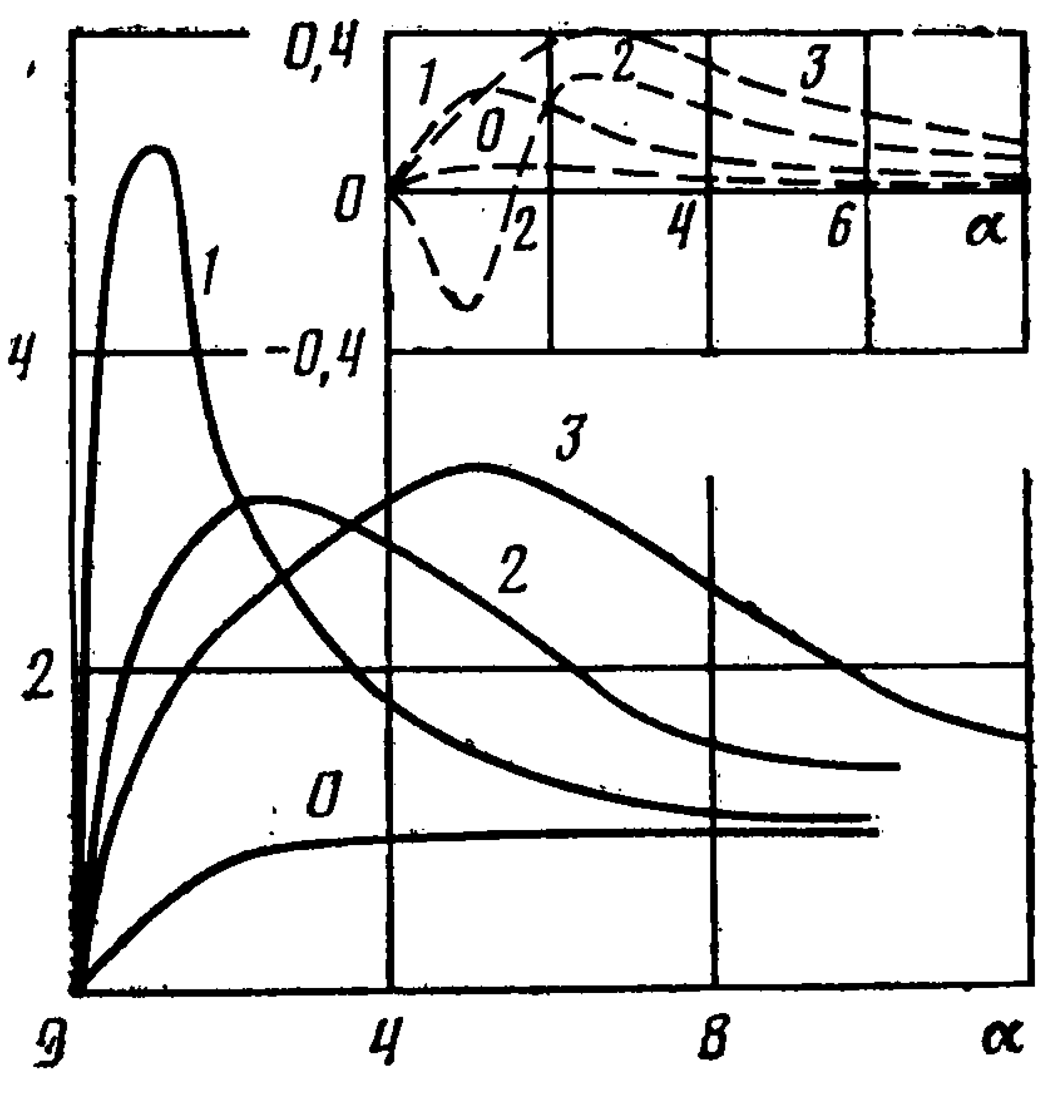
4. *Пример.* Рассмотрим задачу 1 для однородной и непрерывно-неоднородной полосы, модуль Юнга которой изменяется с глубиной по закону:

$$E(z) = E_0 f(z), \quad z \in [-1, 0] \tag{4.1}$$
$$f(z) = 1{,}1 + \sin(k\pi z/2), \quad k = 1, 2, 3$$

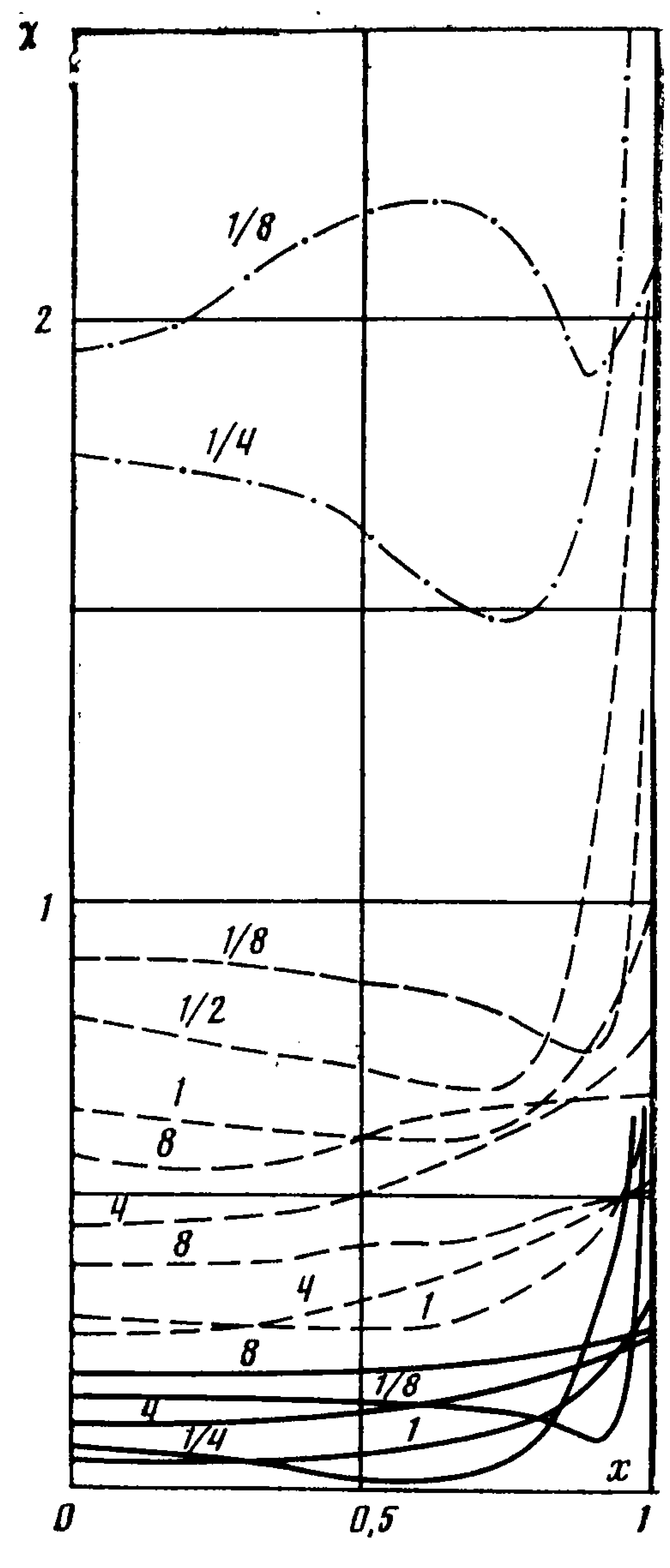
при постоянном коэффициенте Пуассона $\nu = 1/3$.

На фиг. 1 приведены графики трансформант ядра $L(\alpha)$ для однородного слоя (кривая 0) и для неоднородного слоя при $k = 1, 2, 3$ (кривые *1*, *2*, *3* соответственно). Штриховые кривые 0, 1, 2, 3 соответствуют разности между точными и аппроксимирующими значениями трансформант вида (1.4).

На фиг. 2 приведены графики относительной величины $X(x) = \varphi_k(x)/\varphi_0(x)$, характеризующей распределение контактных нормальных напряжений $\varphi_k(x)$ под штампом с плоской подошвой, вдавливаемым единичной силой в неоднородную полосу с модулем Юнга вида (4.1), при разных значениях λ и $k = 1$ (сплошные кривые), $k = 2$ (штриховые), $k = 3$ (штрихпунктирные). Величина $\varphi_0(x)$ — распределение контактных напряжений под штампом для неоднородной полосы при $E(z) = E_0$. Значения



Фиг. 1



Фиг. 2

$\varphi_k(x)$ найдены по формуле (2.3) при $N = 9$ ($k = 1, 2, 3$). Цифры у кривых соответствуют значениям λ.

Виден рост показателя особенности у края штампа при монотонно убывающем законе изменения модуля упругости полосы. Для немонотонных законов ($k = 2$, $k = 3$) характер кривых $X(x)$ для малых и больших λ различен, т. е. на распределение контактных давлений существенное влияние оказывает как толщина полосы, так и характер ее неоднородности.

Авторы благодарят В. М. Александрова за постоянное внимание к работе.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Александров В. М., Ромалис Б. Л.* Контактные задачи в машиностроении. М.: Машиностроение. 1986. 176 с.
2. *Керчман В. И.* Задачи консолидации и связанной термоупругости для деформируемого полупространства // Изв. АН СССР. МТТ. 1976. № 1. С. 45—54.
3. *Александров В. М.* О решении одного класса парных уравнений // Докл. АН СССР. 1973. Т. 210. № 1. С. 55—58.
4. *Айзикович С. М.* Асимптотические решения контактных задач теории упругости для неоднородных по глубине сред // ПММ. 1982. Т. 46. Вып. 1. С. 148—158.
5. *Зигмунд А.* Тригонометрические ряды. М.: Мир. 1965. Т. 1. 615 с.; Т. 2. 537 с.
6. *Зеленцова В. Б.* О решении одного класса интегральных уравнений // ПММ. 1982. Т. 46. Вып. 5. С. 815—830.
7. *Гобсон Е. В.* Теория сферических и эллипсоидальных функций. М.: Изд-во иностр. лит. 1952. 476 с.
8. *Агрест М. И., Максимов М. З.* Теория неполных цилиндрических функций и их приложения. М.: Атомиздат. 1965. 351 с.
9. *Фихтенгольц Г. М.* Курс дифференциального и интегрального исчисления. М.: Наука. 1969. 656 с.
10. *Ворович И. И., Александров В. М., Бабешко В. А.* Неклассические смешанные задачи теории упругости. М.: Наука. 1974. 456 с.
11. *Канторович Л. В., Акилов Г. П.* Функциональный анализ. М.: Наука. 1977. 742 с.
12. *Бабешко В. А.* Интегральные уравнения свертки первого рода на системе отрезков, возникающие в теории упругости и математической физики // ПММ. 1971. Т. 35. Вып. 1. С. 88—99.

Ростов н/Д

Поступила в редакцию
8.X.1987

УДК 539.375

О ДЕЙСТВИИ ЖЕСТКОГО ШТАМПА НА ПОЛУПЛОСКОСТЬ, ОСЛАБЛЕННУЮ РЕГУЛЯРНОЙ СИСТЕМОЙ ТРЕЩИН

Бояджи А. Г., Бурышкин М. Л., Радиолло М. В.

Изучается действие жесткого штампа на изотропную полуплоскость, ослабленную регулярной системой прямолинейных трещин. Рассматриваемая задача принципиально отличается от широкого класса задач, решенных в последнее время для симметричных тел, непериодичностью граничных условий на краю полуплоскости.

Неизвестная функция контактных давлений разыскивается в виде разложения по полиномам Чебышева. Коэффициенты этого разложения находятся из системы алгебраических уравнений, в которую преобразовывается условие совместности вертикальных перемещений штампа и его основания. Возникающая при этом серия задач о напряженно-деформированном состоянии полуплоскости под действием нагрузок, приложенных к ее краю и описываемых полиномами Чебышева, решается по общей схеме учета симметрии среды. Приводятся результаты численного анализа функции контактных давлений под штампом и коэффициентов интенсивности напряжений в вершинах трещин.

На отрезке $\gamma = [d - h, d + h]$ оси x расположен гладкий штамп. Форма его подошвы описывается функцией $f(x)$. Действующие на него силы приведены к главному вектору Q и моменту M. Считается, что область контакта между штампом и основанием неизменна и берега трещины не взаимодействуют между собой. Ориентация трещин, расположение координатных осей, а также основные геометрические размеры и обозначения показаны на фиг. 1.

Несмотря на регулярность системы трещин, рассматриваемая среда не обладает геометрической симметрией. Она нарушается смешанными гра-