

УДК 531.35 : 521.1

ГЕОМЕТРИЧЕСКИЕ СВОЙСТВА ОРБИТ СПУТНИКОВ ЮПИТЕРА

Хасанова М. Х.

Исследуются геометрические и дифференциально-геометрические качественные характеристики орбит естественных спутников Юпитера в его поле тяготения (с точностью до четвертой зональной гармоники).

Из интеграла энергии задачи после исключения циклической координаты находим области возможности движения спутников, границами которых на плоскости ρz служат кривые Хилла

$$(1) \quad W(\rho, z) + h = 0 \quad (W = U - C^2/(2\rho^2))$$

Здесь W — измененная силовая функция, ρ и z — цилиндрические координаты спутника, U — гравитационный потенциал Юпитера [1], C — постоянная площадей. Обычно рассматриваемая граница Хилла, вытекающая из интеграла энергии в его исходной форме, грубо описывает область возможности движения как сфероид, в то время как здесь эта область будет сфероидальным слоем.

Подставим в (1) вместо силовой функции ее выражение [2, 3]

$$(2) \quad U = \frac{fM}{r} \left[1 + \sum_{k=2}^{\infty} I_k \left(\frac{R}{r} \right)^k P_k(\sin \varphi) \right], \quad \sin \varphi = \frac{z}{r}$$

в котором f — постоянная тяготения, M — масса Юпитера, R — его средний экваториальный радиус, r — планетоцентрическое расстояние спутника, φ — планетоцентрическая широта, I_k — безразмерные постоянные, $P_k(\sin \varphi)$ — полином Лежандра k -го порядка. Уравнение кривой Хилла (1) при $I_k = 0$ принимает вид

$$r_0 = a (1 \pm \sqrt{1 - \cos^2 i \sec^2 \varphi}), \quad \cos i = C/(fMa)^{1/2}$$

где a , i — большая полуось и наклон кеплеровской орбиты. Если $I_k \neq 0$, то, придавая постоянным I_k надлежащие значения, получим области возможного движения, по которым можно судить о влиянии сжатия Юпитера на орбиты спутников.

Сохраняя в гравитационном потенциале Юпитера только вторую и четвертую зональные гармоники, представим уравнение кривой Хилла (1) в виде (l — эксцентриситет орбиты)

$$(3) \quad r = r_0 - r_1 I_2 + r_2 I_2^2 + R^4 \frac{5 + \eta [8 + 5(7\eta + 5\eta^2)]}{64a^3 S(\xi, \eta)} \times I_4$$

$$r_1 = \frac{R^2(2 - \eta - 3\eta^2)}{8a S(\xi, \eta)}, \quad r_2 = \frac{R^2 r_1^2 (2 + 2b(1 + \eta)) - 3(1 - e^2)(1 + \xi)}{r_0 S(\xi, \eta)}$$

$$c^2 = 1/2 fMa (1 - e^2) (1 + \xi), \quad b = r_0/a, \quad S(\xi, \eta) = 1/2 [(1 - e^2) (1 + \xi) - b(1 + \eta)]$$

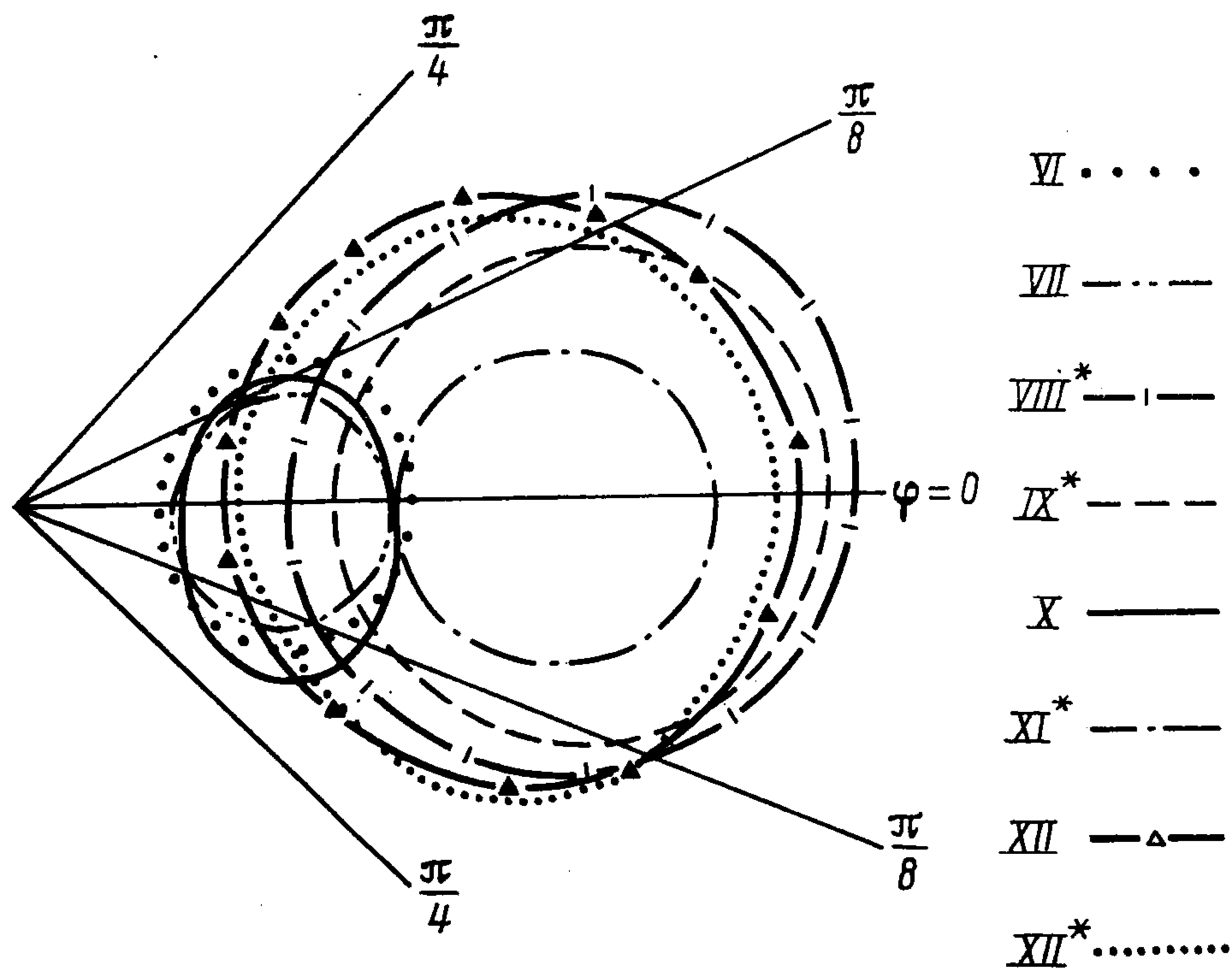
$$\eta = \cos 2\varphi, \quad \xi = \cos 2i$$

Исследования геометрических характеристик движения спутников Юпитера были проведены при значениях астрономических постоянных, приведенных в [1, 3]. На фиг. 1 даны области возможности движения естественных спутников Юпитера, а на фиг. 2 — графики возмущений радиуса-вектора граничной кривой Хилла, обусловленные сжатием Юпитера (обозначения кривых — те же, что на фиг. 1). Из фиг. 1 видно, что кривые Хилла представляют собой овалы. Некоторые из них пересекаются один с другим, поэтому не исключены столкновения спутников между собой.

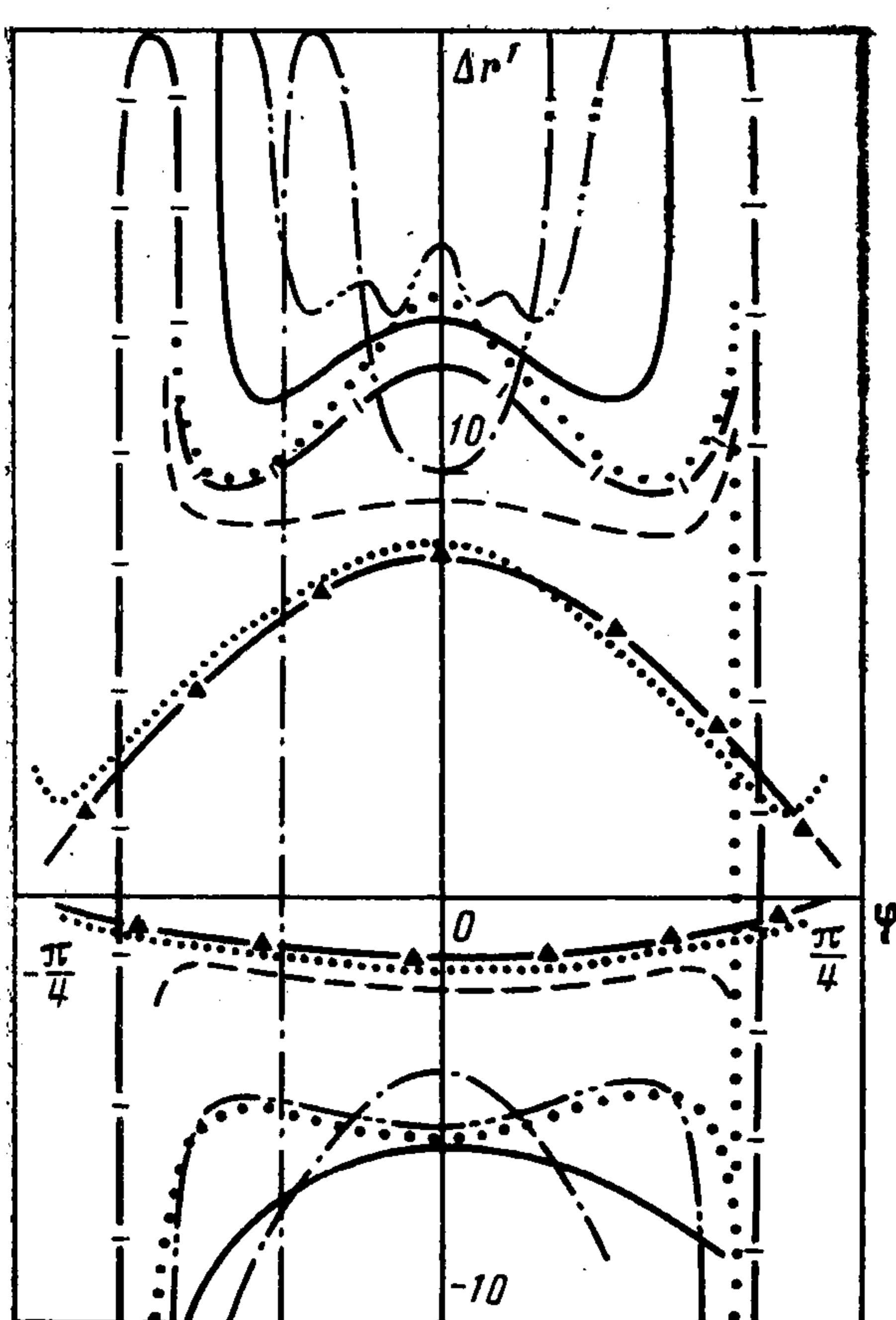
Таким образом, результат качественного анализа показывает, что при увеличении высоты полета спутника и уменьшении эксцентриситета орбиты e и угла наклона i кривые Хилла стягиваются и становятся сходными с окружностью.

Для изучения пучка траекторий, выходящих из одной точки, рассмотрим кривую Дарвина, определяемую геометрическим местом особых точек

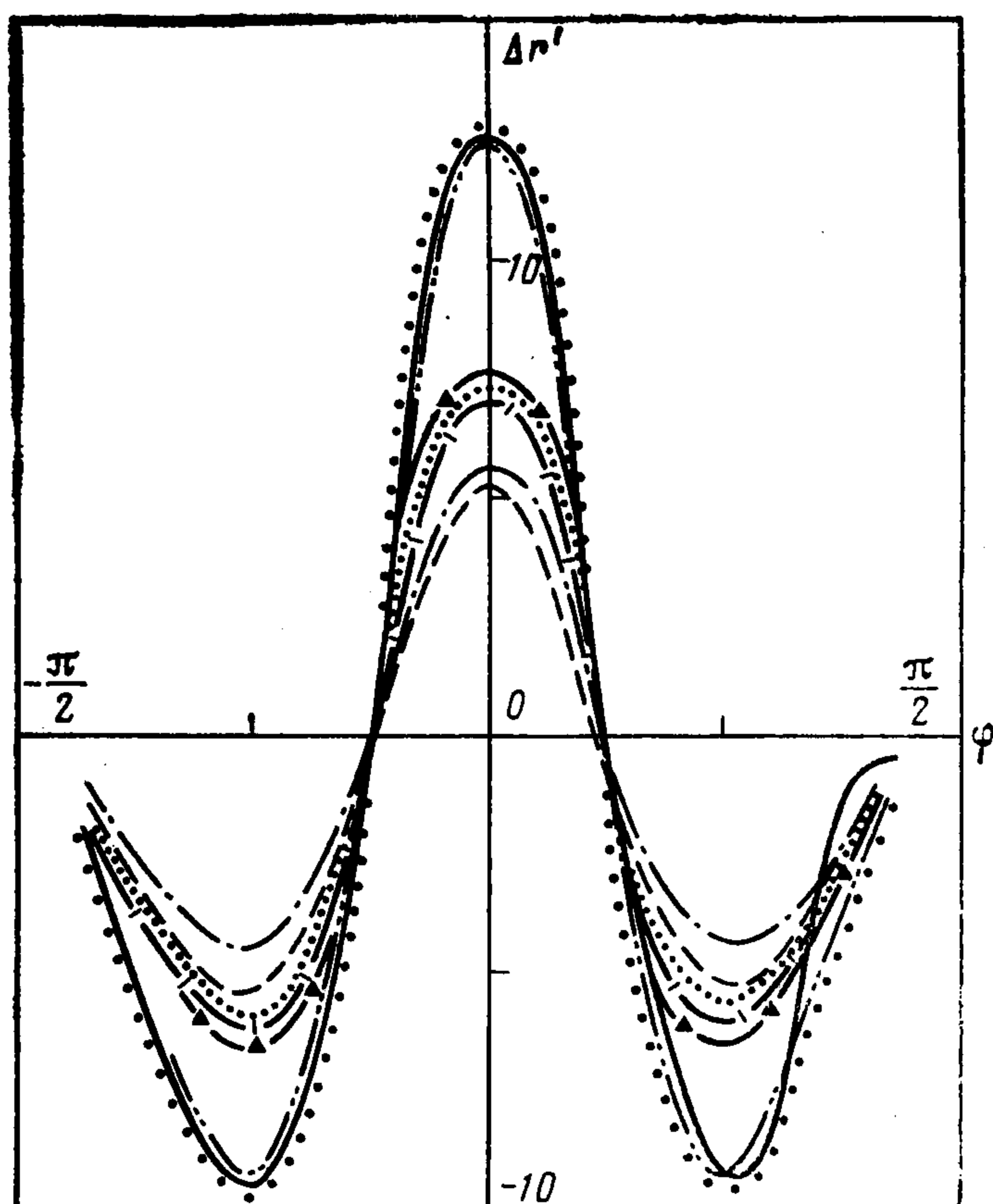
$$(4) \quad W_\rho'^2 = W_z'^2$$



Фиг. 1



Фиг. 2



Фиг. 3

Кривая (4) пересекается с кривой Хилла (3) только в особых точках и то только при значениях постоянной h_* , соответствующих этим особым точкам. При всяком $h > h_*$ около каждой особой точки имеется некоторая область, в каждой точке которой характеристика Дарвина $D^\circ(h) = W_\rho'^2 - W_z'^2 < 0$ и, следовательно, тип пучка траекторий будет эллиптическим.

Рассмотрим уравнение характеристики контактов траекторий с однопараметрическим семейством окружностей

$$(5) \quad q(\rho, z) = \rho^2 + z^2 = d^2$$

Для $q^{\circ\circ}(\rho, z)$ с учетом интеграла энергии можно получить

$$(6) \quad q^{\circ\circ}(\rho, z) = 2W + 2h + \rho W_\rho' + z W_z' = 0$$

Подставляя в (6) вместо силовой функции выражение (2), получим уравнение характеристики контактов

$$(7) \quad q^{\circ\circ}(r) = r_0 + r_1 I_2 + r_2 I_2^2 + \frac{105R^4}{32r_0^3} (1 - 4\eta + 3\eta^2) I_4$$

$$r_1 = \frac{R^2}{4a} (8 - 9\eta), \quad r_2 = \frac{R^4}{8r_0^3} (5 + 18\eta + \eta^2)$$

Кривая (7) отделяет область внутренних контактов от области внешних контактов, т. е. с ее помощью можно отделить область пересечений от области апоцентров.

Рассмотрим дифференциально-геометрическую характеристику Адамара (направление вогнутости траекторий). С ее помощью определяем внутреннюю область, ограниченную кривой (7). Контакт в этой области для любой возможной траектории будет наружным.

Кривая Адамара дается уравнением

$$(8) \quad H^{\circ}(r) = r_0 + \frac{1}{b(1+\eta) + 2(1-e^2)(1+\xi)} \times \\ \times \left[r_1 I_2 + r_2 I_2^2 - \frac{15R^3}{32ar_1^2} (6 + 21\eta - 7\eta^2 + 21\eta^3) \right] I_4 \\ r_1 = \frac{3R^2}{4a} (1-\eta) [4 - (5-2\zeta)\eta], \quad r_2 = \frac{r_1^2}{r_0} \{12ar_1(1-e^2)(1-\xi) - \\ - (4r_1r_0 - 3R^2(1-\eta)) [4 - (1-\zeta)\eta]\}, \quad \zeta = \sin \varphi$$

Для более точного определения расположения кривой (8) рассмотрим дистрибутирису [4]

$$(9) \quad K(\rho, z) = \rho W_{\rho}' + z W_z' = 0$$

Особые точки кривой (9) имеют общую касательную с линиями уровня. Очевидно, что кривая Адамара целиком лежит внутри этой кривой и имеет вид лемнискаты, при

$\varphi = 90^{\circ}$ имеет разрыв, при $\varphi = 0$ — максимум, а при $\varphi = \pm 50^{\circ}$ — минимум. При увеличении высот полета спутника и эксцентриситета кривая Адамара удаляется от начала координат, а при их уменьшении приближается к началу координат (фиг. 3, обозначения кривых — те же, что на фиг. 1).

На фиг. 4 даны смещения кривых Хилла (штриховые линии), Адамара (штрихпунктирные) и контакта (сплошные) для спутника Юпитера (VI).

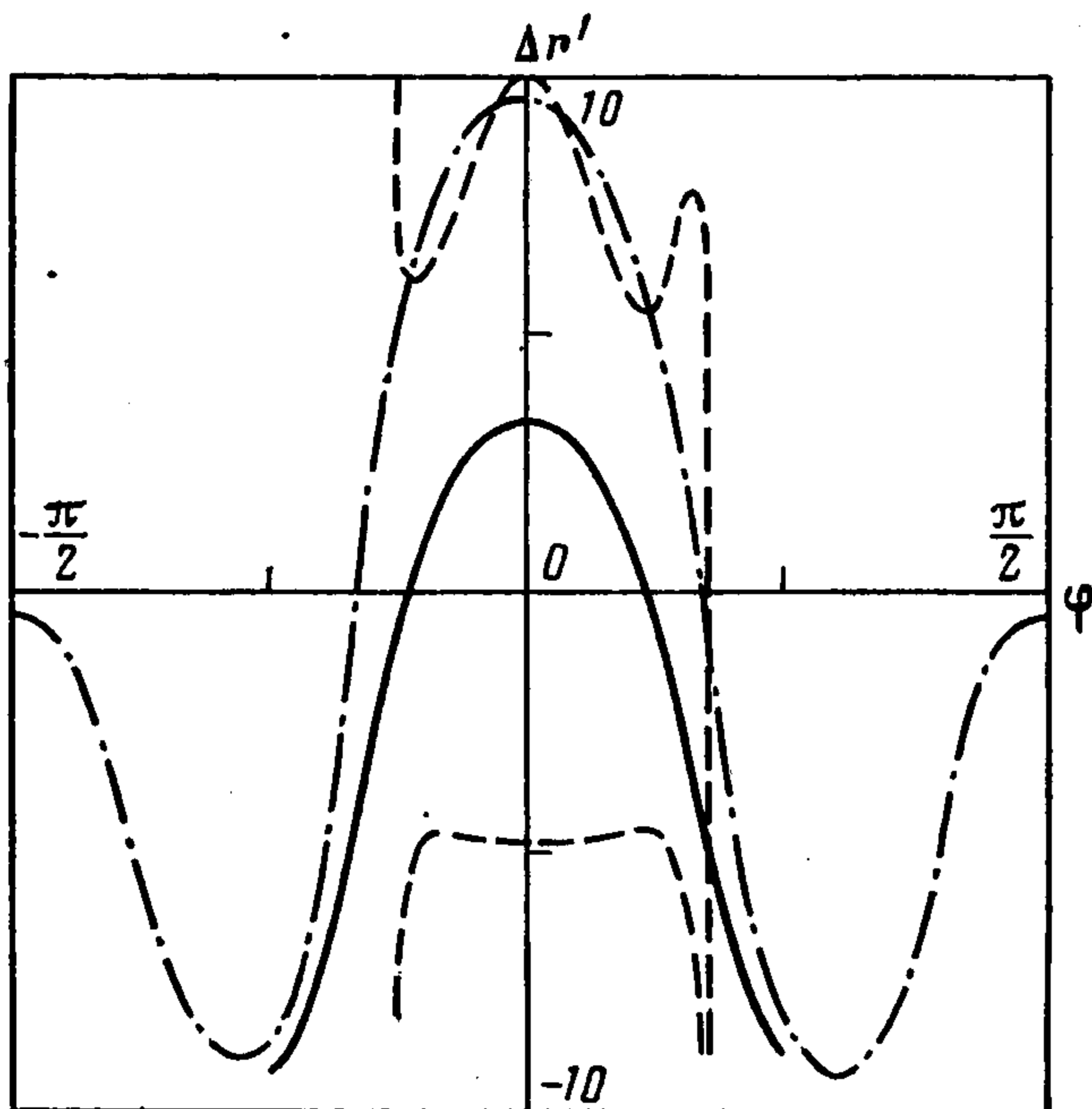
Расчеты показывают, что для спутников Амальтия (V), Ганимеда (III), Каллисто (IV) влияние второй и четвертой зональной гармоники существенно. Например, в пересечении границы возможности движения в точке минимума имеют следующие отклонения: —302 м (V), —508 м (III), —593 м (IV).

Для спутника X это отклонение составляет —0,2 м, а для остальных спутников — менее 0,01 м.

В апоцентре граница области возможности движения в точке минимума для спутника XI имеет отклонение —0,3 м, для III, IV, V и VI —0,02 м, а для остальных спутников — менее 0,01 м.

ЛИТЕРАТУРА

1. Абалакин В. К., Аксенов Е. П., Гребеников Е. А. и др. Справочное руководство по небесной механике и астродинамике. М.: Наука. 1976. 584 с.
2. Демин В. Г. Движение искусственного спутника в нецентральной поле тяготения. М.: Наука. 1968. 356 с.
3. Лукашевич Е. Л. Промежуточные орбиты естественных спутников планеты // Астрон. журн. 1968. Т. 45. Вып. 4. С. 125—126.
4. Ибрагимова Х. Б., Хасанова М. Х. Качественные свойства движения звезд на периферии Галактики // Письма в «Астрон. журн.». 1980. Т. 6. № 7. С. 405—407.



Фиг. 4