Отсюда следуют формулы

$$\mathbf{a}^* = a_\alpha{}^* \mathbf{э}^\alpha = \frac{\partial u_\beta}{\partial \tau} \mathbf{э}^\beta = \left\{ \frac{\partial}{\partial t} \left[\frac{v_\beta}{\sqrt{1 - v^2/c^2}} \right] \right\} \frac{\mathbf{э}^\beta}{\sqrt{1 - v^2/c^2}}, \quad \mathbf{a} = a_\alpha \mathbf{э}^\alpha$$

или

$$a_\beta{}^* = \frac{a_\beta}{1 - v^2/c^2} + \frac{v_\beta v_\alpha a^\alpha}{c^2 (1 - v^2/c^2)^2}, \quad a^\alpha = a_\alpha$$

и, следовательно, в каждой ортонормированной инерциальной тетраде верно следующее векторное равенство, которое, очевидно, должно выполняться не только в специальных тетрадах, но и вообще во всех других видах локальных инерциальных тетрад в точках пространства на кривых семейства K:

$$\text{(1)} \qquad \mathbf{a}^* = \frac{d\mathbf{v}}{dt} \frac{1}{1 - v^2/c^2} + \frac{\mathbf{v}(\mathbf{v}\, d\mathbf{v}/dt)}{c^2} \frac{1}{(1 - v^2/c^2)^2}$$

Формулу (1) можно применять как в двух разных римановых пространствах, так и в системах наблюдателя и в собственных глобальных системах отсчета в одном и том же пространстве Минковского. Очевидно, что в собственных системах отсчета при $\mathbf{v} = 0$, $\mathbf{a}^* = \mathbf{a}$. Однако связь (1) между ускорениями в точках семейства K в ньютоновской механике и в специальной теории относительности (СТО), вообще говоря, неголономна.

Для заданного семейства мировых линий K после теоретического определения с опорой на опытные данные поля ускорений $\mathbf{a}$ (или $\mathbf{g}$) силы тяготения в ньютоновской механике с учетом поля скоростей можно вычислить по формуле (1) поле ускорений силы тяготения в СТО. После этого для семейства K в сопутствующих координатах можно определить поле ускорения для других заданных своей метрикой псевдоримановых пространств.

При соответствующих преобразованиях пространств компоненты метрических тензоров g_{ij} в общем случае не оставляют форму $ds^2 = g_{ij} d\xi^i d\xi^j$ инвариантной.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Седов Л. И.* Гравитация и моделирование пространства и времени // Докл. АН СССР (ДАН СССР). 1987. Т. 295. № 2. С. 362—368.
2. *Седов Л. И.* О природе времени, пространства и гравитации // ПММ. 1987. Т. 51. Вып. 6. С. 900—907.
3. *Седов Л. И.* О глобальном времени в общей теории относительности // Докл. АН СССР (ДАН СССР). 1983. Т. 272. № 1. С. 44—48.
4. *Sedov L. I.* On the global time in general relativity // Rend. Sem. Mat. Univers. Polytechn. Torino. 1984. V. 42. No. 2. P. 39—46.

Москва

Поступила в редакцию
19.XII.1987

УДК 532.5

СЕМЕЙСТВО ТОЧНЫХ РЕШЕНИЙ УРАВНЕНИЙ ОДНОМЕРНОГО ДВИЖЕНИЯ ГАЗА ПОД ДЕЙСТВИЕМ МОНОХРОМАТИЧЕСКОГО ИЗЛУЧЕНИЯ

Желтухин А. Н.

Для уравнений неустановившегося одномерного движения совершенного газа при учете поглощения монохроматического излучения строится новое семейство точных решений с линейной зависимостью скорости от пространственной координаты. Решения содержат несколько произвольных функций и несколько произвольных постоянных. Известны [1, 2] точные решения без излучения. При учете поглощения монохроматического излучения задача рассматривалась в [3], где найдены точные автомодельные решения. В отличие от этих решений ниже строятся решения, содержащие несколько произвольных функций.

Одномерное движение совершенного газа при учете поглощения монохроматического излучения описывается системой уравнений

(1) $$u_t + uu_r + \rho^{-1}p_r = 0, \quad \rho_t + u\rho_r + \rho\,(u_r + \nu r^{-1}u) = 0$$
$$p_t + up_r + \gamma p\,(u_r + \nu r^{-1}u) = (\gamma - 1)\,kj, \quad j_r + \nu r^{-1}j = kj$$

где ρ — плотность, p — давление, u — скорость, γ — постоянное отношение удельных теплоемкостей, j — интенсивность встречного излучения (поток лучистой энергии через единицу площади в единицу времени), k — коэффициент поглощения, $\nu = 0$, 1, 2 соответственно для плоской, цилиндрической и сферической симметрии. Теплопроводность и вязкость газа, излучение среды и рассеяние лучистой энергии здесь не учитываются (см. [3, 4]).

Пусть $G(z)$, $f(t)$ — произвольные функции своих аргументов, c — произвольная константа. Можно проверить, что формулы (точка означает полную производную по времени t)

(2) $$\mu\mu^{\cdot\cdot} - 2\,(\mu^{\cdot})^2 - \mu^{\gamma+3+\nu(\gamma-1)}\mu_2 = 0$$
$$\mu\mu_1^{\cdot\cdot} - 2\mu^{\cdot}\mu_1^{\cdot} - \mu^{\gamma+2}\mu_1\mu_2 = 0$$

(3) $$G_{\nu1}(z) = \frac{dG}{dz} + \frac{\nu G}{z}, \quad G_{\nu2}(z) = \frac{dG_{\nu1}}{dz}$$
$$z = r\mu - \mu_1, \quad u = -\mu^{-1}r\mu^{\cdot} + \mu^{-1}\mu_1^{\cdot}$$
$$p = \mu^{\gamma(1+\nu)}\,\mu_2 G_{\nu1}(z) + c\mu^{\gamma(1+\nu)}, \quad \rho + z^{-1}\mu^{1+\nu}G_{\nu2}(z)$$
$$j = (\gamma-1)^{-1}\mu^{(1+\nu)\,\gamma-1}\,[G\,(z) + r^{-\nu}f\,(t)]\,\mu_2^{\cdot}, \quad k = \frac{\mu G_{\nu1}(z)}{G\,(z) + r^{-\nu}f\,(t)}$$

с дополнительным условием $\mu_1 = 0$ для $\nu = 1, 2$, определяют точное решение уравнений (1).

Если положить $\mu_2 = \mathrm{const}$, то получится класс точных решений уравнений газодинамики без излучения.

Укажем некоторые примеры.

1°. Если положить $\mu_1 = 0$, $\mu_2 = \mathrm{const}$, то получится семейство точных решений уравнений газодинамики Л. И. Седова [1], которое нашло применение в ряде задач [2, 4].

2°. Полагая в плоском случае

$$\mu = t^{-\lambda}, \quad \mu_1 = \frac{D}{1-\gamma}\,t^{1-\lambda}, \quad \mu_2 = 2\,\frac{\gamma-1}{(\gamma+1)^2}$$
$$\lambda = \frac{2}{\gamma+1}, \quad G_{01} = \frac{b\,(\gamma-1)}{2\gamma}\,z^{2+\varkappa}, \quad \varkappa = \frac{2}{\gamma-1}$$

имеем точные решения уравнений газодинамики (1) без излучения, используемые в теории детонации (D — скорость волны, b, c — произвольные постоянные)

$$u = \frac{2}{\gamma+1}\left(\frac{r}{t} - \frac{D}{2}\right), \quad p = \frac{b}{\gamma}\left(\frac{\gamma-1}{\gamma+1}\right)^2\left(\frac{r}{t} + \frac{D}{\gamma-1}\right)^{2+\varkappa} + ct^{-\lambda\gamma}$$
$$\rho = b\left(\frac{r}{t} + \frac{D}{\gamma-1}\right)^{\varkappa}, \quad j = 0$$

3°. Пусть в плоском случае $\mu > 0$ — произвольная функция t, $\mu_1 = f = 0$, $\mu_2 = \mu^{-\gamma-3}\,[\mu\mu^{\cdot\cdot} - 2\,(\mu^{\cdot})^2]$, $G\,(z) = z^{\alpha}$, α — число, $\alpha\,(\alpha - 1) \neq 0$. Тогда уравнения (2) удовлетворяются и по формулам (3) имеем

$$u = r\mu^{-1}\mu^{\cdot}, \quad p = \alpha\mu^{\gamma}\mu_2 z^{\alpha-1} + c\mu^{\gamma}$$
$$\rho = \alpha\,(\alpha-1)\,\mu z^{\alpha-3}, \quad j = (\gamma-1)^{-1}\mu^{\gamma-1}z^{\alpha}\mu_2^{\cdot}$$
$$z = \mu r, \quad k = \alpha r^{-1}$$

Предложение искать точные решения системы (1) с линейной зависимостью скорости от пространственной координаты выдвинуто В. П. Коробейниковым.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Седов Л. И.* Об интегрировании уравнений одномерного движения газа // Докл. АН СССР (ДАН СССР). 1953. Т. 90. № 5. С. 735.
2. *Седов Л. И.* Методы подобия и размерности в механике. М.: Гостехиздат. 1954. 328 с.
3. *Худяков В. М.* Автомодельная задача о движении газа под действием монохроматического излучения // Докл. АН СССР (ДАН СССР). 1983. Т. 272. № 6. С. 1326—1330.
4. *Коробейников В. П.* Задачи теории точечного взрыва. М.: Наука. 1985. 400 с.

Москва

Поступила в редакцию 24.X.1986