

УДК 531.5

О ПРИРОДЕ ВРЕМЕНИ, ПРОСТРАНСТВА И ГРАВИТАЦИИ

Седов Л. И.

Проанализировано влияние моделей пространства-времени на природу сил гравитации.

Исходные позиции в теории гравитации связаны с введением непрерывного четырехмерного многообразия точек, заполняемого семействами мировых линий отдельных свободно движущихся частиц K . Количественное описание движений частиц строится при помощи понятий скоростей и ускорений четырехмерных и трехмерных, которые вводятся путем наложения теории псевдоримановой метрики. Вообще речь будет идти об описании одних и тех же явлений при помощи различных моделей, оперирующих аналогичными приборами и понятиями, но непосредственно не сводимыми между собой [1, 2].

Как будет показано ниже, в общих случаях и, в частности, в СТО соответствующее поле гравитации тесно связано с моделированием пространства и времени и с введением внешних полей для сил тяготения, обусловленных взаимодействием выделенных частиц с соседними индивидуальными частицами, обладающими массой, когда такое взаимодействие имеется. Описание соответствующих гравитационных полей естественно и удобно проводить в системах координат, сопутствующих континуально распределенным частицам вещества (рассматривается пыль из подвижных индивидуальных частиц, сохраняющих свои массы и движущихся без столкновений).

Дальше будем пользоваться сопутствующими системами координат Лагранжа $\xi^1, \xi^2, \xi^3, \xi^4 = \tau$, в которых для элементов ds мировых линий в точках семейства выделенных мировых линий K метрическую форму всегда можно записать в следующем каноническом виде [3, 4]:

$$(1) \quad ds^2 = d\tau^2 + 2g_{\alpha 4}(\xi^\beta, \tau) d\xi^\alpha d\tau + g_{\alpha\gamma}(\xi^\beta, \tau) d\xi^\alpha d\xi^\gamma$$

где для простоты положено, что скорость света $c = 1$, а $\alpha, \gamma = 1, 2, 3$ — индексы суммирования, $g_{ij}(\xi^\alpha, \tau)$ — компоненты метрического тензора, причем координата τ представляет собой собственное глобальное время [5, 6] на семействе мировых линий K с дифференциалом $d\tau$, определенным единственным образом в каждой точке сопутствующих мировых линий семейства K в римановом пространстве, отвечающем метрике вида (1).

В соответствии с кинематическим определением векторов четырехмерной скорости $u = dr/d\tau$ и ускорения $a = du/d\tau$ для их компонент u^i и a^i в любых сопутствующих системах координат на мировых линиях семейства K , взятых в любых римановых пространствах, верны следующие формулы (для простоты положено $c = 1$):

$$(2) \quad u^\alpha = 0, u^4 = 1, u_\alpha = g_{\alpha 4}, u_4 = 1$$

$$(3) \quad a_{\text{abs}}^i = du^i/d\tau + u^j u^k \Gamma_{jk}^i = g^{ij} \frac{\partial g_{j4}}{\partial \tau}$$

Отсюда

$$(4) \quad a_\alpha = \partial g_{\alpha 4}(\xi^\gamma, \tau)/\partial \tau = \partial u_\alpha(\xi^\gamma, \tau)/\partial \tau$$

и $a_4 = 0$, так как $g_{44} = 1$. В формулах (2)—(4) мировые линии и пространство могут быть произвольными, но координаты обязательно сопутствующие.

Следует обратить внимание на то, что в сопутствующих системах координат трехмерные скорости равны нулю, но абсолютное четырехмерное ускорение a_{abs} , равное соответствующему трехмерному ускорению, отлично от нуля, так как сопутствующая система координат подвижна относительно локально инерциальной и вообще деформируема.

Как известно, в произвольной системе координат наблюдателя компоненты векторов u , a_{abs} и компоненты метрического тензора g_{ij} на соответствующих мировых линиях системы K рассчитываются по данным (1)—(4) при помощи соответствующих формул преобразования координат x^i (ξ^α , τ) для закона движения среды от сопутствующей системы ξ^α , τ к системе координат x^i наблюдателя.

Основные геометрические и физические закономерности и различные определяющие величины целесообразно формулировать и описывать в собственных и сопутствующих системах координат, связанных непосредственно с исследуемыми объектами с соответствующими характеристиками событий, рассчитанных в локальных собственных (инерционных) системах отсчета. Теория с точки зрения посторонних наблюдателей в сильной степени связана со свойствами процессов, происходящих в выбранной системе самого наблюдателя.

Однако существуют проблемы, смысл которых состоит в определении различного рода физических и математических эффектов, которые по своему существу касаются описания явлений с точки зрения фиксированного наблюдателя.

Уже в квантовой механике постулируется, что существо получаемых результатов неотделимо от наблюдателя. То же самое в некоторых случаях можно сказать и о теории относительности, в которой результаты измерений наблюдателя могут серьезным образом зависеть от механических состояний изучаемого объекта и наблюдателя. В частности, речь может идти о проблемах, связанных с характерными свойствами процессов, определяемыми всей совокупностью данных, получаемых, вообще говоря, в неголономных локально определенных собственных системах отсчета. В качестве типичного примера можно упомянуть о задаче глобального влияния возмущений на наблюдаемые орбиты небесных тел при различного рода модельных допущениях.

Следует еще отметить, что показания инерциальных приборов, установленных на подвижных объектах, отвечают метрике в сопутствующей системе отсчета.

Вместе с тем в канонической записи формулы (1) появляется координата τ , связанная с семейством мировых линий K , которая представляет собой координату для глобального собственного времени.

В качестве основного постулата, отвечающего опыту, примем, что как в ньютоновской механике, так и в релятивистских механиках для каждой частицы с постоянной массой, несущей бесконечно малый акселерометр в свободном полете, в пустоте имеет место состояние невесомости, выражающееся в том, что стрелка акселерометра будет невозмущена.

Это значит, что при любой выбранной фиксированной модели пространства и времени как в ньютоновской механике, так и в релятивистских теориях при отсутствии всяких внешних сил, за исключением сил гравитации; для каждой частицы с постоянной массой m в ее свободном дви-

жении должны выполняться равенства

$$(5) \quad -ma_{\text{abs}} + mg = 0, \text{ или } a_{\text{abs}} = g$$

Здесь g — вектор ускорения силы тяготения, рассматриваемый как функционал точек пространства — времени и закона движения, а в каждой конкретно решаемой задаче для движения пробных частиц — как функция координат точек пространства — времени.

Стоит обратить внимание и подчеркнуть, что присутствие ускорения g не нарушает условия невесомости (5) и силу инерции можно рассматривать как близкодействующую внешнюю силу реакции пространства — времени, вводимого как внешняя связь, определяемую метрикой.

Уравнения (5) справедливы для каждой свободно движущейся индивидуальной малой частицы и представляют собой общие уравнения небесной механики.

Таким образом, в развиваемой ниже теории моделирование проблемы движения отдельных материальных точек с постоянной массой или движения пыли как континуума связано с введением для четырехмерного пространства — времени сопутствующей метрики (1) для семейства мировых линий K и вообще переменного вектора ускорений g как функции точек пространства, связанного с наличием сил тяготения в основном постулате (5).

В ньютоновской механике поле ускорений g вводится и обосновывается законом всемирного тяготения Ньютона. Однако такое обоснование физически, вообще говоря, неприемлемо, так как оно противоречит инвариантности гравитационных явлений относительно преобразований Лоренца и связано с дальнодействием и с мгновенным распространением возмущений.

Если, однако, взять поле ускорений g согласно с законом всемирного тяготения по Ньютону, то на практике его можно приближенно рассчитать. С другой стороны, опыты показывают, что законы движения небесных тел, рассчитанные по Ньютону, вообще говоря, очень хорошо согласуются с наблюдениями в действительности. Происходит это потому, что на практике во всевозможных рутинных приложениях отношение v^2/c^2 (v — трехмерный вектор, равный разности четырехмерных скоростей подвижных точек, а c — скорость света) ничтожно мало. В связи с этим после замены v^2/c^2 нулем при переходе от собственной системы координат частиц к координатам наблюдателя с помощью преобразований Лоренца исключаются основные релятивистские эффекты. Возникающие локальные ошибки, порожденные такой физической некорректностью, будут очень малыми. Если на мировых линиях частиц в римановых пространствах появляются интервалы, на которых v^2/c^2 нельзя считать равным нулю, то можно ставить задачи об определении уточненного поля ускорений в гравитационном поле с учетом релятивистской теории гравитации.

В связи с этим обязательно потребуются вместо закона всемирного тяготения по Ньютону использовать дополнительно предположения, допускающие проверку в опытах.

Примером подобного постулата является допущение, принимаемое в ОТО, что $g = 0$, иначе — условие отсутствия сил тяготения при наличии подходящей кривизны пространства, и поэтому в ОТО в согласии с постулатом (5) и формулой (4) получается, что $a_{\text{abs}} = 0$ в точках любых

мировых линий пробных частиц. Поэтому в ОТО все мировые линии свободно движущихся частиц должны быть геодезическими. Если псевдориманово пространство произвольно, но фиксировано, то равенство $g = 0$ явно противоречит опыту.

Очевидно, что в СТО и других фиксированных пространствах непременно надо вводить поле гравитационного ускорения $g \neq 0$ и силу тяготения $G = mg \neq 0$. Тем не менее для специально определенных в ОТО искривленных псевдоримановых пространствах условие $g = 0$ может быть допустимым в некоторых весьма важных модельных постановках для подходящих движений частиц в соответствующих значительных масштабах объемов пространства и времени. Это означает возможность замены эффектов притяжения масс подходящей кривизной пространства и замены абсолютного времени значением глобального собственного времени в (1) для соответствующего семейства K .

Однако в общем случае нельзя игнорировать непосредственные опыты, свидетельствующие о наличии сил тяготения. Наилучший пример этого — наблюдение Ньютоном падающего яблока! Очевидно также, что в соответствии с законом всемирного тяготения масс сила веса G в ньютоновской механике присутствует, она порождается ускорением g и является экспериментально установленным фактом.

С другой стороны, как известно, уравнение теории поля в ОТО для пыли с плотностью ρ и общепринятых обозначениях в любой системе координат имеет вид

$$(6) \quad R^{ij} - \frac{1}{2}g^{ij}R = \kappa \rho u^i u^j$$

где κ — скалярный постоянный коэффициент. На основании тождества Бьянки из (6) получается $u^k \nabla_i \rho u^i + \rho u^i \nabla_i u^k = 0$. Отсюда следует, что $\nabla_i (\rho u^i) = 0$ из-за постоянства масс частиц, а второй член согласно (5) дает

$$u^i \nabla_i u^k = du^k/d\tau = g^k = 0$$

Таким образом, из (6) следует, что $g = 0$ в любых регулярных точках пространства для любых конечных значений ρ .

В общем случае поле вектора g или поле его градиентов можно в опытах измерять специальными приборами [7], что и может послужить опытным обоснованием для его определения, которое может фактически не согласовываться с законом всемирного тяготения Ньютона или с ОТО для физических объектов, обладающих массами.

Стоит отметить, что речь идет о замене закона всемирного притяжения масс в ньютоновской механике релятивистскими законами взаимодействия между индивидуальными частицами, отличие которых от ньютоновских возникает за счет больших трехмерных скоростей частиц и четырехмерной кривизны пространства.

Когда взамен модели по Ньютону для пространства — времени выбирается любое фиксированное четырехмерное псевдориманово пространство, например пространство Минковского в СТО или вообще любое другое конкретное пространство Римана, то можно поставить задачу об определении соответствующих свойств поля ускорения g и силы тяжести G по аналогии с физикой Ньютона, например с помощью пересчета апробированного опытом поля трехмерных ускорений в ньютоновской механике, которые определяются с помощью всемирного тяготения или непосредственным измерением ускорений или их градиентов в опытах со свободно движущимися частицами.

Укажем метод, позволяющий по известному полю ускорений $g^* \neq 0$ в каком-либо одном фиксированном псевдоримановом пространстве R^*

путем пересчета определять поле ускорений g для аналогичной задачи о движении материальной среды с точки зрения произвольного наблюдателя в данном фиксированном пространстве R^* или в другом фиксированном псевдоримановом пространстве $R \neq R^*$. (Так как заданные вектора g должны, строго говоря, всегда апробироваться опытом, то для задания поля g при $v^2/c^2 \approx 1$ требуются еще дополнительные гипотезы.)

Под аналогичностью задач подразумевается, что сопутствующие системы координат ξ^1, ξ^2, ξ^3 и семейства линий K одинаковы, но собственные глобальные времена и метрические компоненты g_{ij} могут быть различными при одних и тех же мировых линиях $\xi^\alpha = \xi_0^\alpha = \text{const}$, заполняющих все пространство.

Отметим, что в этом случае в каждом из пространств R^* и R метрические тензоры g_{ij}^* и g_{ij} в сопутствующих координатах можно привести к каноническому виду (1), откуда следует, что, вообще говоря, $d\tau^* \neq d\tau$, если $R^* \neq R$.

Если $g_{ij}^* = g_{ij}$, то $R^* = R$, однако в этом случае наряду с системой сопутствующих координат ξ^α, τ можно ввести еще систему координат наблюдателя x^α, t при $x^\alpha \neq \xi^\alpha$ и $dt \neq d\tau$, но тем не менее можно найти функции

$$(7) \quad x^k = x^k(\xi^\alpha, \xi^4 = \tau), \quad k = 1, 2, 3, 4$$

причем согласно (7) из инвариантности метрической формы ds^2 при $R^* = R$ получится, что

$$(8) \quad g_{ij}^*(\xi^k) \neq g_{ij}(x^k), \quad \text{причем} \quad g_{ij}^*(\xi) = g_{pq}(x) \frac{\partial x^p}{\partial \xi^i} \frac{\partial x^q}{\partial \xi^j}$$

При $R^* = R$ определение четырех функций (7), иначе, закона движения точек континуума при переходе от переменных ξ^k к переменным x^k , представляет собой проблему инерциальной навигации. Как известно, ее можно решить экспериментально или путем теоретических расчетов для систем отсчета ξ^k и x^k (7), когда $R^* = R$ заданы [4]. В этом случае преобразования (7) представляют собой обобщение преобразования Лоренца. Очевидно, что переход от одного решения к другому при фиксированном пространстве R^* сводится к преобразованию в каждой точке пространства вектора g к вектору g^* для фиксированной метрики, в соответствии с тензорной формулой (8).

Если в одном и том же пространстве Римана получено некоторое точное решение задачи о движении пыли в переменных $x^\alpha, x^4 = t$ в зависимости от лагранжевых переменных $\eta^\alpha, \tau = \eta^4$, то это определит собой четырехмерное преобразование (7) в виде

$$(9) \quad x^\alpha = \varphi^\alpha(\eta^\beta, t), \quad x^4 = t$$

При этом очевидно, что формулы (9) определяют закон движения $x^i(\eta^k)$ и метрику в одном и том же пространстве R , а трехмерные компоненты скорости v^α в силу преобразования (9) также можно рассматривать как функции от сопутствующих координат η^α и t , которые, вообще говоря, не будут каноническими согласно определению (1).

Если переменные x^i взяты в одних и тех же декартовых координатах по Ньютону и по Минковскому в СТО, то очевидно, что в пространствах Минковского и Ньютона можно ввести наблюдателей, для которых описание движений будет хорошо определяться одними и теми же функциями

$$(10) \quad x^\alpha = \varphi^\alpha(\eta^\beta, t)$$

где t — абсолютное время по Ньютону, которое, однако, не равняется собственному времени τ по Минковскому, а лагранжевы координаты $\eta^\alpha = \text{const}$ определяют собой один и тот же конкретный закон движения в обоих случаях для разных наблюдателей. При решении задачи о движении частиц можно применять по Ньютону метрику

$$dl^2 = dx^{1^2} + dx^{2^2} + dx^{3^2}, dt$$

и по Минковскому

$$ds^2 = dt^2 - dx^{1^2} - dx^{2^2} - dx^{3^2} = dt^2 - dl^2$$

и закон движения (10).

Дальнейшие рассуждения основаны на преобразовании (10), которое, вообще говоря, можно получать при помощи различных постановок задач о движении пыли.

На основании преобразования координат (9), не являющегося преобразованием Лоренца с переходом от x^i к η^k , можно записать

$$\begin{aligned} \frac{\partial t}{\partial t} &= 1, & \frac{\partial t}{\partial \eta^\alpha} &= 0, & \frac{\partial x^\alpha}{\partial t} &= v^\alpha \\ \hat{g}_{44} &= g_{pq} \frac{\partial x^p}{\partial t} \frac{\partial x^q}{\partial t} = 1 - v^2 \\ \hat{g}_{\alpha 4} &= g_{pq} \frac{\partial x^p}{\partial \eta^\alpha} \frac{\partial x^q}{\partial t} = - \frac{\partial x^1}{\partial \eta^\alpha} \frac{\partial x^1}{\partial t} - \frac{\partial x^2}{\partial \eta^\alpha} \frac{\partial x^2}{\partial t} - \frac{\partial x^3}{\partial \eta^\alpha} \frac{\partial x^3}{\partial t} \\ \hat{g}_{\alpha\beta} &= g_{pq} \frac{\partial x^p}{\partial \eta^\alpha} \frac{\partial x^q}{\partial \eta^\beta} = - \frac{\partial x^1}{\partial \eta^\alpha} \frac{\partial x^1}{\partial \eta^\beta} - \frac{\partial x^2}{\partial \eta^\alpha} \frac{\partial x^2}{\partial \eta^\beta} - \frac{\partial x^3}{\partial \eta^\alpha} \frac{\partial x^3}{\partial \eta^\beta} \end{aligned}$$

и поэтому

$$(11) \quad ds^2 = (1 - v^2) (dt)^2 + 2 (\partial_\alpha \cdot v) d\eta^\alpha dt + (\partial_\alpha \partial_\beta) d\eta^\alpha d\eta^\beta$$

где ∂_α — ковариантные компоненты координатных базисов в системе η^k , dt — дифференциал абсолютного времени по Ньютону, совпадающий со временем наблюдателя в СТО. Формула (11) задает метрику в сопутствующей системе координат η^α , t в пространстве Минковского. Для получения метрики в сопутствующей канонической системе достаточно произвести еще дополнительное четырехмерное преобразование

$$\xi^\alpha = \eta^\alpha, \quad d\tau = dt \sqrt{1 - v^2}$$

после чего получим сопутствующую метрику в каноническом виде

$$ds^2 = d\tau^2 + 2g_{\alpha 4} d\xi^\alpha d\tau + g_{\alpha\beta} d\xi^\alpha d\xi^\beta$$

где $g_{\alpha 4} = v_\alpha / \sqrt{1 - v^2} = u_\alpha$, и поэтому выполняется формула (4), а $d\tau$ — элемент глобального времени.

Если пространство $R^* \neq R$ в общем случае, то также можно ввести одно и то же семейство мировых линий K , преобразование (7) и различные тензорные компоненты метрик g_{ij}^* в R^* и g_{ij} в R , однако связь (8) между этими метрическими тензорами нарушится.

Соответственно вдоль одних и тех же линий K можно определить отдельно локальные кинематические тензорные характеристики, например для четырехмерной и трехмерной скоростей u и v и для ускорения a_{abs} в R^* при помощи g_{ij}^* , а в R — при помощи g_{ij} , опираясь на каноническую формулу (1).

Очевидно также, что различные векторы и соотношения между ними, определенные в R^* , и соответственно одинаково определенные аналогичные векторы в том же смысле в R можно рассматривать также и в R^* , но с соответственно измененным смыслом.

Такое положение позволяет переходить от соотношений и характеристик в одном пространстве Римана к аналогичным соотношениям и характеристикам в другом пространстве Римана. В частности, можно ввести a_{abs}^* в R^* и a_{abs} в R вдоль одних и тех же линий $\xi^\alpha = \text{const}$. Отсюда, очевидно, согласно условиям невесомости (5) получим, что наряду с равенствами $a_{abs}^* = g^*$ в R^* должны выполняться и равенства $a_{abs} = g$ в R , причем окажется, что $g^* \neq g$ и $a_{abs}^* \neq a_{abs}$.

В качестве частных примеров канонических разных метрик вида (1) при $K = K'$, но $R^* \neq R$ можно положить

$$ds^2 = d\tau^2 + 2kg_{\alpha 4}d\xi^\alpha d\tau + g_{\alpha\beta}d\xi^\alpha d\xi^\beta$$

где $k > 0$ — произвольный постоянный скаляр. Легко видеть, что в этом случае для компонент ускорения вдоль мировых линий K будут верны формулы: $a_\alpha' = ka_\alpha$.

Таким образом, по полю ускорений в R^* находим поле ускорений в R . Например, по полю ускорений в СТО можно найти поле ускорений в любом модельном пространстве Римана, поэтому в пространствах Римана для $K = K'$ метрика и компоненты ускорения a_α и a_α' получатся разными.

Из сказанного следует подчеркнуть, что компоненты поля ускорений a_α в фиксированном пространстве при $R^* = R$ преобразуются для разных K ($\eta^\alpha \rightarrow \xi^\alpha$) как компоненты одних и тех трехмерных векторов $a = g$, а при переходе от одного пространства к другому векторы меняются оставаясь равными как характеристики самого пространства.

Для одного и того же семейства мировых линий K можно рассматривать различные римановы пространства R^* и R и ускорения g^* и g , если преобразования (7) выбраны или назначены.

С другой стороны, если пространство R^* фиксировано, то в каждой его точке при помощи инерциальной навигации можно для разных наблюдателей найти соотношения (7) и соответствующие семейства K и K' и отвечающие им компоненты вектора ускорения для одного и того же вектора g .

В частности, если метрика для семейства $\xi^\alpha = \xi_0^\alpha = \text{const}$ в сопутствующей системе координат имеет вид

$$12) \quad ds^2 = d\tau^2 + 2g_{\alpha 4}(\xi^\beta) d\xi^\alpha d\tau + g_{\alpha\gamma}(\xi^\beta, \tau) d\xi^\alpha d\xi^\gamma$$

где τ — собственное время, то в каждой точке таких пространств найдем, что $a = g = 0$. Получатся варианты метрики, отвечающие общей теории относительности, т. е. наличие поля g заменяется кривизной пространства, в котором все мировые линии пробных частиц геодезические.

Так как при любых преобразованиях координат в фиксированном пространстве всегда геодезические переходят в геодезические, то очевидно, что общие формы метрик (1) и (12) инвариантны.

Заметим еще, что для любого заданного псевдориманова пространства в сопутствующей системе координат (1) всегда легко вычислить вектор a_{abs} и тем самым на основании (5) получить поле для вектора g , если это поле известно в некотором заданном пространстве, например в СТО.

Очевидно, что только из условий о невесомости (5) и об отсутствии внешних сил негравитационной природы в свободном движении, представляемом уравнением (5), фактически нельзя установить однозначным

образом метрику (1), что связано с необходимостью выбора модели релятивистского пространства — времени, а также и поля ускорений для сил тяжести g . В связи с этим можно ставить задачи о выборе дополнительных условий для установления модельных метрик среды псевдоримановых четырехмерных пространств.

В частности, легко указать обширный класс псевдоримановых пространств, в которых движения пылевой материи могут происходить только при условиях $a_{\text{abs}} = g = 0$, фигурирующих в общей теории относительности.

Для выбора конкретных модельных пространств кроме задания гравитационного поля ускорений $g \neq 0$ или $a_{\text{abs}} \neq 0$, обоснованного опытом, требуется еще опереться на ряд добавочных постулатов, связанных с привлечением физически оправданных функционалов и вариационных методов для получения соответствующих уравнений (это могут быть уравнения типа Гильберта — Эйнштейна; в зависимости от разных конкретных задач в результате их решений соответствующие пространства Римана будут получаться в широких диапазонах разными).

Такое положение сильно осложняет теорию. Очевидно, что модельная теория тяготения по Ньютону в фиксированном пространстве проста и описывает явление гравитации с очень высокой точностью. В связи с этим идею А. А. Логунова построить аналогичную механическую теорию в СТО следует признать естественным стремлением. Изложенные выше теоретические результаты проясняют физическую сущность гравитации и пути конструирования новых моделей с учетом релятивистских эффектов, если помнить, что в физике все математические модели допускают углубления и усовершенствования и в ОТО к этому имеются определенные поводы.

Вместе с этим однозначность решений о движениях пыли при наличии соответствующих уравнений в ОТО в современной практике может достигаться, строго говоря, только в частных примерах и только при дополнительных обязательных частных допущениях. Стандартизирование постановок задач в ОТО для уравнений с частными производными при помощи условий типа начальных или краевых еще не внедрено в приложениях [8, 9].

Автор благодарит А. В. Жукова, помогавшего при редактировании статьи.

ЛИТЕРАТУРА

1. Ткачев Л. И. Система инерциальной ориентировки. Ч. 1. М.: МЭИ. 1973. 213 с.
2. Дрейпер Ч. С., Ригли У. Автономные системы инерциальной навигации // Наука и человечество. М.: Знание. 1976. С. 262—275.
3. Седов Л. И. Об уравнении инерциальной навигации с учетом релятивистских эффектов // Докл. АН СССР (ДАН СССР). 1976. Т. 231. № 6. С. 1311—1314.
4. Sedov L. I. Inertial navigation equations based on relativistic effects // Acta Astronaut. 1977. V. 4. No. 3/4. P. 231—235.
5. Седов Л. И. О глобальном времени в общей теории относительности // Докл. АН СССР (ДАН СССР). 1983. Т. 272. № 1. С. 44—48.
6. Sedov L. I. On the global time in general relativity // Rend. Sem. Mat., Univ. Politech. Torino. 1984. V. 42. No. 2. P. 39—46.
7. Gerber M. A. Gravity gradiometry // Astronaut. and aeronaut. 1978. V. 16. No. 5. P. 18—26.
8. Седов Л. И. О динамических свойствах гравитационных полей // ПММ. 1983. Т. 47. Вып. 2. С. 180—199.
9. On dynamic properties of gravitational fields // General Relativity and Gravitation. 1985. V. 17. No. 7. P. 695—717.

Москва

Поступила в редакцию
2.VI.1987