

УДК 539.3:534

## ДАВЛЕНИЕ НА СФЕРЕ С АМОРТИЗИРУЮЩИМ ПОКРЫТИЕМ ПРИ ПАДЕНИИ НА НЕЕ ПЛОСКОЙ АКУСТИЧЕСКОЙ ВОЛНЫ

Пекуровский Л. Е., Поручиков В. Б., Созоненко Ю. А.

В задаче о взаимодействии акустической волны с жесткой сферой, покрытой тонким сжимаемым слоем [1], определяется нестационарное распределение давления на сфере. Используется метод численного обращения интегрального преобразования Лапласа и асимптотические формулы, справедливые в случае достаточно мягких амортизирующих покрытий. Показано, что поведение давления на сфере с амортизирующим покрытием и на жесткой сфере качественно различаются. В полученной зависимости давления от времени обнаружены идущие одна за другой серии колебаний, не наблюдающиеся на жесткой сфере [2, 3]; подъем давления, соответствующий моменту взаимодействия волн, обогнувших сферу («пятно Пуассона» [4]), сдвинут по времени и в некоторых случаях превосходит удвоенную амплитуду падающей волны.

**1. Постановка задачи. Изображение давления по Лапласу.** Пусть в момент времени  $t = 0$  плоская акустическая волна давления  $p_i$ , распространявшаяся до этого по однородной покоящейся жидкости с начальным давлением  $p_0$ , плотностью  $\rho_0$  и скоростью звука  $c_0$ , достигает жесткой неподвижной сферы радиуса  $a$ , покрытой тонким амортизирующим слоем начальной толщины  $h_0$ , причем  $h_0 \ll a$ . Начало сферической системы координат  $r, \psi, \varphi$  совпадает с центром сферы, фронт падающей волны перпендикулярен оси  $z$  ( $z = r \cos \varphi$ ) и движется в ее отрицательном направлении. Для простоты падающая волна рассматривается в форме ступеньки с перепадом давлений  $p_m$

$$(1.1) \quad p_i = p_m \eta \left( t + \frac{z - a}{c_0} \right) + p_0, \quad \eta(t) = \begin{cases} 0, & t \leq 0 \\ 1, & t > 0 \end{cases}$$

Введем безразмерные возмущения давления  $\bar{p}$  и  $\bar{p}_i$ , время  $\bar{t}$  и координату  $\bar{r}$  по формулам

$$\bar{p} = \frac{p - p_0}{p_m}, \quad \bar{p}_i = \frac{p_i - p_0}{p_m}, \quad \bar{t} = \frac{c_0 t}{a}, \quad \bar{r} = \frac{r}{a}$$

в которых  $p, p_i, t, r$  — соответствующие им размерные величины.

Ниже черта над безразмерными величинами опущена.

Для величины возмущения  $p_s$ , вносимого сферой в поле давления падающей волны, справедливы следующие соотношения [1]:

$$(1.2) \quad \begin{aligned} p_s &= p - p_i, \quad p_i = \eta (r \cos \varphi - 1 + t) \\ \frac{\partial^2 p_s}{\partial r^2} + \frac{2}{r} \frac{\partial p_s}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 p_s}{\partial \varphi^2} + \frac{\operatorname{ctg} \varphi}{r^2} \frac{\partial p_s}{\partial \varphi} &= \frac{\partial^2 p_s}{\partial t^2}, \quad t > 0, \quad r > 1 \\ p_s &= 0, \quad t \leq 0 \\ \frac{\partial^2 (p_s + p_i)}{\partial t^2} &= \frac{1}{\gamma} \frac{\partial (p_s + p_i)}{\partial r}, \quad r = 1 \quad \left( \gamma = \frac{\rho_0 c_0^2}{\rho_* c_*^2} \frac{h_0}{a} \right) \end{aligned}$$

Последнее граничное условие в (1.2), которое моделирует наличие амортизирующего покрытия, соответствует предположению о линейной зависимости толщины слоя от давления, которое считается постоянным поперек слоя. В силу линейности задачи оно снесено на сферу  $r = 1$ . Кроме того, для простоты пренебрегается возможностью течений в слое вдоль

поверхности тела (как показано в [1], это можно делать, если скорость звука в жидкости намного больше скорости звука в сжимаемом слое). Параметр  $\gamma$  характеризует мягкость амортизатора ( $\rho_*$ ,  $c_*$  — соответственно плотность и скорость звука в амортизирующем слое), а именно: если  $\gamma \rightarrow \infty$ , то последнее граничное условие в (1.2) переходит в условие  $p = \text{const}$  (условие на абсолютно мягком теле с заданным давлением на границе), если  $\gamma \rightarrow 0$ , то оно переходит в условие  $\partial p / \partial r = 0$  на абсолютно жесткой сфере.

Применяя к системе (1.2) интегральное преобразование Лапласа по времени и решая полученную краевую задачу, находим

$$p^*(s, r, \varphi) = \int_{-\infty}^{\infty} p(t, r, \varphi) e^{-st} dt = \\ = \frac{e^{-s}}{s} \sqrt{\frac{2\pi}{sr}} \sum_{n=0}^{\infty} \left(n + \frac{1}{2}\right) C_n(s, r) P_n(\cos \varphi) \\ C_n(s, r) = I_{n+1/2}(sr) - \frac{2sI'_{n+1/2}(s) - (1 + 2\gamma s^2)I_{n+1/2}(s)}{2sK'_{n+1/2}(s) - (1 + 2\gamma s^2)K_{n+1/2}(s)} K_{n+1/2}(sr)$$

( $\text{Re } s > 0$ , так как  $p_i = p_s \equiv 0$  при  $t < 1 - r \cos \varphi$ ).

Здесь  $I_{n+1/2}(s)$ ,  $K_{n+1/2}(s)$  — модифицированные функции Бесселя соответственно первого и третьего рода,  $P_n(x)$  — полином Лежандра.

Положив  $r = 1$ , находим граничное значение величины  $p^*$  на сфере [1]

$$(1.3) \quad p^*(s, 1, \varphi) = \frac{e^{-s}}{s} \sqrt{\frac{2\pi}{s}} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(2n+1)P_n(\cos \varphi)}{(1 + 2\gamma s^2)K_{n+1/2}(s) - 2sK'_{n+1/2}(s)}$$

Пользуясь известными формулами для функций Бесселя [5], выражение (1.3) можно переписать короче:

$$(1.4) \quad p^* = \frac{1}{s} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(2n+1)P_n(\cos \varphi)}{(\gamma s^2 - n)R(n + 1/2, s) + sR(n + 3/2, s)} \\ R\left(n + \frac{1}{2}, s\right) = \sum_{k=0}^{\infty} \frac{(n+k)!}{k!(n-k)!} \frac{1}{(2s)^k}$$

Переход к оригиналу по изображению (1.4) в точном виде не представляется возможным. Поэтому для исследования давления на сфере в п. 3 предлагается метод численного обращения преобразования Лапласа. Однако имеет смысл предварительно рассмотреть некоторые приближенные подходы, позволяющие получить достаточно простые формулы для давления, удобные для качественного анализа.

**2. Приближенные формулы для давления.** Рассмотрим асимптотическое разложение решения (1.3) для очень мягких амортизирующих покрытий, когда  $\gamma \rightarrow \infty$ . Оригинал выражения (1.3) представим в виде

$$(2.1) \quad p(t, 1, \varphi) = \sum_{n=0}^{\infty} T_n(t) P_n(\cos \varphi)$$

$$(2.2) \quad T_n(t) = \frac{1}{2\pi i} \int_{b-i\infty}^{b+i\infty} T_n^*(s) e^{st} ds, \quad T_n^*(s) = \frac{(n + 1/2)\sqrt{2\pi}}{e^s A_n(s)} \quad (b > 0)$$

$$(2.3) \quad A_n(s) = \gamma s^3 \sqrt{s} K_{n+1/2}(s) \kappa(s), \quad \kappa(s) = 1 - \frac{(K_{n+1/2}(s)/\sqrt{s})'}{\gamma K_{n+1/2}(s) \sqrt{s}}$$

Основываясь на свойствах функции  $K_{n+1/2}(s)$ , можно показать, что

1) подынтегральное выражение в (2.2) — аналитическая функция в области  $\operatorname{Re} s > 0$ , а в остальной части плоскости  $s$  не имеет особых точек, кроме полюсов;

2) функция  $T_0^*(s)$  имеет три полюса, один из которых лежит в точке  $s = 0$ , а два других — в области  $\operatorname{Re} s < 0$ , причем последние стремятся к  $s = 0$  при  $\gamma \rightarrow \infty$ , как  $1/\sqrt{\gamma}$ ;

3) при  $n \geq 1$  функция  $T_n^*(s)$  имеет  $n + 2$  полюсов и все они расположены в области  $\operatorname{Re} s < 0$ ;

4) в зависимости от величины  $\gamma$  ( $0 \leq \gamma < \infty$ ) полюсы функции  $T_n^*(s)$  ( $n \geq 0$ ) могут быть как действительными, так и комплексными (но при этом обязательно попарно сопряженными);

5)  $n$  полюсов функции  $T_n^*(s)$  при  $\gamma \rightarrow \infty$  стремятся к нулям функции  $K_{n+1/2}(s)$  ( $n \geq 1$ ), а два оставшихся полюса — к значению  $s = 0$ , как  $\sqrt{(n+1)/\gamma}$ .

Поскольку нули функции  $K_{n+1/2}(s)$  ( $n \geq 1$ ) расположены на конечном расстоянии от мнимой оси (можно показать, что это расстояние ограничено снизу равномерно по  $n$ , т. е.  $\operatorname{Re} s_m \leq -1$ , где  $s_m$  пробегает все нули всех функций  $K_{n+1/2}(s)$ ,  $n \geq 1$ ), то при  $t$ , не очень близких к нулю ( $t \geq t_0$ ), их вклад в составляющую давления  $T_n(t)$  имеет порядок  $e^{-\alpha t}$ ,  $\alpha \geq 1$ . Следовательно, если деформировать контур интегрирования по  $s$  в формуле (2.2) в левую полуплоскость, то основной вклад в  $T_n(t)$  при больших  $\gamma$  и  $t \geq t_0$  будут давать вычеты в оставшихся двух полюсах, расположенных около точки  $s = 0$ , а также вычет в точке  $s = 0$  при  $n = 0$ .

В случае  $n = 0$  указанные в п. 2 три полюса функции  $A_n(s)$  при больших значениях  $\gamma$  имеют вид

$$s_{1,2}^{(0)} = -\frac{1}{2\gamma} \pm \frac{i}{\sqrt{\gamma}} \left(1 - \frac{1}{8\gamma}\right) + O(\gamma^{-5/2}), \quad s_3^{(0)} = 0$$

и, следовательно

$$(2.4) \quad T_0(t) = 1 - \exp\left(-\frac{t}{2\gamma}\right) \left[ \cos \frac{t}{\sqrt{\gamma}} + \frac{1}{2\sqrt{\gamma}} \sin \frac{t}{\sqrt{\gamma}} + O\left(\frac{1}{\gamma^{3/2}}\right) \right]$$

где оценка равномерна по  $t$  ( $0 \leq t < \infty$ ).

Если  $n \geq 1$ , то, поскольку функция  $\sqrt{s}K_{n+1/2}(s)$  не имеет нулей в окрестности  $s = 0$ , пара комплексно-сопряженных корней функции  $A_n(s)$  при  $\gamma \rightarrow \infty$ , расположенных в окрестности  $s = 0$ , определяется из уравнения

$$(2.5) \quad \kappa(s) = 0$$

Для решения этого уравнения воспользуемся следующей асимптотической при  $s \rightarrow 0$  цилиндрических функций [5]:

$$(2.6) \quad K_\nu(s) = \frac{\Gamma(\nu)}{2} \left(\frac{2}{s}\right)^\nu \left[1 + \left(\frac{s}{2}\right)^2 \frac{1}{1-\nu}\right] + O(s^{4-\nu}) + O(s^\nu), \quad \nu > 1$$

Подставляя (2.6) в уравнение (2.5), можно найти выражения искомым корней функции  $A_n(s)$  при  $n \geq 1$ ,  $\gamma \rightarrow \infty$

$$(2.7) \quad s_{1,2}^{(n)} = \frac{-\pi(n+1)^n}{2^{2n+1}\Gamma^2(n+1/2)\gamma^{n+1}} \left[1 + O\left(\frac{1}{\gamma}\right)\right] \pm \pm \sqrt{\frac{n+1}{\gamma}} i \left[1 - \frac{1}{2\gamma(2n-1)} + O\left(\frac{1}{\gamma^2}\right)\right]$$

Оставшиеся  $n$  полюсов при  $\gamma \rightarrow \infty$ , как уже говорилось выше, стремятся к нулям функции  $K_{n+1/2}(s)$ . В результате, пользуясь формулой (2.2),

при помощи теоремы о вычетах находим

$$(2.8) \quad T_1(t) = \frac{3}{\gamma} e^{-t} + 3 \exp\left(-\frac{t}{\gamma^2}\right) \left[ \frac{1}{\sqrt{2\gamma}} \sin \sqrt{\frac{2}{\gamma}} t - \frac{1}{\gamma} \cos \sqrt{\frac{2}{\gamma}} t + O\left(\frac{1}{\gamma^{3/2}}\right) \right]$$

$$T_2(t) = -\frac{5}{3\gamma} \exp\left(-\frac{3}{2} t\right) \left( \cos \frac{\sqrt{3}}{2} t + \sqrt{3} \sin \frac{\sqrt{3}}{2} t \right) + \frac{5}{3\gamma} \exp\left(-\frac{t}{2\gamma^3}\right) \left[ \cos \sqrt{\frac{3}{\gamma}} t + O\left(\frac{1}{\gamma^{3/2}}\right) \right]$$

$$(2.9) \quad T_n(t) = \exp\left[ -\frac{\pi(n+1)^2}{2^{2n+2}\Gamma^2(n+1/2)} \frac{t}{\gamma^{n+1}} \right] O\left(\frac{1}{\gamma^{n/2}}\right) + O\left(\frac{e^{-\alpha t}}{\gamma}\right)$$

$$n \geq 3, \quad \alpha > 3/2$$

В выражения (2.8) включены вычеты от нулей соответственно функций  $K_{3/2}(s)$  и  $K_{5/2}(s)$ , чтобы выполнялись соотношения  $T_1(0) = T_2(0) = 0$ . Оценка в  $T_1(t)$  и  $T_2(t)$  выполняется равномерно по  $t$  при  $0 \leq t < \infty$ .

Итак, получается следующее асимптотическое выражение для давления на сфере, пригодное для  $\gamma \gg 1$  и  $t \geq t_0$ :

$$(2.10) \quad p(t, 1, \varphi) = T_0(t) + T_1(t) \cos \varphi + T_2(t) (3 \cos^2 \varphi - 1)/2 + O(\gamma^{-3/2}) + O(e^{-\alpha t} \gamma^{-1}), \quad \alpha > 3/2$$

где  $T_n(t)$  ( $n = 0, 1, 2$ ) даются формулами (2.4), (2.8).

Помимо формулы (2.10) может быть предложена и другая приближенная формула [1], полученная при помощи поршневой теории и описывающая поведение давления в лобовой части сферы в течение некоторого промежутка времени с момента начала дифракции падающей волны

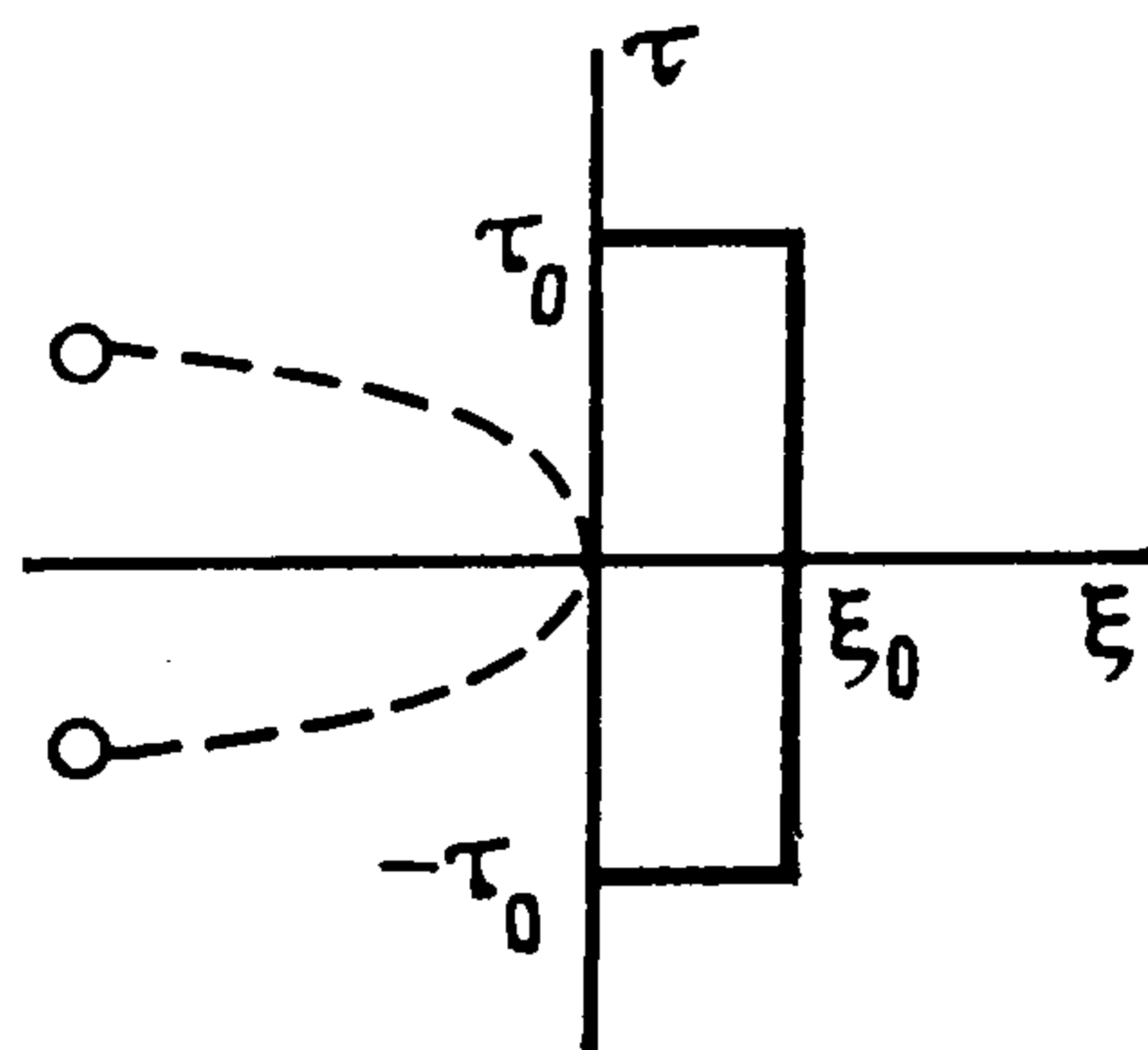
$$(2.11) \quad p(t, 1, \varphi) = \left[ 1 - \exp(-t_1) \left( \operatorname{ch} \beta t_1 - \frac{1 + 2 \cos \varphi}{\beta} \operatorname{sh} \beta t_1 \right) \right] \eta(t_1)$$

$$t_1 = \frac{t - 1 + \cos \varphi}{2\gamma}, \quad \beta = \begin{cases} \sqrt{1 - 4\gamma}, & \gamma \leq 1/4 \\ i \sqrt{4\gamma - 1}, & \gamma > 1/4 \end{cases}$$

**3. Численное обращение преобразования Лапласа.** Использованный здесь метод основан на непосредственном вычислении интеграла обращения

$$(3.1) \quad p(t, 1, \varphi) = \frac{1}{2\pi i} \int_{\xi_0 - i\infty}^{\xi_0 + i\infty} p^*(s, 1, \varphi) e^{st} ds, \quad \xi_0 > 0$$

где  $p^*(s, 1, \varphi)$  дается формулой (1.4).



Фиг. 1

Все полюсы функции  $p^*(s, 1, \varphi)$  расположены в левой полуплоскости  $\xi < 0$  плоскости  $s$  (за исключением одного, в точке  $s = 0$ ), причем часть из них, будучи комплексно-сопряженными, с ростом параметра  $\gamma$  приближаются к оси  $\xi = 0$  по траекториям, качественно изображенным на фиг. 1 штриховыми линиями. Чтобы метод расчета был пригоден для любого значения  $\gamma$ , контур интегрирования выбирается

в виде ломаной (сплошная линия на фиг. 1)

$$(3.2) \quad s = \begin{cases} \xi_0 + i\tau, & -\tau_0 \leq \tau \leq \tau_0 \\ \xi \pm i\tau_0, & 0 \leq \xi \leq \xi_0 \\ \pm i\tau, & -\tau_0 \leq \tau, \tau \geq \tau_0 \end{cases}$$

Параметры  $\xi_0$  и  $\tau_0$  произвольны, они подбираются из соображений сокращения времени и повышения точности расчетов.

Учитывая форму (3.2) выбранного контура интегрирования, формулу (3.1) можно переписать иначе:

$$p(t, 1, \varphi) = I_1 - I_2 + I_3$$

$$I_1 = \frac{e^{\xi_0 t}}{\pi} \int_0^{\tau_0} \operatorname{Re} [p^*(\xi_0 + i\tau, 1, \varphi) e^{i\tau} d\tau$$

$$I_2 = \frac{1}{\pi} \int_0^{\xi_0} |p^*(\xi + i\tau_0, 1, \varphi)| e^{\xi t} \sin[\theta(\xi + i\tau_0) + i\tau_0] d\xi$$

$$I_3 = \frac{1}{\pi} \int_{\tau_0}^{\infty} \operatorname{Re} [p^*(i\tau, 1, \varphi) e^{i\tau} d\tau$$

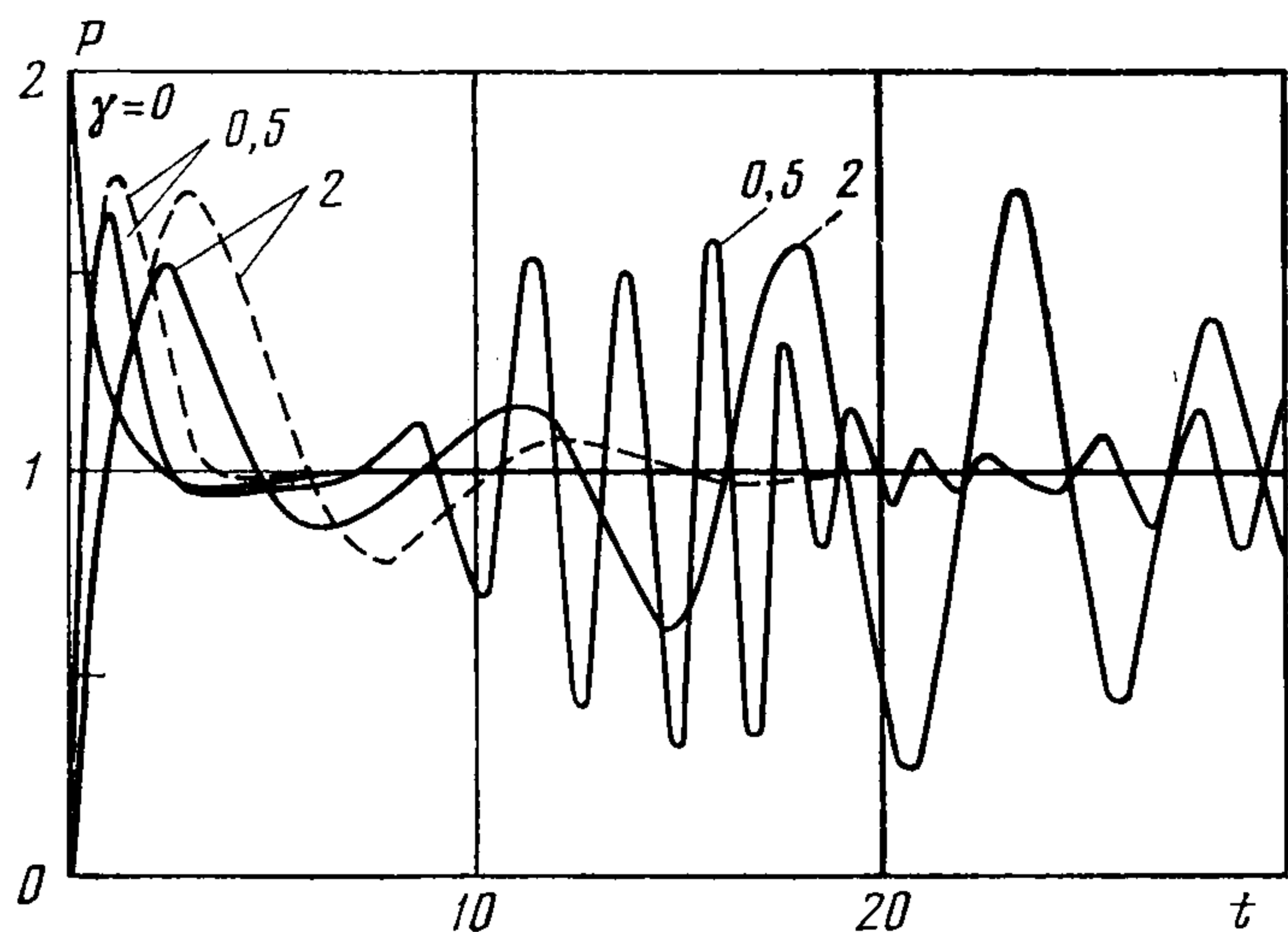
где  $\theta(\xi + i\tau)$  — аргумент функции  $p^*(\xi + i\tau, 1, \varphi)$ . Здесь использовано свойство комплексной самосопряженности  $p^*$  как функции  $s$ , которое следует из формул (1.4).

Подынтегральные функции в  $I_1, I_3$ , будучи суммами рядов, могут вычисляться сравнительно долго и, кроме того, осциллировать. Поэтому для вычисления  $I_1$  и  $I_3$  создана специальная адаптивная (т. е. автоматически определяющая величины подынтервалов так, чтобы полученный результат удовлетворял предписанной точности) подпрограмма, основанная на квадратурной формуле Филона [5]. Она построена по аналогии с известной подпрограммой QUANC 8 [6] вычисления интегралов с помощью квадратурной формулы Ньютона — Котеса, в которой интерполяционный полином имел восьмую степень. Подпрограмма QUANC 8 в данной работе использована для вычисления интеграла  $I_2$ .

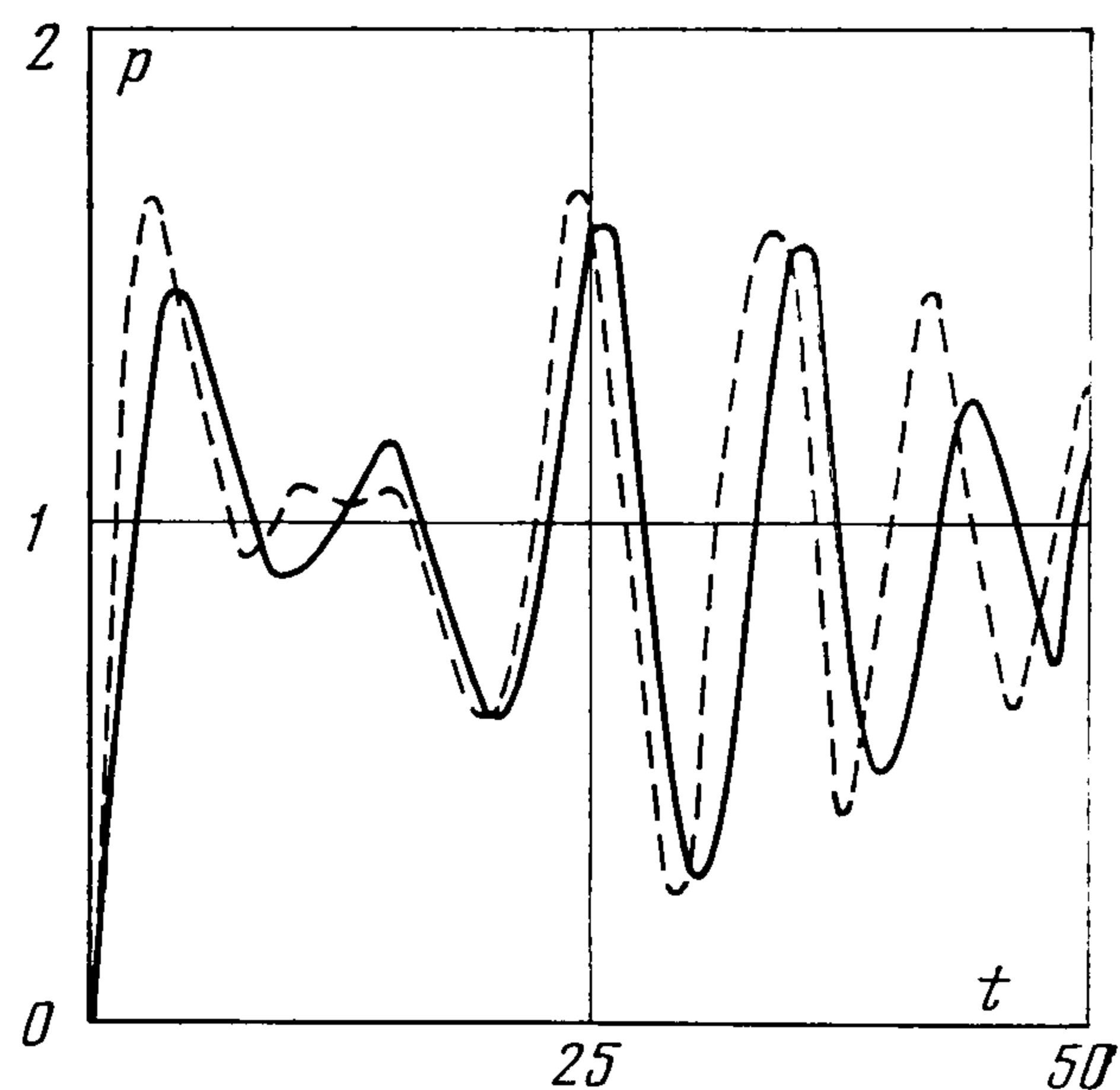
**4. Давление на сфере.** Зависимость давления от времени в лобовой точке сферы, покрытой амортизирующим слоем, показана на фиг. 2 сплошными линиями при разных значениях  $\gamma$ . Давление для жесткой сферы, когда  $\gamma = 0$ , вначале убывает от значения  $p = 2$  в отличие от случаев  $\gamma \neq 0$ , где аналогичное убывание наблюдается лишь после того, как давление достигает локального максимума, перед которым оно возрастает от нулевого значения. Интересно появление заметных осцилляций давления при достаточно больших значениях времени, причем максимальное значение в них, как правило, превышает первоначальный максимум в начальный период.

Зависимость давления от времени в лобовой точке абсолютно жесткой сферы ( $\gamma = 0$ ) ранее была получена путем конечно-разностной аппроксимации волнового уравнения, она приведена на рис. 30 книги [7] только до момента времени  $t = 5$ , при этом давление еще заметно меньше своего предельного при  $t \rightarrow \infty$  значения, равного единице. Как видно из фиг. 2, это значение практически устанавливается, притом довольно резко, вскоре после момента времени  $t = 1 + 3\pi/2$ , когда фронт дифрагирующей волны, обойдя всю сферу, возвращается в лобовую точку.

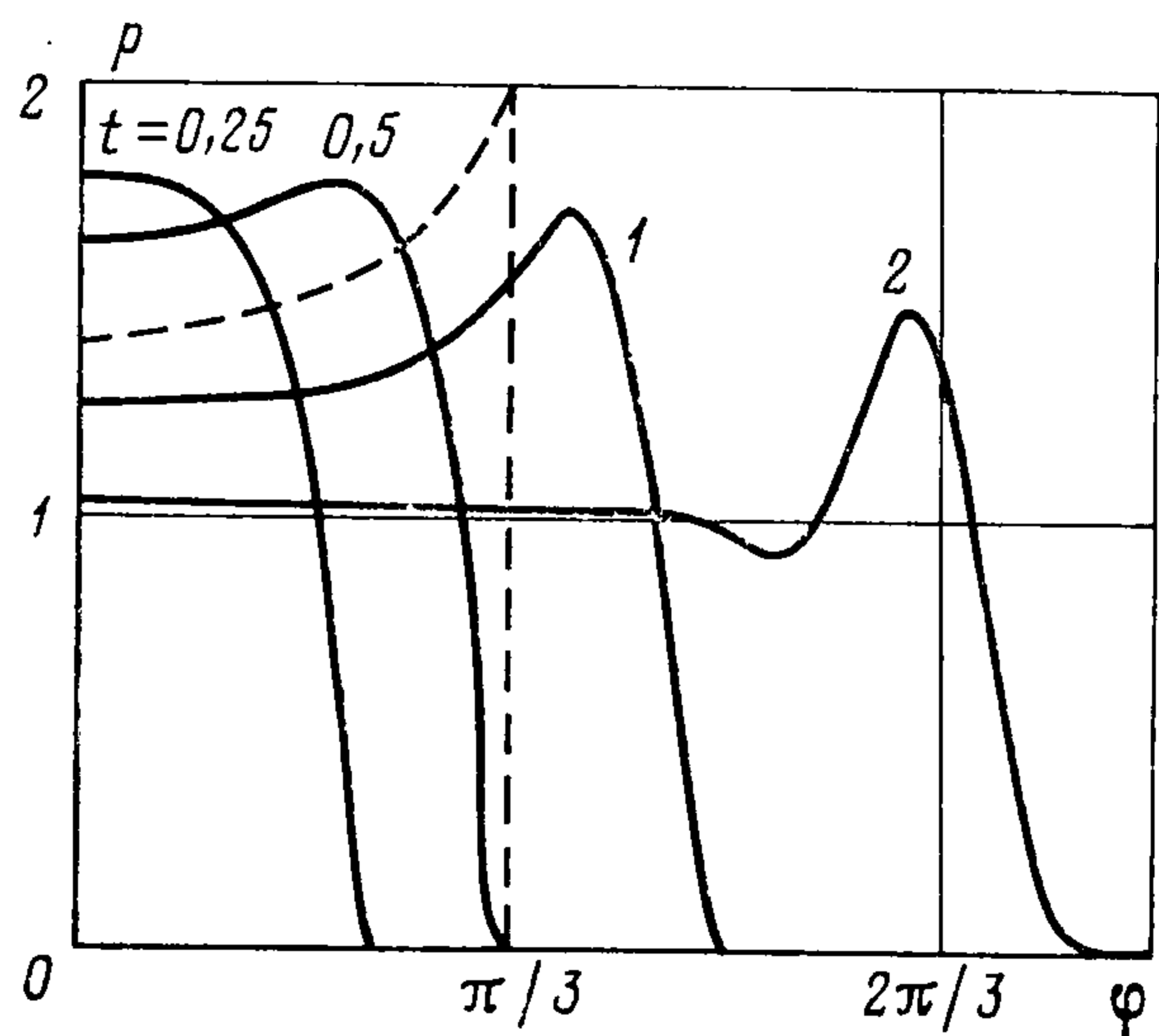
Штриховыми линиями на фиг. 2 показаны кривые, соответствующие приближенной формуле (2.11). Сравнение их со сплошными линиями показывает, что поршневая теория, на основе которой получена формула (2.11), будучи достаточно точна для начального промежутка времени, по прошествии его продолжает еще некоторое время качественно правильно описывать поведение давления, однако, возникновение затем значительных осцилляций давления уже не может быть предсказано на ее основе. Тем не менее следует заметить, что сам факт осцилляций следует из формулы (2.11), однако экспоненциальный множитель приводит к монотонному уменьшению амплитуды колебаний.



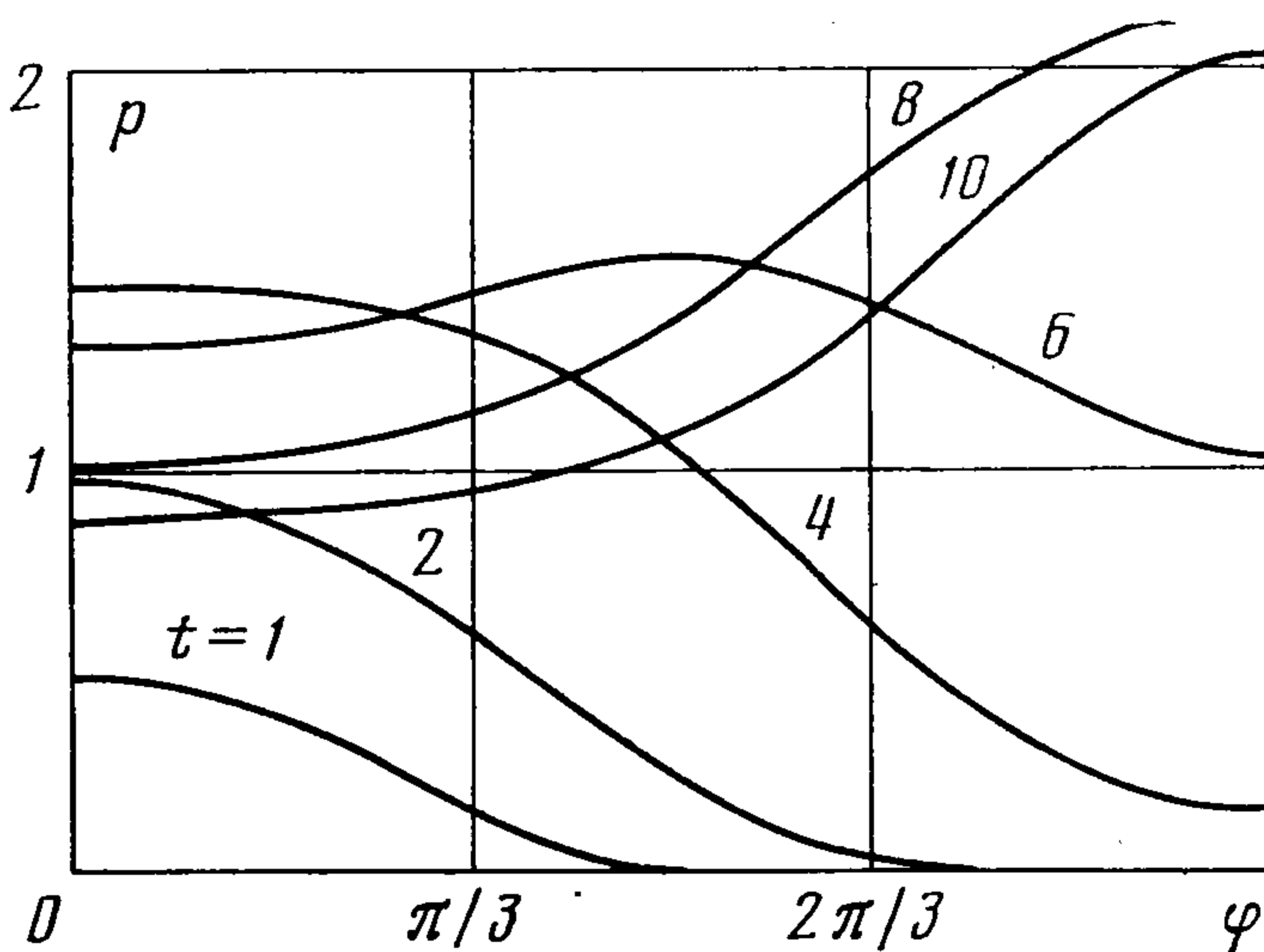
Фиг. 2



Фиг. 3



Фиг. 4



Фиг. 5

Сравнение расчетов при помощи численного интегрирования (сплошная линия) с расчетами по асимптотической формуле (2.10) (штриховая линия) проведено на фиг. 3 для случая  $\gamma = 5$  ( $\varphi = 0$ ). Уже при таком, сравнительно небольшом, значении  $\gamma$  асимптотическая формула оказывается пригодной для описания зависимости давления от времени, а при  $\gamma = 50$  расчет и асимптотика, сравнение которых здесь для краткости не приводится (см. [8]), практически неразличимы.

Три слагаемых в формуле (2.10) позволяют выделить три стадии в зависимости давления от времени: первую, продолжительностью порядка  $2\gamma$ , во время которой происходят колебания с амплитудой порядка  $1/(2\sqrt{\gamma})$  и с частотой  $\sim \sqrt{1/\gamma}$ , вторую, продолжительностью порядка  $\gamma^2$ , во время которой колебания имеют амплитуду порядка  $3/\sqrt{2\gamma}$  и частоту  $\sim \sqrt{2/\gamma}$ , и третью, самой большой продолжительности — порядка  $2\gamma^3$ , но меньшей амплитуды — порядка  $5/(3\gamma)$  и большей частоты — порядка  $\sqrt{3/\gamma}$ . Эти стадии будут продолжаться дальше и, если им присвоить номер  $n$ , продолжительность их будет расти как  $\gamma^n$ , амплитуда колебаний убывать как  $\gamma^{-(n-1)/2}$ , а частота расти как  $\sqrt{n/\gamma}$ . Указанные качественные особенности зависимости давления от времени подтверждаются результатами расчетов, в частности приведенных на фиг. 3.

Эволюция распределения давления на сфере в зависимости от угла  $\varphi$  показана на фиг. 4 при  $\gamma = 0, 1$  и разных значениях моментов времени  $t$ . Для сравнения здесь же приведена кривая (штриховая), соответствующая жесткой сфере ( $\gamma = 0$ ), для момента времени  $t = 0, 5$ . Видно, что распределения давлений вблизи фронта дифрагирующей волны качественно различаются.

На фиг. 5 изображена серия кривых распределения давления на сфере для более мягкого амортизирующего покрытия ( $\gamma = 5$ ) для разных моментов времени  $t$ . Подъем давления в точке  $\varphi = \pi$ , вызванный взаимодействием волн, обогнувших сферу, может оказаться значительным и в некоторых случаях превосходящим удвоенную амплитуду падающей волны.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Пекуровский Л. Е., Поручиков В. Б., Созоненко Ю. А. Взаимодействие акустических волн с телами, покрытыми тонким сжимаемым слоем // ПММ. 1983. Т. 47. Вып. 5. С. 823—831.
2. Гузь А. Н., Кубенко В. Д. Теория нестационарной аэроупругости оболочек // Методы расчета оболочек. Т. 5. Киев: Наук. думка, 1982. 400 с.
3. Григолюк Э. И., Горшков А. Г. Нестационарная гидроупругость оболочек. Л.: Судостроение. 1974. 208 с.
4. Hönl H., Maue A. W., Westpfahl K. Theorie der Beugung. Handbuch der Physik. В. 25/1. Springer. В.: 1961. 218 S. = М.: Мир, 1964. 428 с.
5. Handbook of mathematical functions with formulas, graphs, and mathematical tables / Ed. by M. Abramowitz and A. Stigun. Wash.: Nat. bureau of standards 1964. 1046 p. = М.: Наука. 1979. 830 с.
6. Forsythe G. E., Malcolm M. A., Moler C. B. Computer methods for mathematical computations. Englewood: Cliffs. 1977. 259 p. = М.: Мир. 1980. 279 с.
7. Слепян Л. И. Нестационарные упругие волны. М.: Судостроение. 1972. 374 с.
8. Дифракция акустических волн на телах с амортизирующим покрытием / Под ред. Ю. А. Созоненко. М.: Изд-во МГУ. 1985. 57 с.

Москва

Поступила в редакцию  
27.II.1987