

боре зависимости θ от поля; однако, согласно [17, 18], соотношение для μ_e в [8] плохо соответствует опыту (используемые в [8] концентрации частиц для получения правильных значений μ_e в области насыщения не соответствуют реальным концентрациям).

ЛИТЕРАТУРА

1. *Neuringer J. L., Rosensweig R. E.* Ferrohydrodynamics // *Phys. Fluids*. 1964. V. 7. No. 12. P. 1927—1937.
2. *Седов Л. И.* О пондеромоторных силах взаимодействия электромагнитного поля и ускоренно движущегося материального континуума с учетом конечности деформаций // *ПММ*. 1965. Т. 29. Вып. 1. С. 4—17.
3. *Желнорович В. А.* Модели материальных сплошных сред, обладающих внутренним электромагнитным и механическим моментами. М.: Изд-во МГУ. 1980. 174 с.
4. *Желнорович В. А.* О ньютоновских уравнениях для жидкостей с внутренним магнитным и механическим моментами // *Изв. АН СССР. МЖГ*. 1974. № 6. С. 155—158.
5. *Желнорович В. А.* О моделях намагничивающихся и поляризующихся сред с микроструктурой // *Докл. АН СССР (ДАН СССР)*. 1979. Т. 249. № 2. С. 333—337.
6. *Maugin G. A.* A phenomenological theory of ferroliquids // *Int. J. Eng. Sci.* 1978. V. 16. No. 12. P. 1029—1044.
7. *Суязов В. М.* О несимметрической модели вязкой электромагнитной жидкости // *ПМТФ*. 1970. № 2. С. 12—20.
8. *Шлиомис М. И.* Эффективная вязкость магнитных суспензий // *Журн. эксперим. и теорет. физики (ЖЭТФ)*. 1971. Т. 61. Вып. 6. С. 2411—2418.
9. *Кашевский Б. Э.* О моделях магнитной релаксации в феррогидродинамике // *Магнитн. гидродинамика*. 1978. № 5. С. 14—20.
10. *Гогосов В. В., Налетова В. А., Шапошникова Г. А.* Гидродинамика намагничивающихся жидкостей // *Итоги науки и техники: Механика жидкости и газа*. Т. 16. М.: ВИНТИ. 1981. С. 76—208.
11. *Желнорович В. А.* Течение Куэтта и течение Пуазейля вязкой намагничивающейся жидкости // *Докл. АН СССР (ДАН СССР)*. 1978. Т. 238. № 2. С. 289—292.
12. *Батяев И. М., Козлова А. Н.* Ферромагнитный резонанс в коллоидальной суспензии кобальта / *Физические свойства и гидродинамика дисперсных ферромагнетиков*. Свердловск: Изд-е УНЦ АН СССР. 1977. С. 58—61.
13. *Цеберс А. О.* Вязкость мелкодисперсной суспензии частиц кубической кристаллической симметрии в магнитном поле // *Магнитн. гидродинамика*. 1973. № 3. С. 33—40.
14. *Шлиомис М. И.* Магнитные жидкости // *Успехи физ. наук (УФН)*. 1974. Т. 112. № 3. С. 427—458.
15. *Седов Л. И.* Математические методы построения новых моделей сплошных сред // *Успехи мат. наук (УМН)*. 1965. Т. 20. Вып. 5. С. 121—180.
16. *McTague J. P.* Magnetoviscosity of magnetic colloids // *J. Chem. Phys.* 1969. V. 51. No. 1. P. 133—136.
17. *Мозговой Е. Н., Блум Э. Я., Цеберс А. О.* Течение ферромагнитной жидкости в магнитном поле // *Магнитн. гидродинамика*. 1973. № 1. С. 61—67.
18. *Майоров М. М.* Измерение вязкости феррожидкости в магнитном поле // *Магнитн. гидродинамика*. 1980. № 4. С. 11—18.

Москва

Поступила в редакцию
1.II.1983

УДК 533:538

О СТАТЬЕ В. А. ЖЕЛНОРОВИЧА «О МАТЕМАТИЧЕСКИХ МОДЕЛЯХ МАГНИТНЫХ ЖИДКОСТЕЙ»

Гогосов В. В.

Работа В. А. Желноровича [1] состоит из двух частей. В первой части предлагаются уравнения для описания магнитных жидкостей (МЖ), которые не принципиально отличаются от известных уравнений [2—4]. Система линеаризуется и ищется решение о распространении монохроматических волн. Во второй части работы (п. 5) делается попытка ответить на критику, содержащуюся в обзоре [4] и работе [3], статьи В. А. Желноровича [5]. Далее, в п. 5 выписывается еще одна модель МЖ, отличающаяся от предлагаемой в п. 1 [1], с использованием которой решаются задачи Куэтта и Пуазейля. При этом в [1] не только повторяются ошибки, о которых уже говорилось в печати [3, 4], но и делаются новые, обсуждению которых и посвящена эта статья.

Интерес к описанию поведения намагничивающихся жидких сред в магнитных полях связан в первую очередь с созданием и практическим применением МЖ, представляющих собой коллоидный раствор мелких ферромагнитных частиц.

Проще всего, казалось бы, описывать поведение МЖ обычными уравнениями гидродинамики с добавлением силы $M\nabla H$, действующей на жидкость со стороны магнитного поля H . Намагниченность M в большинстве случаев можно считать параллельной магнитному полю $M = \chi H$. Именно такая математическая модель была предложена в [6]. Она хорошо описывает многие явления и широко используется на практике.

Однако экспериментально обнаружены явления, которые нельзя описать в рамках этой модели. К ним относятся вращение МЖ под действием вращающегося однородного магнитного поля, увеличение эффективной вязкости МЖ на 20—25% при наложении однородного магнитного поля и т. д. В этих экспериментах сила $M\nabla H$ равна нулю, и из модели [6] следует, что магнитное поле не должно влиять на движение МЖ, а это противоречит экспериментальным данным, например [7—12].

Одной из причин, вызывающих движение МЖ в однородном магнитном поле, является вращение диспергированных ферромагнитных частиц под действием вращающегося, хотя и однородного, магнитного поля и моментов случайных броуновских сил. При этом гидродинамика влияет на намагниченность среды, в результате чего намагниченность не определяется мгновенным значением магнитного поля $M \neq \chi H$. Впервые на этот физический механизм влияния поля указано, по-видимому, в [8, 13]. Математическая модель МЖ, описывающая этот физический механизм, предложена в [14, 15].

Следует отметить, что эти модели широко используются и их простейшие варианты качественно и по порядку величины описывают влияние одномерного магнитного поля на гидродинамику МЖ, наблюдаемое в экспериментах [7—12].

Давно известен и другой механизм влияния магнитного поля на среду — гиромагнитный эффект, заключающийся, в частности, в наличии прецессионного слагаемого в уравнении для намагниченности. Уравнения, учитывающие гиромагнитный эффект, приводились во многих работах, например [16, 17].

В работе В. А. Желноровича [5] использованы уравнения, учитывающие только гиромагнитный эффект, для решения задачи о течениях Куэтта и Пуазейля; выводится формула для приращения эффективной вязкости в магнитном поле. Утверждается ([5], с. 290), что уравнения, приводящиеся в этой работе В. А. Желноровича, «могут применяться, например, для описания ферромагнитных жидкостей».

Это конкретное утверждение и привлекло наше внимание. Дело в том, что к настоящему времени В. А. Желноровичем опубликовано более десятка работ (см., например, [18—26]), посвященных одному и тому же вопросу: способу описания намагничивающихся жидкостей. При этом уравнения, выводятся или приводятся в различных работах, отличаются друг от друга. Этот факт никак не поясняется, и ни в одной из этих работ не говорится, какие именно физические процессы и какую конкретно среду описывает та или иная модель.

С другой стороны, эксперименты с использованием МЖ проводились неоднократно [7—12]. Однако сравнения теоретических результатов с экспериментами ни в работе [5], ни в какой-либо другой работе В. А. Желноровича не проводилось.

Такое сравнение и было сделано нами в обзоре [4] и Б. Э. Кашевским в работе [3]. Характерные параметры при оценках соответствовали экспериментальным данным. Вывод: приращение вязкости, вычисленное по формуле работы [5], на три-четыре порядка меньше экспериментально наблюдаемого.

Далее, в [4] показано, что учет вращения ферромагнитных частиц (то, чем в работе В. А. Желноровича пренебрегается!) позволяет описать результаты экспериментов [7—12]. Делался вывод [4], что уравнения В. А. Желноровича [5] не годятся для описания течений МЖ.

Ответ В. А. Желноровича на критику публикуется в этом номере журнала [1]. В работе [1] опять содержится новая серия уравнений для описания все тех же «магнитных», «ферромагнитных», «намагничивающихся» жидкостей и опять отличающихся от уравнений, предлагавшихся В. А. Желноровичем ранее. Более того, существенно отличаются друг от друга и уравнения, предлагаемые автором в первой и во второй частях работы [1] (!). И опять без каких-либо пояснений.

Полностью отсутствует сравнение полученных результатов с экспериментальными данными [7—12], будто последних не существует. Идут пространные рассуждения.

о возможности существования «разных» МЖ, в частности жидкостей, для которых эффекты приращения вязкости в магнитном поле из-за вращения ферромагнитных частиц еще меньше, чем гиромагнитный эффект. На это можно ответить одно: в этом случае не нужно учитывать ни вращение частиц, ни гиромагнитный эффект, уж по крайней мере в задачах Куэтта и Пуазейля, о которых только и идет речь в статье [5].

В п. 5 работы [1] три абзаца посвящены обсуждению работы М. И. Шлиомиса [15], в которой решена задача Куэтта в рамках модели, учитывающей вращение частиц, и получен результат, хорошо согласующийся с экспериментальными данными: отношение изменения вязкости в магнитном поле $\Delta\eta$ к вязкости без поля η порядка 20—30%. В первом абзаце [1] В. А. Желнорович говорит, что это изменение «мало» и его можно не учитывать, а МЖ, в которых наблюдается такое увеличение вязкости, «с достаточной точностью можно описать уравнениями [5, 6]».

Это утверждение ошибочно. Как же можно описать эксперименты по течению МЖ, в которых эффективная вязкость увеличивается на 20—25%, теорией В. А. Желноровича [5], в которой относительное изменение вязкости $\Delta\eta/\eta \sim 5 \cdot 10^{-2} - 5 \cdot 10^{-4}$?

В следующих двух абзацах сообщается известный результат из обзора [27] о том, что в уравнении для внутреннего момента количества движения можно пренебречь производной по времени от внутреннего момента количества движения ($dI\Omega/dt$). При этом из оставшегося алгебраического уравнения можно выразить величину $I\Omega$ и подставить ее в другие уравнения. Из этого В. А. Желноровичем делается вывод, что «использование момента $I\Omega$ в известных теориях [14, 15] ничем не обоснованно».

И это утверждение ошибочно. С таким же успехом можно утверждать, что при помощи уравнения состояния $p = \rho RT$ можно исключить давление из других уравнений гидродинамики, и поэтому введение давления p «ничем не обосновано» (!).

Теперь о простейших задачах Куэтта и Пуазейля, решаемых В. А. Желноровичем в пп. 6, 7 обсуждаемой работы [1].

По-видимому, учитывая нашу критику работы [5], В. А. Желнорович в работе [1] решает задачи Куэтта и Пуазейля, используя систему уравнений, приведенную в п. 5, в которой учитывается влияние магнитного поля на вращение ферромагнитных частиц, что уже делалось неоднократно другими авторами, например в [2, 4, 17]. Как уже говорилось, эта система отличается не только от приведенной в п. 1, но и от соответствующей системы работы [5], в которой решалась та же задача Куэтта. Отличается тем, что в уравнении для намагниченности вообще отсутствуют слагаемые гиромагнитной природы $g[M, H]$.

Именно этим и объясняется, что при решении задачи Куэтта слагаемые, связанные с гиромагнитным эффектом, в уравнениях п. 5 [1] вообще не дают вклада в величину приращения эффективной вязкости, в то время как в работе [5], посвященной решению той же задачи Куэтта, все приращение вязкости определялось только гиромагнитным эффектом. И здесь никаких пояснений.

Приращение вязкости в задаче Куэтта [1] определяется только механическим вращением частиц. Поэтому неудивительно, что выражение В. А. Желноровича для эффективной вязкости в течении Куэтта является частным случаем формулы, полученной при решении той же задачи М. И. Шлиомисом [15] еще в 1971 г.

В конце статьи [1] В. А. Желнорович пишет, что оценка слагаемых, связанных с гиромагнитным эффектом, «в полученных выше решениях показывает, что эти члены для реальных жидкостей, вообще говоря, малы и их влиянием на рассмотренные здесь течения практически можно пренебречь» (курсив мой, В. Г.). Но ведь именно это утверждение и содержалось в обзоре [4] и работах [2, 3]. Для чего тогда нужно еще раз решать элементарные задачи Куэтта и Пуазейля — чтобы в этом убедиться? Для чего же нужны пространные рассуждения в п. 5 о наличии «разных» магнитных жидкостей, для которых гиромагнитные эффекты важны, если для «реальных (!) жидкостей» они несущественны? И о чем тогда работа [1]?

ЛИТЕРАТУРА

1. Желнорович В. А. О математических моделях намагничивающихся жидкостей // ПММ. Т. 51. Вып. 4. С. 690—700.
2. Цеберс А. О. Совместная вращательная диффузия магнитного момента и твердой матрицы однодоменной феррочастицы // Магнитн. гидродинамика. 1975. № 3. С. 8—14.
3. Кашевский Б. Э. О моделях магнитной релаксации в феррогидродинамике // Магнитн. гидродинамика. 1978. № 4. С. 14—20.

4. Гогосов В. В., Налетова В. А., Шапошникова Г. А. Гидродинамика намагничивающихся жидкостей // Итоги науки и техники. Сер. Механика жидкости и газа. М.: ВИНТИ. 1981. Т. 16. С. 76—208.
5. Желнорович В. А. Течение Куэтта и течение Пуазейля вязкой намагничивающейся жидкости // Докл. АН СССР (ДАН СССР). 1978. Т. 238. № 2. С. 289—292.
6. Neuringer J. L., Rozensweig R. E. Ferrohydrodynamics // Phys. Fluids. 1964. V. 7. No. 12. P. 1927—1937.
7. McTague J. P. Magnetoviscosity of magnetic colloids // J. Chem. Phys. 1969. V. 51. No. 1. P. 133—136.
8. Moscovitz R., Rozensweig R. E. Nonmechanical torque-driven flow of a ferromagnetic fluid by an electromagnetic field // Appl. Phys. Lett. 1967. V. 11. No. 10. P. 301—303.
9. Mailfert R., Martinet A. Flow regimes for a magnetic suspension under a rotating magnetic field // J. Phys. 1973. V. 34. No. 2—3. P. 197—201.
10. Каган И. Я., Рыков В. Г., Янтовский Е. И. О течении диэлектрической ферромагнитной суспензии во вращающемся магнитном поле // Магнитн. гидродинамика. 1973. № 2. С. 135—137.
11. Майоров М. М. Измерение вязкости феррожидкости в магнитном поле // Магнитн. гидродинамика. 1980. № 4. С. 11—18.
12. Мозговой Е. М., Блум Э. Я., Цеберс А. О. Течение ферромагнитной жидкости в магнитном поле // Магнитн. гидродинамика. 1973. № 1. С. 61—67.
13. Hall W. F., Busenberg S. N. Viscosity of magnetic suspensions // J. Chem. Phys. 1969. V. 51. No. 1. P. 137—144.
14. Суязов В. М. О несимметричной модели вязкой электромагнитной жидкости // ПМТФ. 1970. № 2. С. 12—20.
15. Шлиомис М. И. Эффективная вязкость магнитных суспензий // Журн. эксперим. и теорет. физики (ЖЭТФ). 1971. Т. 61. Вып. 6. С. 2411—2418.
16. Ландау Л. Д., Лифшиц Е. М. Электродинамика сплошных сред. М.: Наука. 1982. 623 с.
17. Шлиомис М. И. Об уравнениях движения жидкости с гиромангнитными свойствами // Журн. эксперим. и теорет. физики (ЖЭТФ). 1967. Т. 53. № 3. С. 1125—1134.
18. Желнорович В. А. О тензоре энергии-импульса электромагнитного поля в связи с одной моделью намагничивающейся и поляризующейся жидкости, обладающей внутренним моментом количества движения // Докл. АН СССР (ДАН СССР). 1974. Т. 217. № 5. С. 1029—1032.
19. Желнорович В. А. О ньютоновских движениях для жидкостей с внутренним магнитным и механическим моментами // Изв. АН СССР. МЖГ. 1974. № 6. С. 155—158.
20. Желнорович В. А. Намагничивающиеся и поляризующиеся сплошные среды с внутренним моментом количества движения в ньютоновской механике // Магнитн. гидродинамика. 1977. № 2. С. 3—14.
21. Желнорович В. А. Интегралы ньютоновских уравнений и нестационарные одномерные точные решения для моделей намагничивающихся жидкостей с внутренним моментом количества движения // Магнитн. гидродинамика. 1978. № 1. С. 3—12.
22. Желнорович В. А. Одномерные волны в намагничивающихся жидкостях // Материалы Всесоюз. семинара по проблемам намагничивающихся жидкостей. Иваново. 1978. 22 с.
23. Желнорович В. А. О моделях намагничивающихся и поляризующихся сред с микроструктурой // Докл. АН СССР (ДАН СССР). 1979. Т. 249. № 2. С. 333—337.
24. Желнорович В. А. Одномерные нестационарные волны в намагничивающихся жидкостях с внутренним моментом количества движения // Магнитн. гидродинамика. 1979. № 1. С. 3—8.
25. Желнорович В. А. Модели материальных сплошных сред, обладающих внутренним электромагнитным и механическим моментами // М.: Изд-во МГУ. 1980. 174 с.
26. Zhelnorovich V. A. Magnetizable and polarizable media with microstructure. Macroscopic theories of matter and fields: A thermodynamic approach // Ed. by L. I. Sedov. Moscow: MIR. 1983. P. 141—167.
27. Шлиомис М. И. Магнитные жидкости // Успехи физ. наук (УФН). 1974. Т. 112. № 3. С. 427—458.

Москва

Поступила в редакцию
28.V.1986

Технический редактор В. М. Пахомова

Сдано в набор 25.05.87	Подписано к печати 27.07.87	Т-15546	Формат 70×108 ^{1/16}
Высокая печать	Усл. печ. л. 15,4	Усл. кр.-отт. 34,8	Уч.-изд. л. 15,6
	Тираж 2235 экз. Зак. 499		Бум. л. 5,5

Ордена Трудового Красного Знамени издательство «Наука»,
103717 ГСП, Москва, К-62, Подсосенский пер., 21
2-я типография издательства «Наука», 121099, Москва, Г-99, Шубинский пер., 6