

УДК 539.375 + 550.348

## О РАСПРОСТРАНЕНИИ СЛОЖНОЙ ПЛОЩАДКИ РАЗРУШЕНИЯ. ТОЧНОЕ ТРЕХМЕРНОЕ РЕШЕНИЕ

Быковцев А. С., Крамаровский Д. Б.

Строится аналитическое решение пространственной задачи о распространении площадки разрушения прямоугольной формы, на которой задан сложный процесс разрушения (отрыв со сдвигом). Для описания процесса разрушения, происходящего на разрыве, используется кинематический подход, при котором на всей площадке разрушения задается величина и направление вектора подвижки на разрыве в качестве граничного условия. Применяются преобразования Лапласа и Фурье, а для определения оригиналов — метод Каньяра — Хупа. Построенное решение обобщает на трехмерный случай решение, полученное ранее [1].

В настоящее время усилия исследователей, работающих в области теоретического моделирования процессов разрушения, происходящих в очаговых зонах тектонических землетрясений, направлены на создание таких моделей (описывающих процессы вспарывания в очаге), которые позволили бы наилучшим образом описать особенности высокочастотного излучения. Следует отметить модели, в которых вспарывание разрыва происходит скачкообразно (барьерная модель) [2—4], а также более общую модель, основанную на дискретном скачкообразном вспарывании разрыва вдоль сложных криволинейных траекторий [1, 5—7].

Использование широко распространенной в сейсмической практике расчетной модели Хаскелла [8] для анализа высокочастотного излучения вызывает серьезные трудности, так как с ростом размеров площадки разрушения катастрофически увеличивается число точечных источников, участвующих в процессе интегрирования. Чтобы устранить эти недостатки, необходимо построение точных и компактных аналитических решений хотя бы для простейших моделей. Подробный обзор этих работ дан в [2], поэтому здесь отметим только некоторые основные результаты. Так, в работах [1, 6, 7, 9, 10] были построены точные аналитические решения ряда плоских двумерных задач (т. е. ширина разрыва принималась бесконечно большой) и дан качественный анализ особенностей сейсмического излучения, порождаемого как единичными разрывами, так и сложными системами разрывов, распространяющихся с переменной скоростью вдоль произвольных криволинейных траекторий. Были построены [11—14] точные решения для трещин круговой и эллиптической формы, получены [4] решения задач о скачкообразном распространении дислокационных разрывов круговой и кольцевой формы. Получено [15] аналитическое решение для прямоугольного разрыва с чисто сдвиговой и постоянной функцией скачка смещений на разрыве.

Для построения общего решения, учитывающего распространение произвольной системы сложных криволинейных разрывов, необходимо в качестве фундаментального решения иметь решение задачи о распространяющейся площадке разрушения, при которой присутствует как отрывная, так и сдвиговая компоненты функции скачка смещений на разрыве. Поэтому основная цель данной работы — построение точного аналитического решения, обобщающего фундаментальное решение, полученное в [1], на трехмерный случай.

**1. Постановка задачи.** Пусть в однородной изотропной упругой среде в момент времени  $t = 0$  вдоль положительного направления оси  $z$  возникает полубесконечный дислокационный разрыв с постоянным скачком смещений  $\mathbf{B}$  ( $B_x, B_y, B_z$ ). Один из фронтов разрыва начинает двигаться с постоянной скоростью  $v_0$  вдоль положительного направления оси  $x$ , а другой покоится и совпадает с положительным направлением оси  $Oz$ . Система координат  $Oxyz$ , используемая при решении задачи о разрушении четверти пространства и ориентации разрыва, показана на фиг. 1.

Уравнения движения среды можно представить в виде следующих волновых уравнений:

$$(1.1) \quad \Delta\Phi = \frac{1}{c_p^2} \frac{\partial^2\Phi}{\partial t^2}, \quad \Delta\Psi_i = \frac{1}{c_s^2} \frac{\partial^2\Psi_i}{\partial t^2} \quad (i = x, y, z)$$

( $c_p$  и  $c_s$  — скорости продольной и поперечной волн,  $c_p > c_s$ ,  $\Delta$  — трехмерный оператор Лапласа). Потенциалы  $\Phi$  и  $\Psi_k$  связаны с вектором перемещения и соотношениями

и соотношениями

$$(1.2) \quad \mathbf{u} = \text{grad } \Phi + \text{rot } \Psi, \quad \text{div } \Psi = 0$$

Граничные и начальные условия

$$(1.3) \quad y = 0, \\ [u] = \mathbf{B}H(x)H(z)H(t - x/v_0)$$

$$(1.4) \quad t = 0, \quad \Phi = \partial\Phi/\partial t = 0, \\ \Psi_i = \partial\Psi_i/\partial t = 0$$

Здесь  $H$  — единичная функция Хевисайда, а квадратные скобки означают скачок величины, заключенной в скобки.

На бесконечности перемещения равны нулю, т. е. потенциалы  $\Phi$  и  $\Psi$  и их пространственные производные стремятся к нулю при  $R^2 = x^2 + y^2 + z^2 \rightarrow \infty$ .

Компоненты тензора напряжений  $\sigma_{ij}$  связаны с компонентами вектора перемещений соотношениями ( $\rho$  — плотность среды):

$$\sigma_{ij} = \lambda u_{k,k} \delta_{ij} + \mu (u_{i,j} + u_{j,i}) \quad (\lambda + \mu = \rho c_p^2, \quad \mu = \rho c_s^2)$$

Обобщенный дислокационный разрыв со скачком перемещений  $[u] = \mathbf{B} (B_x, B_y, B_z)$  можно представить в виде суммы отрывного (нормального) и сдвигового разрывов. Тогда граничное условие (1.3) можно заменить следующими граничными условиями:

для чисто отрывного разрыва

$$(1.5) \quad y = 0, \quad u_y = 1/2 B_y H(x)H(z)H(t - x/v_0), \quad \sigma_{xy} = 0, \quad \sigma_{zy} = 0$$

для чисто сдвигового разрыва

$$(1.6) \quad y = 0, \quad u_x = 1/2 B_x H(x)H(z)H(t - x/v_0), \quad u_z = 1/2 B_z H(x) \times \\ \times H(z)H(t - x/v_0), \quad \sigma_{yy} = 0$$

Построим решение задачи с условиями (1.5). Решение задачи с условиями (1.6) было получено в работе [15].

2. Построение формального решения. Решения волновых уравнений (1.1), удовлетворяющие условиям (1.4), (1.5) и условию на бесконечности, можно получить при помощи преобразования Лапласа по переменной  $t$  и двойного преобразования Фурье по переменным  $x$  и  $z$ .

$$(2.1) \quad f_L(x, y, z, k) = \int_0^{\infty} f(x, y, z, t) \exp(-kt) dt$$

$$f_F(\xi, y, \zeta, t) = \frac{1}{2\pi} \iint_{-\infty}^{\infty} f(x, y, z, t) \exp[-i(\xi x + \zeta z)] dx dz$$

В дальнейшем для обозначения результата обоих преобразований (2.1) будет использоваться индекс  $LF$ .

Применяя (2.1) к волновым уравнениям (1.1), получаем с учетом условия на бесконечности

$$(2.2) \quad \Phi_{LF} = C \exp(-n_p y), \quad \Psi_{iLF} = C_i \exp(-n_s y) \\ n_{p,s} = (\xi^2 + \zeta^2 + k^2 c_{p,s}^{-2})^{1/2}$$

Применяя преобразования (2.1) ко второму уравнению и учитывая (2.2), находим

$$(2.3) \quad \Psi_{yLF} = i(\zeta C_x + \xi C_z) n_s^{-1} \exp(-y n_s)$$

Применяя преобразования (2.1) к первому уравнению (1.2) и учитывая (2.2) и (2.3), получим

$$u_{xLF} = i\xi C \exp(-y n_p) - \xi \zeta n_s^{-1} C_x \exp(-y n_s) + (n_s - \zeta^2 n_s^{-1}) C_z \exp(-y n_s) \\ u_{zLF} = i\zeta C \exp(-y n_p) + (\xi^2 n_s^{-1} - n_s) C_x \exp(-y n_s) + \xi \zeta n_s^{-1} C_z \exp(-y n_s) \\ u_{yLF} = -n_p C \exp(-y n_p) - i\zeta C_x \exp(-y n_s) + i\xi C_z \exp(-y n_s)$$

Тогда граничные условия (1.5) можно представить в виде

$$(2.4) \quad -2i\xi n_p C + 2\xi \zeta C_x - (2\xi^2 + k_s^2) C_z = 0 \\ -2i\zeta n_p C + (2\zeta^2 + k_s^2) C_x - 2\xi \zeta C_z = 0 \\ -n_p C - i\zeta C_x + i\xi C_z = B_y [4\pi i k \zeta (i\xi + k\nu_0^{-1})]^{-1} (k_s = kc_s^{-1})$$

В последующих расчетах достаточно ограничиться рассмотрением действительных значений  $k$ , как было показано [16], что по лемме Лерха даже в этом случае решение определяется однозначно.

Сделаем замену переменных

$$\xi = -ikc_p^{-1} P_x, \quad \zeta = -ikc_p^{-1} P_z$$

и решим систему (2.4) методом Крамера. Получим

$$(2.5) \quad C = -D [\beta_0^2 - 2P^2] m_p^{-1}, \quad C_x = -2DP_z, \quad C_z = -2DP_x, \\ P^2 = P_x^2 + P_z^2$$

$$D = B_y [4\pi k^3 c_p^{-2} P_z (P_x + \gamma) \beta_0^2]^{-1}, \quad \gamma = c_p \nu_0^{-1}, \quad \beta_0 = c_p c_s^{-1}$$

$$(2.6) \quad u_{iLF} = u_{iLF}^p + u_{iLF}^s = DF_i^p \exp(-ykc_p^{-1} m_p) + \\ + DF_i^s \exp(-ykc_p^{-1} m_s)$$

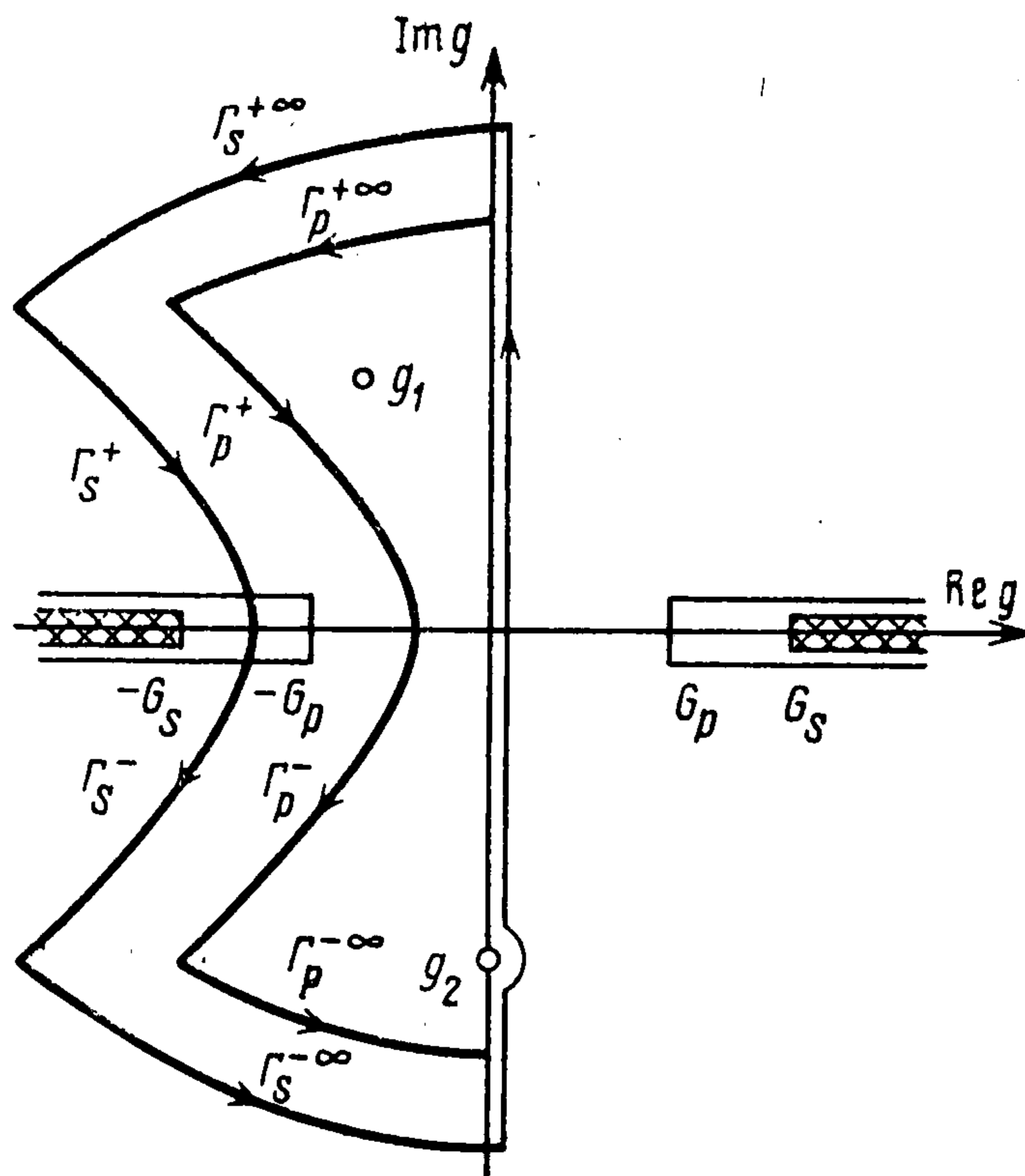
$$(2.7) \quad F_j^p = -P_j (\beta_0^2 - 2P^2) m_p^{-1}, \quad F_j^s = 2P_j m_s, \quad j = x, z \\ F_y^p = \beta_0^2 - 2P^2, \quad F_y^s = 2P^2, \quad m_p = (1 - P^2)^{1/2}, \quad m_s = (\beta_0^2 - P^2)^{1/2}$$

Для квадратных корней  $m_{p,s}$  берется та ветвь, которая имеет положительную действительную часть.

**3. Нахождение оригиналов.** Применяя обратное преобразование Фурье к решениям (2.6), получаем

$$(3.1) \quad u_{iL}^{p,s}(x, y, z, k) = \\ = -\frac{B_y}{8\pi^2 k \beta_0^2} \int_{-i\infty}^{i\infty} dP_x \int_{-i\infty}^{i\infty} dP_z \frac{F_i^{p,s}(P_x, P_z)}{P_z (P_x + \gamma)} \exp\{kc_p^{-1} [pr - ym_{p,s}]\} \\ pr = P_x x + P_z z = c_p k^{-1} i (\xi x + \zeta z), \quad r^2 = x^2 + z^2$$

Для интегрирования уравнения (3.1) и получения решения во временной области воспользуемся методом Каньяра — Хупа [16, 17].



Фиг. 2

Применим следующее модифицированное преобразование де Хуа:

$$(3.2) \quad P_x = g \cos \varphi - iw \sin \varphi, \quad P_z = g \sin \varphi + iw \cos \varphi$$

$$(3.3) \quad m_p = (w_p^2 - g^2)^{1/2}, \quad m_s = (w_s^2 - g^2)^{1/2}, \quad w_p^2 = w^2 + 1, \\ w_s^2 = w^2 + \beta_0^2$$

Отметим, что для успешного использования этого метода требуется, чтобы параметр  $k$  встречался только в показателе компоненты. В выражении (3.1) параметр  $k$  присутствует в знаменателе множителя перед интегралом. Для того чтобы его изолировать, достаточно в дальнейшем рассматривать не перемещения  $u_{iL}^{p,s}$ , а скорости  $u_{iL}^{p,s}$ . Согласно свойствам преобразования Лапласа

$$u_{iL} \cdot (\mathbf{R}, k) = k u_{iL} (\mathbf{R}, k) - u_i (\mathbf{R}, 0)$$

где  $u_i (\mathbf{R}, 0) = 0$  согласно начальным условиям. Тогда из (3.1) получаем

$$(3.4) \quad u_{iL}^{p,s} (\mathbf{R}, k) = - \frac{B_y i}{8\pi^2 \beta_0^2} \int_{-\infty}^{\infty} J dw \\ J = \int_{-i\infty}^{i\infty} \frac{F_i^{p,s} (g, w)}{P_z (P_x + \gamma)} \exp [k c_p^{-1} (gr - y m_{p,s})] dg$$

Здесь  $\mathbf{R}$  — радиус-вектор с направляющими косинусами

$$v_x = \sin \theta \cos \varphi, \quad v_y = \cos \theta, \quad v_z = \sin \varphi \cos \theta, \quad v_x^2 + v_y^2 + v_z^2 = 1$$

(углы  $\varphi, \theta$  показаны на фиг. 1).

Заметим, что особенности подынтегральных выражений в (3.4) — точки ветвления  $G_{p,s}$  и простые полюсы  $g_1$  и  $g_2$  (фиг. 2), определяемые из условий

$$(3.5) \quad G_{p,s} = \pm (w^2 + \beta_{p,s}^2)^{1/2}, \quad \beta_p = 1, \quad \beta_s = \beta_0$$

$$(3.6) \quad g_1 = -iw \operatorname{ctg} \varphi, \quad g_2 = -\gamma / \cos \varphi + iw \operatorname{tg} \varphi$$

Для вычисления внутреннего интеграла в (3.4) перейдем от интегрирования по мнимой оси к интегрированию по замкнутому контуру и вос-

пользуемся теоремой о вычетах. Тогда

$$(3.7) \quad J = - \int_{\Gamma_{p,s}} \frac{F_i^{p,s}(g, w)}{P_z(P_x + \gamma)} \exp[kc_p^{-1}(gr - ym_{p,s})] dg + \\ + 2\pi i \left[ \frac{F_i^{p,s}(g_1, w)}{(P_x + \gamma) \sin \varphi} \exp[kc_p^{-1}(g_1r - ym_{p,s})] + \right. \\ \left. + \frac{F_i^{p,s}(g_2, w)}{P_z \cos \varphi} \exp[kc_p^{-1}(g_2r - ym_{p,s})] \right]$$

где  $\Gamma_{p,s}$  — контуры, показанные на фиг. 2.

Подставляя (3.7) в (3.4), получаем

$$(3.8) \quad u_{iL}^{p,s}(R, k) = \frac{iB_y}{8\pi^2\beta_0^2} J_{\Gamma}^{p,s} + \frac{B_y}{4\pi\beta_0^2} [J_1^{p,s} + J_2^{p,s}]$$

где  $J_{\Gamma}^{p,s}$ ,  $J_1^{p,s}$ ,  $J_2^{p,s}$  — интегралы, взятые от первого, второго и третьего слагаемых правой части (3.7) соответственно.

Для вычисления интегралов  $J_1^{p,s}$  деформируем контур интегрирования в плоскости  $w$  в контур Каньяра, который параметрически определяется уравнением ( $t$  — действительный параметр)

$$(3.9) \quad t = -c_p^{-1}(g_1r - ym_{p,s})$$

Подставляя первое соотношение (3.6) и (3.3) в (3.9), получим

$$(3.10) \quad tc_p - iw \frac{v_x}{v_z} r = (w_{p,s}^2 - g^2)^{1/2} y, \quad \beta_p = 1, \quad \beta_s = \beta_0$$

Учитывая, что  $r \sin \varphi = Rv_z$ ,  $y = Rv_y$ ,  $v_z = \sin \varphi \sqrt{v_x^2 + v_z^2}$  и решая (3.10) относительно  $w$ , получаем

$$(3.11) \quad w = -i\tau \frac{v_x \sin \varphi}{\alpha_z^2} \pm \frac{v_y \sin \varphi \sqrt{\tau^2 - \alpha_z^2 \beta_{p,s}^2}}{\alpha_z^2} \\ \left( \tau = \frac{tc_p}{R}, \quad \alpha_z^2 = 1 - v_z^2 \right)$$

Преобразуем (3.11), переходя к системе координат  $\rho_1, \psi$  (фиг. 1). Так как  $\rho_1^2 = R^2\alpha_z^2$ ,  $Rv_x = \rho_1 \cos \psi$ ,  $Rv_y = \rho_1 \sin \psi$ , то (3.11) можно преобразовать к виду

$$(3.12) \quad w = -i\tau_1 \sin \varphi \cos \psi \pm T_1^{p,s} \sin \psi \sin \varphi \\ \tau_1 = tc_p/\rho_1, \quad T_1^{p,s} = (\tau_1^2 - \beta_{p,s}^2)^{1/2}, \quad \tau_1 > \beta_{p,s}$$

Для определенности в уравнении (3.12) выберем знак плюс перед вторым слагаемым, т. е. будем рассматривать верхний лист римановой поверхности.

Определив из (3.12)  $d\omega$ , получим, что

$$(3.13) \quad J_1^{p,s} = \frac{c_p}{\rho_1} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{F_i^{p,s}(g_1, w) [\tau_1 \sin \psi - iT_1^{p,s} \cos \psi]}{(P_x + \gamma) T_1^{p,s}} \exp(-kt) dt$$

Из (3.2) и (3.3) с учетом первого соотношения (3.6) и (3.12) получаем

$$(3.14) \quad P_x = -\tau_1 \cos \psi - iT_1^{p,s} \sin \psi, \quad P_z = 0 \\ m_{p,s} = \tau_1 \sin \psi - iT_1^{p,s} \cos \psi$$

Тогда, подставляя (3.14) в (2.7), можно убедиться в том, что подынтегральные функции в (3.13) имеют четную действительную часть и нечетную

мнимую. Следовательно, (3.13) можно представить в виде

$$(3.15) \quad J_1^{p,s} = \frac{2c_p}{\rho_1} \operatorname{Re} \left[ \int_0^\infty \frac{F_i^{p,s}(g_1, w) m_{p,s}}{(P_x + \gamma) T_1^{p,s}} \exp(-kt) dt \right]$$

Уравнение (3.15) представляет собой прямое преобразование Лапласа от подынтегрального выражения, стоящего при экспоненте. Согласно правилам операционного исчисления, из (3.15) находим

$$(3.16) \quad J_1^{p,s} = \frac{2c_p}{\rho_1} \operatorname{Re} \left[ \frac{F_i^{p,s}(g_1, w) m_{p,s}}{(P_x + \gamma) T_1^{p,s}} \right] H(z) H(\tau_1 - \beta_{p,s})$$

Функции  $H(z)$  и  $H(\tau_1 - \beta_{p,s})$  характеризуют область существования интеграла  $J_1^{p,s}$ . Функции  $H(\tau_1 - \beta_{p,s})$  определяют моменты прихода  $P$ - и  $S$ -волн в точку наблюдения, а функции  $H(z)$  указывают на то, что интегралы  $J_1^{p,s}$  отличны от нуля только для  $z > 0$ , так как полюс  $g_1$  будет находиться внутри замкнутого контура только при  $\sin \varphi > 0$  (или  $z > 0$ ). Для  $z < 0$  полюс  $g_1$  будет лежать вне контура, и его следует обходить слева.

Для вычисления интегралов  $J_2^{p,s}$  определяем контур Каньяра в виде

$$(3.17) \quad t = -c_p^1 (g_2 r - y m_{p,s})$$

Подставляя второе соотношение (3.6) в (3.17) и проделав аналогичную серию преобразований, получаем

$$(3.18) \quad w = -i \sin \varphi \cos \varphi \left[ \frac{\gamma \sin^2 \eta}{\cos \varphi} - \frac{\cos \eta}{\sin \varphi} (\tau_2 - \gamma \cos \eta \operatorname{tg} \varphi) \right] \pm \pm T_2^{p,s} \sin \eta \cos \varphi$$

где

$$\tau_2 = \left( t - \frac{x}{v_0} \right) \frac{c_p}{\rho_2}, \quad \rho_2 = \frac{z}{\cos \eta} = \frac{x \sin \varphi}{\cos \varphi \cos \eta}, \quad T_2^{p,s} = = (\tau_2^2 + \gamma^2 - \beta_{p,s}^2)^{1/2}$$

( $\rho_2, \eta$  — цилиндрические координаты вокруг оси  $x$  (фиг. 1)).

Для определения области существования интегралов  $J_2^{p,s}$  необходимо рассмотреть условия, при которых полюс  $g_2$  будет находиться внутри замкнутого контура. Подставляя (3.3) в (3.17) и решая полученное квадратное уравнение относительно  $g$ , получим

$$g = c_p R^{-2} [-tr \pm iy \sqrt{t^2 - R^2 c_p^{-2} w_{p,s}^2}]$$

Это уравнение определяет ветвь гиперболы в комплексной плоскости  $g$ ; асимптоты гиперболы определяются углами  $\alpha = \pm \operatorname{arctg} y/r$ . Действительная часть этого выражения всегда отрицательна. Тогда полюс  $g_2 = = -\gamma/\cos \varphi + iw \operatorname{tg} \varphi$  будет находиться внутри замкнутого контура при следующих условиях:

$$\operatorname{Re} g_2 < 0, \text{ или } x > 0$$

$$\operatorname{Re} g_2 > \operatorname{Re} g, \text{ или } t > R/v_0 v_x = t_0$$

$$\operatorname{Im} g_2 > \operatorname{Im} g, \text{ или } w \operatorname{tg} \varphi > y c_p R^{-2} \sqrt{t^2 - R^2 C_p^{-2} w_{p,s}^2}$$

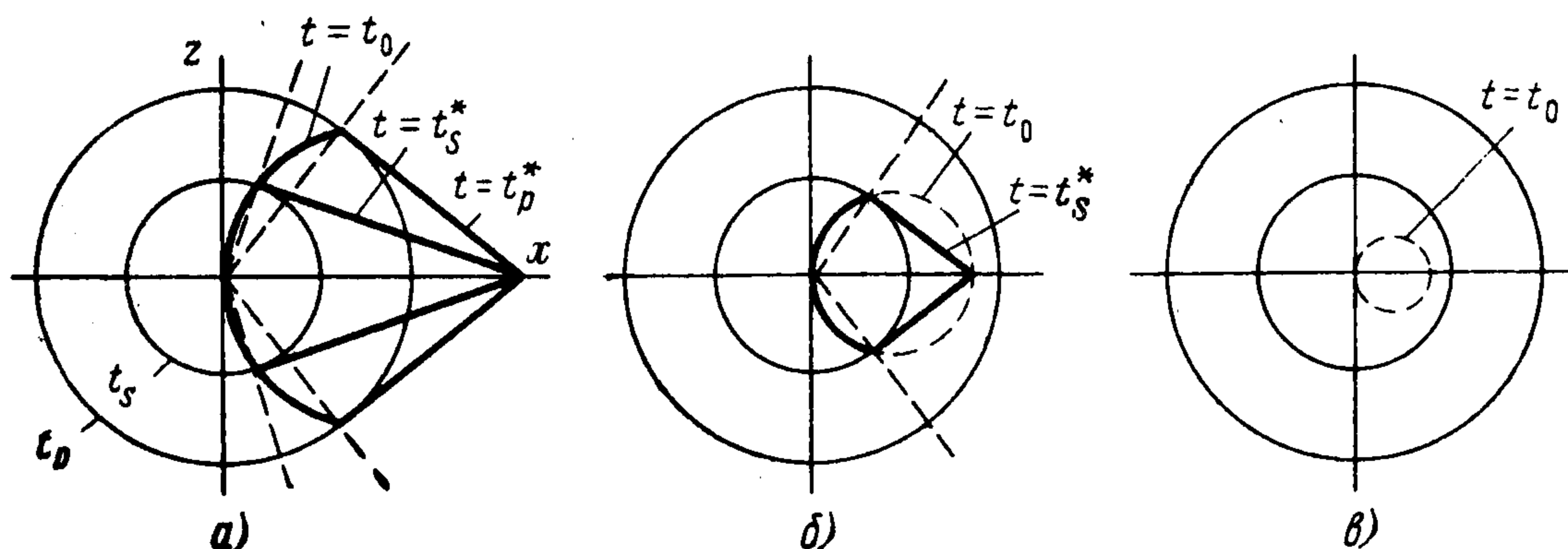
Из последних двух соотношений следует, что

$$w^2 > \frac{(R^2 \gamma^2 - x^2 \beta_{p,s}^2) y^2}{r^2 (y^2 + z^2)} = w_0$$

Таким образом получили, что в зависимости от значения скорости испарывания разрыва возможны следующие области определения реше-

ния: при  $x > 0$  и  $\gamma\beta_{p,s}^{-1} < xR^{-1}$  полюс  $g_2$  будет находиться внутри контура для  $w \in [0, \infty[$ ; при  $x > 0$  и  $\gamma\beta_{p,s}^{-1} > xR^{-1}$  полюс  $g_2$  будет находиться внутри контура для  $w \in [w_0, \infty[$ ; при  $x < 0$  полюс будет находиться вне контура.

При вспарывании разрыва со скоростью  $v_0 > c_p$  интегралы  $J_2^{p,s}$  будут существовать внутри области (фиг. 3, а), границы которой определя-



Фиг. 3

ются из соотношений

$$t = t_p^* = v_0^{-1}(\sqrt{\gamma^{-2} - 1}\rho_2 + x) \text{ и } t = t_0 \text{ для } P\text{-волн}$$

$$t = t_s^* = v_0^{-1}(\sqrt{\beta_0^2\gamma^{-2} - 1}\rho_2 + x) \text{ и } t = t_0 \text{ для } S\text{-волн}$$

При  $c_p > v_0 > c_s$  решение будет существовать внутри области (фиг. 3, б), границы которой определяются из соотношений

$$t = t_0 \text{ для } P\text{-волн; } t = t_s^* \text{ и } t = t_0 \text{ для } S\text{-волн}$$

При  $c_p > c_s > v_0$  интегралы  $J_2^{p,s}$  будут отличны от нуля внутри области  $t = t_0$  (фиг. 3, в).

В дальнейшем ограничимся рассмотрением случая  $c_p > c_s > v_0$ .

Тогда, проделав те же процедуры, что и при нахождении  $J_1^{p,s}$ , получаем

$$(3.19) \quad J_2^{p,s} = \frac{2c_p}{\rho_2} \operatorname{Re} [F_i^{p,s} m_{p,s} / P_z T_2^{p,s}] H(\tau_2 - \tau_0)$$

Для определения функций  $F_i^{p,s}$  в уравнении (3.19) имеем следующие выражения, полученные с учетом (3.18), (3.2), (3.3) и второго соотношения (3.6):

$$P_x = -\gamma, \quad P_z = -\tau_2 \cos \gamma + iT_2^{p,s} \sin \eta$$

$$m_{p,s} = \tau_2 \sin \eta + iT_2^{p,s} \cos \eta$$

В выражении (3.19) присутствует функция  $H(\tau_2 - \tau_0)$ ,  $\tau_0 = \gamma\rho_2/|x|$ , которая определяет условие нахождения полюса  $g_2$  внутри контура Каньяра.

При вычислении  $J_1^{p,s}$  контур Каньяра задается уравнением

$$(3.20) \quad t = -c_p^{-1}(gr - \gamma m_{p,s}), \quad \tau = -g \sin \theta + m_{p,s} \cos \theta$$

Подставляя (3.3) в (3.20) и решая относительно  $g$ , получим

$$(3.21) \quad g(\tau, w) = (w_{p,s}^2 - \tau^2)^{1/2} \cos \theta - \tau \sin \theta$$

Определив из (3.3)  $g$  и подставив результат в (3.20), а затем решив получившееся уравнение относительно  $m_{p,s}$ , имеем

$$(3.22) \quad m_{p,s} = (w_{p,s}^2 - \tau^2)^{1/2} \sin \theta + \tau \cos \theta$$

Конфигурация контура Каньяра является функцией действительного параметра  $\tau = tc_p R^{-1}$  и действительной переменной  $w$ . Для  $\tau < (w^2 + \beta_{p,s}^2)^{1/2}$  контур совпадает с осью  $\operatorname{Re} g$ , и этот участок не дает вклад в ин-

теграл (на фиг. 2 он не рассматривается). Для  $\tau > (w^2 + \beta_{p,s}^2)^{1/2}$  квадратный корень становится мнимым и контур Каньяра распадается на две части  $\Gamma^+$  и  $\Gamma^-$  (фиг. 2) в зависимости от знака квадратного корня

$$(3.23) \quad J_{\Gamma^{p,s}} = I_{\Gamma^{+\infty}} + I_{\Gamma^+} + I_{\Gamma^-} + I_{\Gamma^{-\infty}}$$

$$I_{\Gamma^{\pm}} = \int_{-\infty}^{\infty} dw \int_{(w^2 + \beta_{p,s}^2)^{1/2}}^{\infty} d\tau \left[ \frac{F_i^{p,s}}{P_z (P_x + \gamma)} \frac{dg}{d\tau} \right]^{\pm} \exp(-kRc_p^{-1}\tau)$$

Интегралы  $I_{\Gamma^{+\infty}}$ ,  $I_{\Gamma^{-\infty}}$  вычисляются по контурам  $\Gamma_{p,s}^{\pm\infty}$  и стремятся к нулю при  $|g| \rightarrow \infty$  по лемме Жордана. Верхние индексы плюс и минус соответствуют интегралам, взятым вдоль  $\Gamma^+$  или  $\Gamma^-$ .

Из (3.21) и (3.22) и ввиду того, что в (3.23)  $(w^2 + \beta_{p,s}^2)^{1/2} < \tau$ , находим

$$dg/d\tau = -m_{p,s}(w_{p,s}^2 - \tau^2)^{-1/2}, \quad |w| < (\tau^2 - \beta_{p,s}^2)^{1/2} = T_{p,s}$$

Так как  $w$  — действительный параметр, то  $\tau > \beta_{p,s}$ . Переходя от  $\tau$  к  $t$  ( $\tau R = tc_p$ ), получим

$$I_{\Gamma^{\pm}} = - \int_{-T_{p,s}}^{T_{p,s}} dw \int_{Rc_p^{-1}\beta_{p,s}}^{\infty} [M_i^{p,s}]^{\pm} \exp(-kt) dt$$

$$M_i^{p,s} = F_i^{p,s} m_{p,s} / P_z (P_x + \gamma) (w^2 - T_{p,s}^2)^{1/2}$$

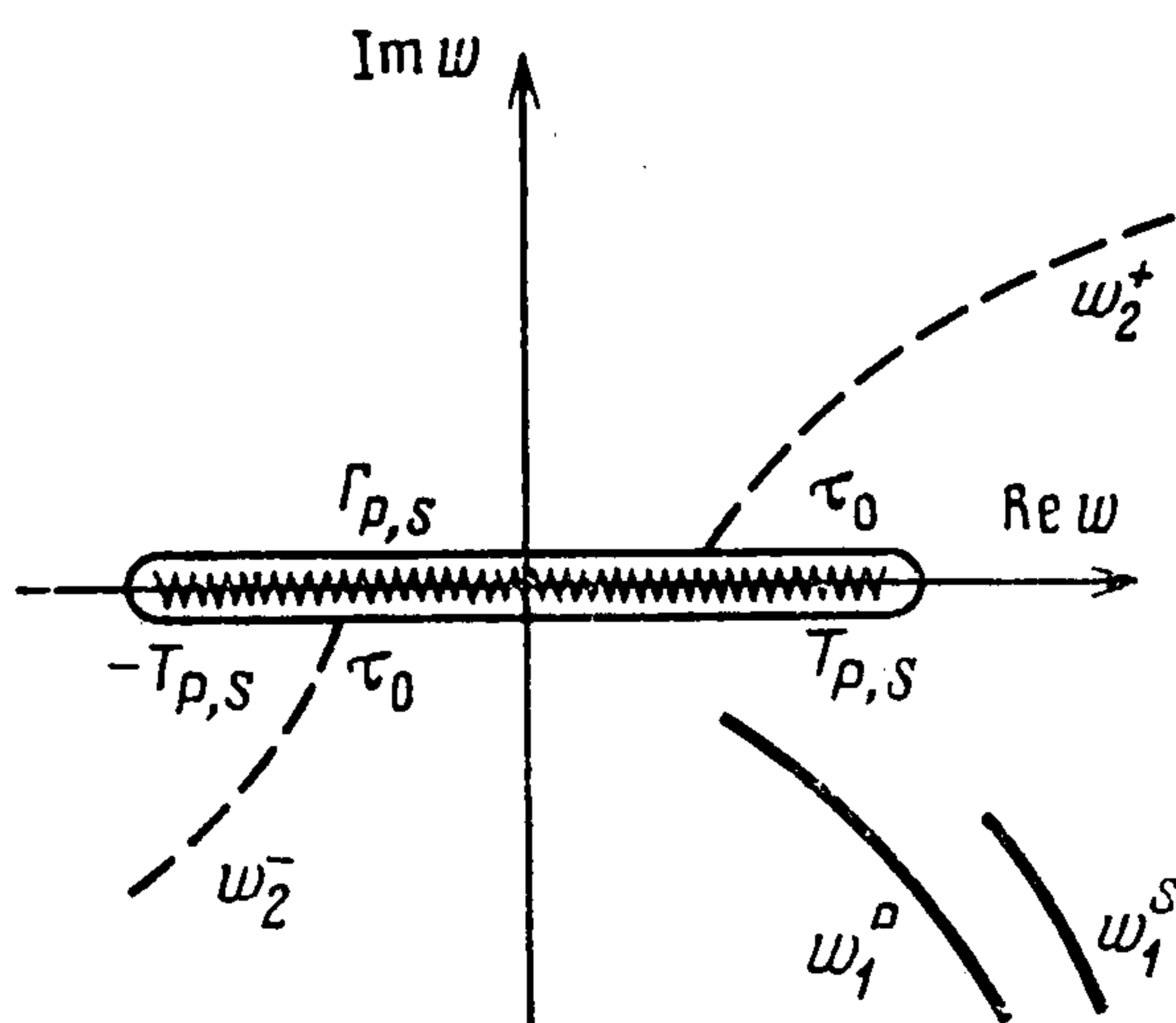
или

$$(3.24) \quad I_{\Gamma^{\pm}} = -c_p R^{-1} \int_{-T_{p,s}}^{T_{p,s}} dw \int_0^{\infty} [M_i^{p,s}]^{\pm} H(\tau - \beta_{p,s}) \exp(-kt) dt$$

Учитывая, что внутренний интеграл в (3.24) представляет собой прямое преобразование Лапласа от подынтегральной функции, стоящей при экспоненте, можно записать в области оригинала

$$(3.25) \quad I_{\Gamma^{\pm}} = -\frac{c_p}{R} \int_{-T_{p,s}}^{T_{p,s}} dw [M_i^{p,s}]^{\pm} H(\tau - \beta_{p,s})$$

Тогда, если разрезать плоскость  $w$ , как показано на фиг. 4, то, приняв положительное значение корней  $(w^2 - T_{p,s}^2)^{1/2}$  на верхних берегах раз-



Фиг. 4

резов, учитывая (3.23) и (3.25), можно записать

$$(3.26) \quad J_{\Gamma^{p,s}} = -\frac{c_p}{R} \oint_{\Gamma_{p,s}} M_i^{p,s} H(\tau - \beta_{p,s}) dw$$

где  $\Gamma_{p,s}$  — замкнутый контур вокруг разрез. Используя теорему о вычетах для вычисления (3.26), имеем

$$J_{\Gamma^{p,s}} = 2\pi i c_p R^{-1} (\text{Res}_1 + \text{Res}_2 + \text{Res}_{\infty})$$

где  $\text{Res}_1$ ,  $\text{Res}_2$ ,  $\text{Res}_{\infty}$  — вычеты в полюсах  $P_z = 0$ ,  $P_x = -\gamma$  и в бесконечности соответственно.

Для вычисления  $\text{Res}_1$  из второго соотношения (3.2) и (3.21) получаем

$$(3.27) \quad P_z = (w_1^2 - \tau^2 + \beta_{p,s}^2)^{1/2} \cos \theta \sin \varphi - r \sin \theta \sin \tau + i w_1 \cos \varphi = 0$$

Учитывая, что  $v_x = \sin \theta \cos \varphi$ ,  $v_y = \cos \theta$ ,  $v_z = \sin \theta \sin \varphi$ , из (3.27) имеем

$$(3.28) \quad w_{1p,s} = \{-i\tau \cos \varphi \pm v_y \sin \varphi [\tau^2 - \alpha_z^2 \beta_{p,s}^2]^{1/2}\} \alpha_z^{-2}$$

Для однозначного выбора знака в (3.28) будем считать, что корень принимает положительное значение на верхнем листе поверхности Римана. Тогда для вычета в полюсе  $P_z = 0$  получим выражение

$$\text{Res}_{1p,s} = F_i^{p,s} m_{p,s} [(P_x + \gamma) T_1^{p,s} \alpha_z]^{-1} H(\tau_1 - \beta_{p,s} \alpha_z^{-1})$$

где  $\tau_1 = \tau \alpha_z^{-1} = t c_p \rho_1^{-1}$ ;  $\rho_1, \psi$  — цилиндрические координаты, показанные на фиг. 1, а функции  $F_i^{p,s}$  определяются при помощи соотношений (3.14). Отметим, что полюсы  $w_1^{p,s}$  лежат в четвертом квадранте, их траектория показана на фиг. 4.

Для вычисления вычета  $\text{Res}_2$  в полюсе  $P_x = -\gamma$  из (3.2) и (3.21) находим

$$w_2^{\pm p,s} = \{-i(\gamma - \tau v_x) \pm v_z \cos \varphi [(\gamma - \tau v_x)^2 + T_{p,s}^2]^{1/2}\} \alpha_x^{-2},$$

$$\alpha_x^2 = 1 - v_x^2$$

Для однозначного определения функции выбираем  $w^+$  для  $\tau_2 > \tau_0$  и  $w^-$  для  $\tau_2 < \tau_0$ . Тогда для вычета в полюсе  $P_x = -\gamma$  получим выражение

$$\text{Res}_{2p,s}^{\pm} = F_i^{p,s} m_{p,s} [P_z T_2^{p,s} \alpha_x]^{-1} |\pm H(\tau_2 - (\beta_{p,s} - \gamma v_x) \alpha_x^{-1})$$

$$\tau_2 = (\tau - \gamma v_x) \alpha_x^{-1} = (t - x/v_0) c_p \rho_2^{-1}$$

Функции  $F_i^{p,s}$  определяются при помощи (2.7) и следующих соотношений:

$$P_x^{\pm} = -\gamma, \quad P_z^{\pm} = -\tau_2 \cos \eta \pm iT_2^{p,s} \sin \eta$$

$$m_{p,s}^{\pm} = \tau_2 \sin \eta \pm iT_2^{p,s} \cos \eta$$

Можно показать, что сумма вычета  $\text{Res}_{2p,s}^+$  и  $J_2^{p,s}$ , определяемых из (3.22) с точностью до знака, равна вычету  $\text{Res}_{2p,s}^-$ .

Для вычисления вычета в бесконечности разлагаем в ряд Лорана подынтегральное выражение в (3.26). Пропуская эту процедуру для каждой из функций  $F_i^{p,s}$ , получим

$$(3.29) \quad I_{x\infty}^{p,s} = \pm 2A_1 (\tau v_z A_1 - \gamma A_2 + 2\tau v_y) H_2^{p,s}$$

$$I_{y\infty}^{p,s} = \{\pm 2A_3 [\tau v_z A_1 - (\gamma + \tau v_x) A_2 + \tau v_y] \pm$$

$$\pm 2A_3^{-1} [-\tau v_z A_1 - (\gamma - \tau v_x) A_2 + \tau v_y]\} H_2^{p,s}$$

$$I_{z\infty}^{p,s} = \pm 2A_2 [-(\gamma - \tau v_x) A_2 + 2\tau v_y] H_2^{p,s}$$

$$H_2^{p,s} = H(\tau - \beta_{p,s}), \quad A_1 = (v_y v_z - i v_x) \alpha_z^{-2}, \quad A_2 = (v_x v_y +$$

$$+ i v_z) \alpha_x^{-2}, \quad A_3 = -(v_x v_z + i v_y) \alpha_z^{-2}$$

Таким образом, подставляя (3.29), (3.19) и (3.15) в (3.8), опуская громоздкие преобразования и учитывая, что сумма мнимых частей будет равна нулю, получаем

$$(3.30) \quad U_i^{p,s} = \frac{B_y c_p}{4\pi \beta_0^2} \text{Re} \left[ \frac{F_i^{p,s}(g_1, w) m_{p,s}}{\rho_1 (P_x + \gamma) T_1^{p,s}} [2H(z)H(\tau_1 - \beta_{p,s}) - H_2^{p,s}] + \right.$$

$$\left. + \frac{F_i^{p,s}(g_2, w) m_{p,s}}{\rho_2 P_z T_2^{p,s}} [H_2^{p,s} + I_{i\infty}^{p,s} R^{-1}] \right]$$

где  $I_{i\infty}^{p,s}$  определяются соотношениями (3.29).

Соотношения (3.30) представляют собой точное аналитическое решение задачи о разрушении четверти полупространства с постоянно заданной чисто отрывной составляющей вектора перемещения на разрыве. Аналогично может быть построено решение задачи (1.6). Тогда, проинтегрировав соотношения (3.30) по времени, общее решение задачи (1.3) можно

представить в виде  $U_1 = U_i^p + U_i^s$  ( $i = x, y, z$ ), где

$$(3.31) \quad \begin{aligned} U_x^p &= A \{B_x [2\gamma^2 \text{arc}_1^p - F_p] + B_y [(1 + \beta_3^2) \ln_1^p + \\ &+ 1/2 \beta_3^2 \gamma \gamma_p^{-1} \text{Ln}_1^p + f_p]\} H_1^p + A \{B_x [+ 2\gamma^2 \text{arc}_2^p + \Gamma_1] + \\ &+ B_y [\Gamma_2^p + 1/2 \beta_3^2 \gamma \gamma_p^{-1} \text{Ln}_2^p] + B_z \Gamma_3^p\} H_2^p \\ U_x^s &= A \{B_x [-\beta_3^2 \text{arc}_1^s + F_s] + B_y [-\beta_3^2 \ln_1^s - \\ &- \gamma \gamma_s \text{Ln}_1^s - f_s]\} H_1^s + A \{B_x [\beta_3^2 \text{arc}_2^s - \Gamma_1] + \\ &+ B_y [-\Gamma_2^s - \gamma \gamma_s \text{Ln}_2^s] - B_z \Gamma_3^s\} H_2^s \\ U_y^p &= A \{B_x [(\gamma^2 + \gamma_p^2) \ln_1^p + \gamma \gamma_p \text{Ln}_1^p + f_p] + \\ &+ B_y [-\beta_3^2 \text{arc}_1^p + F_p]\} H_1^p + A \{B_x [\Gamma_2^p + \gamma \gamma_p \text{Ln}_2^p] + \\ &+ B_y [\beta_3^2 \text{arc}_2^p + \Gamma_4^p] + B_z (\gamma_p^2 \ln_2^p + \Gamma_5^p)\} H_2^p \\ U_y^s &= A \{B_x [-2\gamma^2 \ln_1^s - 1/2 \beta_3^2 \gamma \gamma_s^{-1} \text{Ln}_1^s - f_s] + \\ &+ B_y [2\gamma^2 \text{arc}_1^s - F_s]\} H_1^s + A \{B_x [-\Gamma_2^s - 1/2 \beta_3^2 \gamma \gamma_s^{-1} \text{Ln}_2^s] + \\ &+ B_y [2\gamma^2 \text{arc}_2^s - \Gamma_4^s] + B_z [-\gamma^2 \ln_2^s - \Gamma_5^s]\} H_2^s \\ U_z^p &= A \{B_x \Gamma_3^p + B_y [(\gamma_s^2 + 1) \ln_2^p + \Gamma_5^p] - B_z [\Gamma_4^p - \Gamma_1]\} H_2^p \\ U_z^s &= AB_z \beta_0^2 \text{arc}_1^s H_1^s + A \{-B_x \Gamma_3^s + B_y [-\gamma_s^2 \ln_2^s - \Gamma_5^s] + \\ &+ B_z [\Gamma_4^s - \Gamma_1 + \beta_0^2 \text{arc}_2^s]\} H_2^s \end{aligned}$$

Здесь

$$(3.32) \quad \begin{aligned} -\Gamma_1 &= v_y v_z [\tau v_x (3 - v_z^2) + 2\gamma \alpha_z^2] \tau \alpha_z^{-4} \\ -\Gamma_2^{p,s} &= \tau v_z [\tau \alpha_x^2 (2v_y^2 - v_y^2 v_z^2 - v_x^2) - 2\gamma v_x (1 + v_y^2) \alpha_z^2] \alpha_z^{-4} \alpha_x^{-2} - \\ &- 2\gamma v_z \alpha_x T_2^{p,s} \\ -\Gamma_3^{p,s} &= \tau (2\gamma v_x v_y - \tau v_y \alpha_x^2) \alpha_x^{-2} + 2\gamma v_y \alpha_x T_2^{p,s} \\ \Gamma_4^{p,s} &= \Gamma_1 - \frac{\tau v_y v_z \alpha_z^2 [2\gamma (1 + v_x^2) - \tau v_x (3 - v_x^2)]}{\alpha_x (v_x^2 v_z^2 + v_y^2)} + 2v_y v_z \alpha_x^{-2} \tau_2 T_2^{p,s} \\ -\Gamma_5^{p,s} &= \tau [\tau v_x (2v_y^2 - v_x^2 v_y^2 - v_z^2) + 2\gamma (v_z^2 - v_x^2 v_y^2)] \alpha_x^{-4} + \\ &+ (v_z^2 - v_y^2) \alpha_x^{-2} \tau_2 T_2^{p,s} \\ F_{p,s} &= (\tau_1 \sin 2\psi + 2\gamma \sin \psi) T_1^{p,s}, \quad f_{p,s} = (\tau_1 \cos 2\psi + \\ &+ 2\gamma \cos \psi) T_1^{p,s} \\ \text{arc}_1^{p,s} &= \text{arctg} \frac{T_1^{p,s} \sin \psi}{\gamma - \tau_1 \cos \psi}, \quad \text{arc}_2^{p,s} = \text{arctg} (\tau_2^{-1} T_2^{p,s} \text{tg} \eta) \\ \text{Ln}_1^{p,s} &= \ln \frac{(\tau_1 \gamma_{p,s} - \gamma T_1^{p,s})^2 \sin^2 \psi + [\beta_{p,s}^2 - (\tau_1 \gamma - \gamma_{p,s} T_1^{p,s}) \cos \psi]^2}{\beta_{p,s}^2 [(\gamma - \tau_1 \cos \psi)^2 + (T_1^{p,s} \sin \psi)^2]} \\ \text{Ln}_2^{p,s} &= \ln \frac{(\gamma_{p,s} - T_2^{p,s} \cos \eta)^2 + \tau_2^2 \sin^2 \eta}{\tau_2^2 + \gamma_{p,s}^2 \sin^2 \eta}, \quad \ln_1^{p,s} = \ln \frac{\tau_1 + T_1^{p,s}}{\beta_{p,s}} \\ \ln_2^{p,s} &= \ln (\tau_2 - T_2^{p,s}), \quad H_1^{p,s} = 2H(Rv_z) H(\tau_1 - \beta_{p,s}) - \\ &- H_2^{p,s} \\ \gamma_{p,s} &= \sqrt{\gamma^2 - \beta_{p,s}^2}, \quad \beta_3^2 = 2\gamma^2 - \beta_0^2, \quad A = (4\pi \beta_0^2)^{-1} \end{aligned}$$

4. Анализ результатов и построение полного решения. Для первых вступлений  $P$ - и  $S$ -волн в точку наблюдения из точных решений (3.31), (3.32) получаем следующие прифронтные асимптотики:

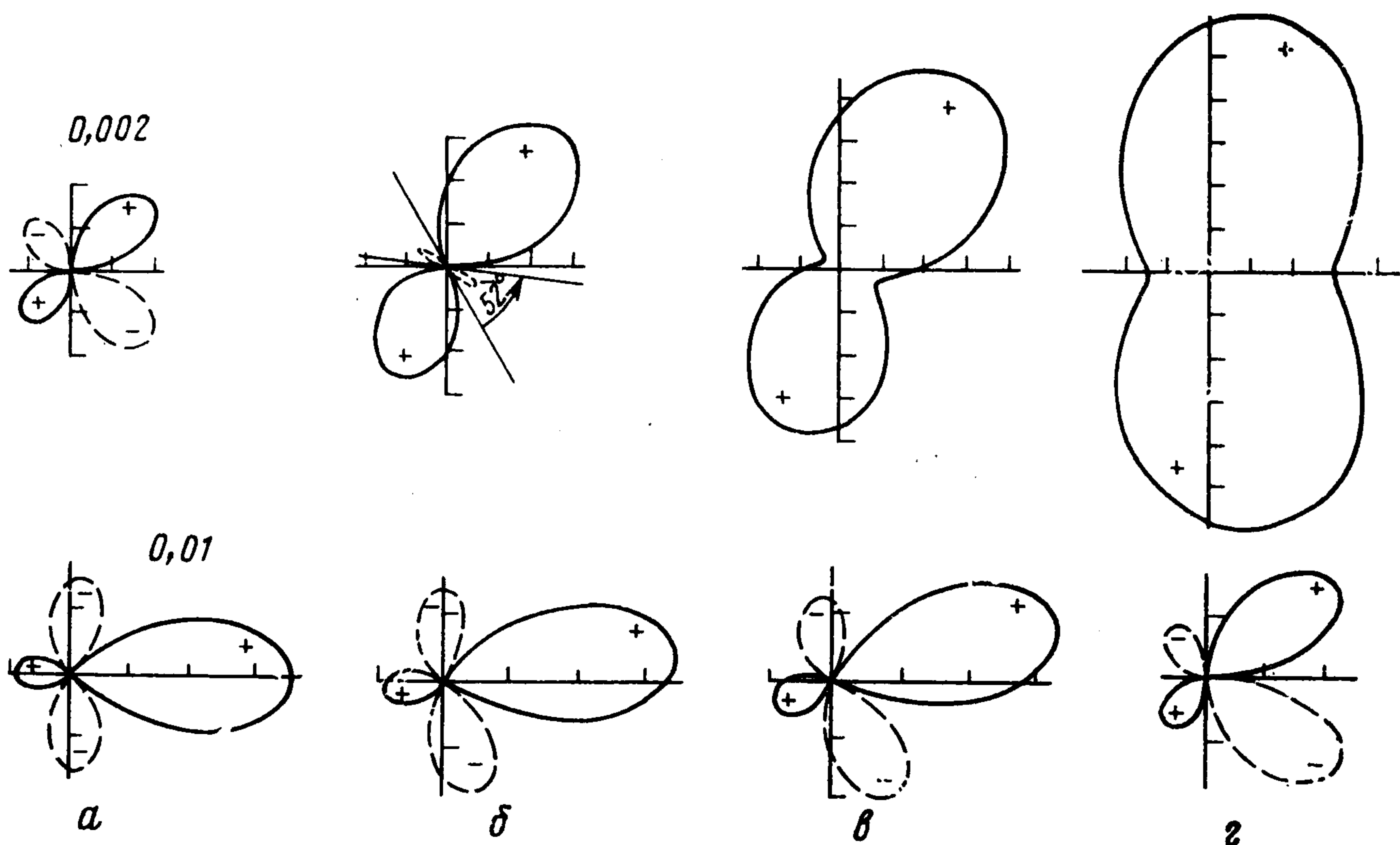
$$(4.1) \quad \begin{aligned} U^p &= A [B_x \sin 2\psi + B_y (\beta_0^2 - 2 \cos^2 \psi)] \frac{\sqrt{2} \sqrt{\tau_1 - 1}}{\gamma - \cos \psi} \times \\ &\times H(z) H(\tau_1 - 1) + A [2B_x v_x v_y + B_y (2v_y^2 + \beta_0^2 - 2) + \\ &+ 2B_z v_y v_z \frac{\tau - 1}{\gamma - v_x} H(\tau - 1) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
U^1 = & A [2B_x \cos 2\psi + B_y \sin 2\psi + 2B_z \sin \psi] \frac{\beta_0^{3/2} \sqrt{\tau_1 - \beta_0}}{\sqrt{2} (\gamma \beta_0^{-1} - \cos \psi)} \times \\
& \times H(z) H(\tau_1 - \beta_0) + A [B_x (v_x^2 - 4v_x^2 v_y^2 + v_y^2)^{1/2} + 2B_y v_y \times \\
& \times \sqrt{1 - v_y^2} + B_z (v_y^2 - 4v_y^2 v_z^2 + v_z^2)^{1/2}] \times \\
& \times \frac{\beta_0^2 (\tau - \beta_0)}{(\gamma - \beta_0 v_x) v_z} H(\tau - \beta_0)
\end{aligned}$$

Множители, стоящие перед единичными функциями  $H_{1,2}$  в точном решении (3.31), и первые слагаемые в асимптотических решениях (4.1) совпадают с точными решениями плоской задачи [1] и асимптотическими решениями [7] соответственно. Эта часть общего решения представляет собой цилиндрические волны, которые действуют в области  $z > 0$  и убывают обратно пропорционально корню квадратному из расстояния. Оставшаяся часть решения представляет собой сферические волны, создаваемые угловыми точками. Сферические волны существуют во всем пространстве, однако с ростом расстояния они затухают значительно быстрее, чем цилиндрические, а именно обратно пропорционально расстоянию. Следовательно, наибольшая часть информации об источнике, при больших  $R$ , будет содержаться в цилиндрических волнах, а для их анализа могут быть эффективно использованы решения плоских задач [1, 6, 7].

На фиг. 5 приведены диаграммы направленности излучения цилиндрических  $P$ -волн (верхний ряд) и  $S$ -волн (нижний ряд) при скорости вспарывания разрыва  $v_0 = 0,6C_s$  и разных значениях угла, который определяет величину отрывной и сдвиговой составляющих вектора перемещения на разрыве  $\psi_0 = \arctg(B_y/B_x)$ ,  $\psi_0 = 0, 20, 40, 90^\circ$  (диаграммы  $a - z$ ). Для чисто сдвигового разрыва  $\psi_0 = 0$  (фиг. 5,  $a$ ) характерно наличие двух взаимно перпендикулярных нодальных плоскостей (как для  $P$ -, так и для  $S$ -волн), в которых смещения отсутствуют и при переходе через которые меняется знак вектора перемещения.

Для чисто отрывного разрыва  $\psi_0 = 90^\circ$  (фиг. 5,  $z$ ) сейсмическое излучение в  $P$ -волнах по всем направлениям положительное, т. е. сжимающее. Как показано на фиг. 5,  $b, в$ , для сложного разрыва вид диаграмм направленности будет существенно зависеть от отношения нормальной и танген-



Фиг. 5

циальной составляющих вектора перемещения на разрыве. С ростом отрывной составляющей вектора перемещения на разрыве угол между двумя нодальными плоскостями в  $P$ -волнах будет уменьшаться, при  $\psi_0 = 30^\circ$  будет равен нулю, а при  $\psi_0 > 30^\circ$  первые вступления  $P$ -волн по всем направлениям будут иметь один и тот же знак, т. е. будет отсутствовать поквadrантное распределение знаков первых вступлений продольных волн. Для  $S$ -волн происходит поворот нодальных плоскостей на  $45^\circ$  при увеличении угла  $\psi$  от 0 до  $90^\circ$ . Для чисто отрывного разрыва диаграмма направленности сейсмического излучения для  $S$ -волн будет симметричной, а при наличии сдвиговой компоненты — асимметричной. Эти особенности диаграмм направленности сейсмического излучения могут быть положены в основу обработки сейсмологических наблюдений для выделения сложных очагов тектонических землетрясений.

Таким образом, правильное определение величин отрывной и сдвиговой составляющих вектора перемещения для сложного разрыва позволит улучшить точность определения механизмов и других динамических параметров очагов крупных тектонических землетрясений.

Следует отметить, что решения (3.31), (3.32) были получены при условии, что вектор  $\mathbf{B} = \text{const}$ . На основе линейности основных уравнений решение для произвольной зависимости вектора  $\mathbf{B}$  от времени  $\mathbf{B} = \mathbf{B}(t)$  можно получить при помощи интеграла Дюгамеля

$$(4.2) \quad \int_0^t \mathbf{B}(t - \tau) U^{p,s}(x, y, z, \tau) d\tau$$

где  $U^{p,s}$  — решения, определяемые соотношениями (3.43), (3.44).

Решения (3.31), (3.32) являются точными аналитическими решениями задачи о сложном разрушении (сдвиг с отрывом) четверти пространства при условии, что фронт разрушения распространяется с постоянной скоростью. На основании этих решений и ввиду линейности основных уравнений решение для прямоугольной площадки разрушения, один край которой распространяется с постоянной скоростью  $v_0$ , строится следующим образом.

Пусть  $U^{p,s}(x, y, z, v_0, t)$  — полный вектор перемещения, который строится на основании решений (3.31), (3.32). Тогда решение для прямоугольной площадки разрушения, ширина которой  $W_0$ , а длина  $L = v_0 t$ , имеет вид

$$(4.3) \quad U_1^{p,s} = U^{p,s}(x, y, z + 1/2 W_0, v_0 t) - U^{p,s}(x, y, z - 1/2 W_0, v_0 t)$$

Решение задачи, учитывающее остановку движущегося края разрыва в момент времени  $t = t_0$ , строится аналогично решению плоских задач в работах [1, 6, 7] и имеет вид

$$(4.4) \quad U_2^{p,s} = U_1^{p,s}(x, y, z, W_0, v_0, t) - U_1^{p,s}(x - v_0 t_0, y, z, W_0, v_0, t - t_0)$$

Используя принцип суперпозиции и построенное фундаментальное решение (4.4), можно построить общее решение задачи о произвольной системе сложных криволинейных разрывов, распространяющихся с переменными скоростями, и перейти к детальному количественному анализу высокочастотного сейсмического излучения.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Бьковцев А. С. Распространение сложных разрывов с кусочно-постоянными и переменными скоростями вдоль криволинейных и ветвящихся траекторий. — ПММ, 1986, т. 50, № 5, с. 804.
2. Аки К., Ричардс П. Количественная сейсмология: Теория и методы. М.: Мир, 1983, т. 1. 519 с.; т. 2, с. 525—880.
3. Das Z., Aki K. Fault plane with barriers: A versatile earthquake model. — J. Geophys. Res., 1977, v. 82, No. 36, p. 5658—5670.
4. Бьковцев А. С. Поле перемещений, создаваемое многократно распространяющейся и останавливающейся площадкой скольжения. — Механика деформируемых сред: Сб. статей. Куйбышев: Изд-е Куйбышев. ун-та, 1978, вып. 3, с. 78—102.

5. *Быковцев А. С., Черепанов Г. П.* Об одной модели очага тектонического землетрясения.— Докл. АН СССР (ДАН СССР), 1980, т. 251, № 6, с. 1353—1356.
6. *Быковцев А. С., Черепанов Г. П.* О моделировании очага землетрясения.— ПММ, 1980, т. 44, вып. 3, с. 557—564.
7. *Быковцев А. С.* О волновых полях, создаваемых распространяющимися дислокационными разрывами.— В кн.: Экспериментальная сейсмология в Узбекистане. Ташкент: Фан, 1983, с. 171—193.
8. *Haskell N. A.* Elastic displacement in the near-field of a propagating fault.— Bull. Seismol. Soc. America, 1969, v. 59, No. 2, p. 865—908.
9. *Костров Б. В.* Автомодельные задачи о распространении трещин касательного разрыва.— ПММ, 1964, т. 28, вып. 5, с. 889—898.
10. *Костров Б. В., Никитин Л. В.* Излучение упругих волн при разрыве сплошности упругой среды. Плоская задача.— Изв. АН СССР. Физика Земли, 1968, № 7, с. 32—40.
11. *Костров Б. В.* Упругие волны, сопровождающие распространение хрупкой трещины касательного разрыва.— Изв. АН СССР. Сер. геофиз., 1964, № 11, с. 1688—1692.
12. *Никитин Л. В., Одинцов В. Н.* Осесимметричная автомодельная динамическая задача о распространении трещины в упругой среде.— В кн.: Распространение упругих и упругопластических волн. (Материалы 5-го Всесоюз. симпоз.) Алма-Ата: Наука, 1973, с. 266—274.
13. *Richards P. G.* Dynamic motions near an earthquake fault: A threedimensional solution.— Bull. Seismol. Soc. America, 1976, v. 66, No. 1, p. 1—32.
14. *Richards P. G.* The dynamic field of a growing plane elliptical shear crack.— Intern. J. Solids and Struct., 1973, v. 9, No. 7, p. 843—861.
15. *Madariaga R.* The dynamic field of Haskell's rectangular dislocation fault model.— Bull. Seismol. Soc. America, 1978, v. 68, No. 4, p. 869—887.
16. *Cagniard L.* Reflection and refraction of progressive seismic waves. N. Y.: McGraw-Hill, 1962. 282 p.
17. *De Hoop A. T.* A modification of Cagniard's method for solving seismic pulse problems.— Appl. Scient. Res. Sect. B, 1959, v. 8, No. 4, p. 349—356.

Ташкент

Поступила в редакцию  
22.VII.1985