

УДК 531.01

К РЕЛЯТИВИСТСКОЙ ТЕОРИИ ПОЛЕТА РАКЕТЫ

Седов Л. И.

На основании макроскопического анализа показано, что при израсходовании всей массы ракеты для создания тяги можно получить в результате объекты, обладающие энергией, у которых масса отсутствует и которые движутся со скоростью света. Доказано, что процесс разгона подобных безмассовых объектов может осуществляться за конечное время с точки зрения наблюдателя. Огромную звездную светимость квазаров и некоторых струйных движений, наблюдаемых в далеком космосе, можно объяснить за счет продуцирования безмассовых излучений при внутренних движениях, связанных с выделением больших энергий внутри звезд.

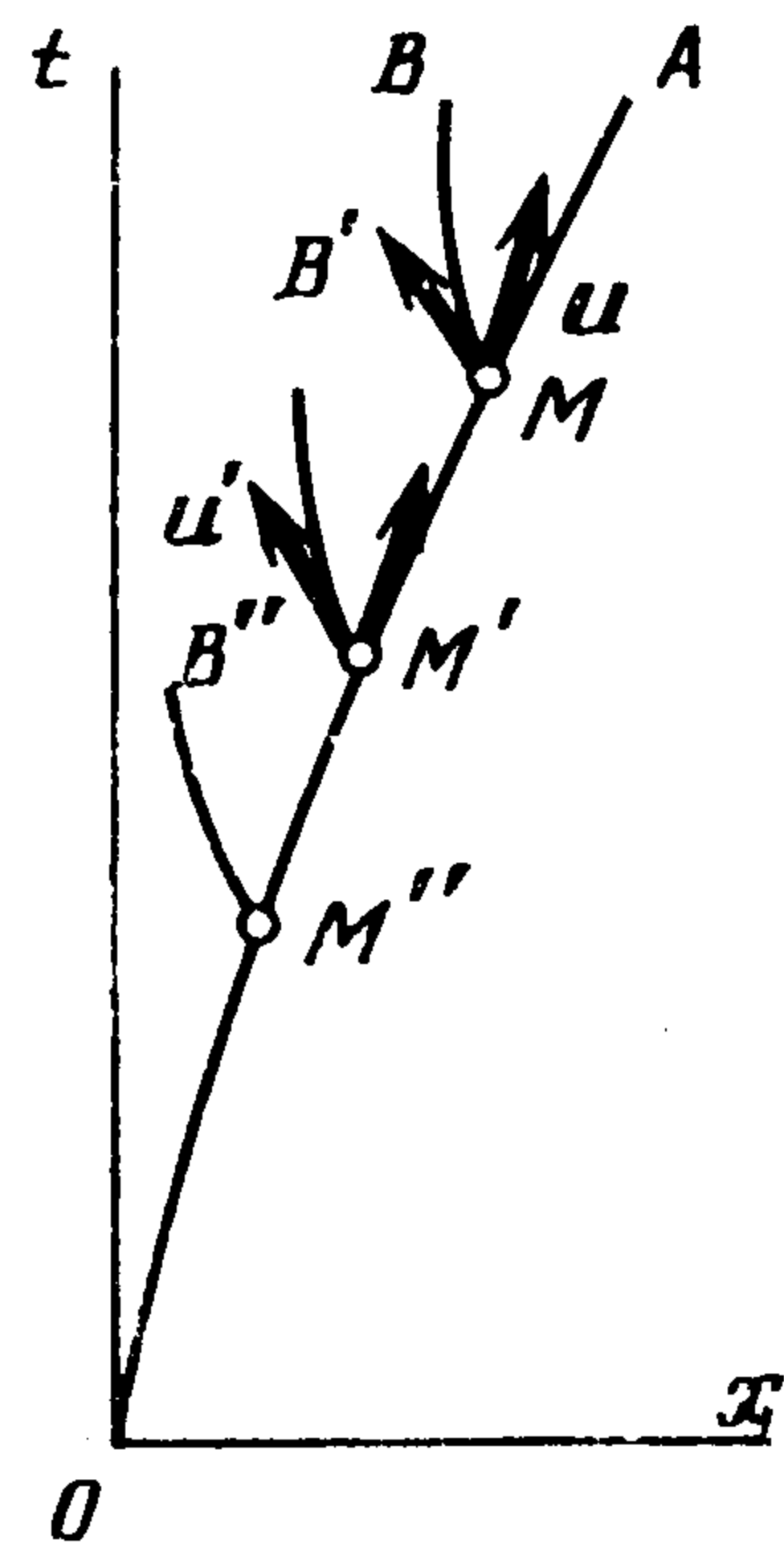
Исследованиям движения ракет с учетом релятивистских эффектов посвящен ряд работ. Одной из первых была работа Акерета [1], затем Зенгера [2], другие авторы в основных принципах в значительной степени опирались на эти работы. Следует обратить внимание, что в некоторых работах авторы пользуются сверхсветовыми относительными скоростями отбрасываемых масс, что недопустимо.

В работах Зенгера дана подробная теория обитаемых релятивистских ракет с экипажами на борту с учетом поступления в ракету встречных космических масс, используемых в качестве источников энергии в реактивных двигателях типа прямоточных.

Ниже изучаются предельные соотношения для движений необитаемых ракет, когда их расходуемая масса покоя стремится к нулю.

Характерная особенность движения ракет связана с отбрасыванием принадлежащей им массы и создания, таким образом, тяги, позволяющей осуществлять старт и разгон ракет со значительным увеличением относительно фиксированного наблюдателя скорости их полета.

На фигуре представлена схематически мировая линия ракеты в декартовой инерциальной системе отсчета наблюдателя xt . Некоторое произвольно взятое положение ракеты обозначено M ; $M''B''$, $M'B'$, MV — элементы мировых линий для отбрасываемых бесконечно малых масс $|\Delta m^k|$ при помощи ракетных двигателей, а u_k' — их начальная четырехмерная скорость (скорость истечения газов из сопел двигателя). В общем случае естественно считать, что дальнейшее движение отброшенных масс по мировым линиям MV не может оказать влияния на движение ракеты M , но свойства начального вектора u_k' очень важны.



Обозначим $P = m_0 u$ четырехмерный вектор количества движения ракеты с массой покоя m_0 в данный момент собственного времени t^* , так как разность $P(t^* + dt^*) - P(t^*)$ в значительной степени определяется уносом от ракеты количества движения масс $-\Delta m_k$, выбрасываемых ракетным двигателем с разными скоростями u_k' ($k = 1, 2, \dots$), вообще говоря, в различных направлениях.

Для изменения начального суммарного импульса $m_0 u = P$ ракеты с учетом импульсов, уносимых массами Δm_k , отбрасываемыми за время Δt^* , в локальной инерциальной собственной системе отсчета в точке M , взятой на мировой линии OA ракеты, можно записать

$$(1) \quad \frac{dP}{dt^*} = \frac{dm u}{dt^*} = m \frac{du}{dt^*} - \sum_k \frac{dm_k}{dt^*} w_k = G, \quad dm = - \sum_k |dm_k|$$

Здесь w_k — соответствующие относительные к ракете скорости, вообще говоря, различные по величине и по направлениям отбрасываемых масс dm_k , G — суммарная внешняя сила, приложенная к ракете и обусловленная гравитацией и силами взаимодействия ракеты с внешней средой и полями, в которых движется ракета. Дифференциал dt^* — скалярная величина, равная приращению собственного времени ракеты.

Из равенства (1), в котором принято, что во всех точках траектории ракеты OA , $Q = Q' u = 0$, где Q' — притоки внутренней не механической энергии, следует, что векторы скоростей w_k имеют пространственную природу, так же как и вектор ускорения ракеты du/dt^* , если воздействие внешней среды на ракету представлено так же, только вектором трехмерной пространственной внешней силы G .

Движущиеся элементы массы $| \Delta m_k |$ в рассматриваемый момент времени t^* резко изменяют направление своей скорости (в пределе для материальной точки — скачком) от четырехмерной скорости u до четырехмерной скорости u_k' . Перенесем члены

$$- \sum_k \frac{dm_k}{dt^*} w_k$$

из левой части уравнения (1) в правую. Если на ракете действуют несколько двигателей, то справа получим вектор

$$R = \frac{dm_1}{dt^*} w_1 + \frac{dm_2}{dt^*} w_2 + \dots$$

который можно рассматривать как реактивную силу, обусловленную в пределе ударным изменением $dm < 0$ общего количества движения массы m при ее отбрасывании (или, когда массы налипают на тело, $dm_k > 0$).

Согласно равенству (1), общая локальная форма уравнения для криволинейного движения ракеты в собственной системе K^* имеет вид

$$(2) \quad m_0 \frac{du}{dt^*} = \sum_k \frac{dm_k}{dt^*} w_k + G$$

где m_0 — текущая переменная масса покоя. Преобразование массы покоя m_0 в энергию, в частности в электромагнитную, или обратный процесс могут происходить при помощи различных механизмов. Здесь обращаем внимание на осуществление подобных процессов при движении ракеты. В частности, в качестве модельных примеров физических безмассовых объектов частиц, обладающих энергией, можно указать на понятия нейтрино или фотона, которые вводятся и рассматриваются в физике.

Для малых тел ракеты в ньютоновской механике воспользуемся моделью материальной точки, которую наделим массой и энергией. Ниже подразумевается, что полная энергия ракеты как материальной точки складывается из энергии, равной кинетической энергии $m_0 v^2/2$ по отношению к наблюдателю, и внутренней энергии — тепловой, электромагнитной, химической или ядерной, которые могут трансформироваться в себе сто-

роны с механической энергией. Под влиянием некоторых физически допустимых внутренних процессов в моделируемом теле может происходить по некоторым заданным законам выброс масс и энергии из тела или присоединение к телу движущихся в пространстве масс и излучений, встречающихся с телом.

Таким образом можно строить теорию движения ракет как материальных точек, для которых масса и энергия изменяются закономерно заданными способами (как результаты внешних влияний, определяемых из дополнительных условий) при соблюдении всех остальных механических законов как в ньютоновской механике, так и в теориях относительности.

Важно, что в основном уравнении движения (2) для точки могут присутствовать задаваемые векторы реактивных сил, определяемых относительно к ракете трехмерными скоростями отбрасываемых или присоединяемых к ракете масс или энергий.

Как известно, в соответствии с основаниями теорий относительности скорости w_k не могут превышать скорость света, рассчитанную в локальных собственных инерциальных системах отсчета для точки M , поэтому $|w_k| \leq c = 3 \cdot 10^{10}$ см/с.

Далее ограничимся рассмотрением примера прямолинейного движения ракеты вдоль оси x в глобальной инерциальной системе наблюдателя tx в ньютоновской механике и в специальной теории относительности (фигура) в простом примере, когда $G = 0$ и имеется только одна скорость $w_1 = w$, с которой отбрасываются назад части dm_0 массы покоя ракеты. В этом случае уравнение (2) можно записать в виде

$$(3) \quad m_0 a = (dm_0/dt^*) w = R$$

где R — реактивная сила. Из равенства (3), в частности, видно, что равные векторы $m_0 a$ и $(dm_0/dt^*) w$ имеют равные компоненты в любых базисных тетрадах.

В любой системе координат, в частности, в глобальной инерциальной системе координат K_0 наблюдателя (x, t) , уравнение (3) для общего криволинейного пространственного движения можно записать в виде

$$(4) \quad m_0 \frac{d^2 x^i}{dt^{*2}} = \frac{dm_0}{dt^*} w_{x^i} = R_{x^i}$$

Здесь m_0 , dt^* и $dm_0/dt^* < 0$ — скаляры. Очевидно, что соотношение (4) имеет одинаковый вид как в СТО, так и в ньютоновской механике, если отождествить собственное время t^* с абсолютным временем по Ньютону. Последующие выводы вполне аналогичны получению известной формулы К. Э. Циолковского в ньютоновской механике.

Прямолинейное движение ракеты вдоль оси x регулируется одним скалярным глобальным уравнением из (4) с индексом $i = 1$, в котором нужно еще учесть, что полное ускорение и скорость w направлены по оси x , а $w_x = -w$, где $w = |w|$, так как при $a_x > 0$ произведение $(dm_0/dt^*) w_x > > 0$, а проекция силы тяги на ось x равна

$$(5) \quad m_0 \frac{d}{dt^*} \frac{dx}{dt^*} = - \frac{dm_0}{dt^*} w = R \quad (R > 0)$$

Физическую величину скорости $w(m_0)$ истечения газа относительно ракеты можно задавать различным образом — в зависимости от типа и режима работы ракетного двигателя, что связано с внутренними процессами внутри ракеты.

Рассмотрим сначала движение ракеты согласно уравнению (5) в ньютоновской механике, когда t^* — абсолютное время, $dx^*/dt = v$ — скорость относительно наблюдателя, а $w(m_0)$ — заданная функция, характеризующая работу ракетного двигателя. Имеем $m_0 dv = -w dm_0$ и уравнение баланса масс, отбрасываемых назад

$$(6) \quad dm/dt = -kw$$

где k — параметр, характеризующий свойство ракетного двигателя. Из (6), когда $v = 0$, $m_0 = m_{00}$ при $t = 0$ и $kw = \text{const}$, получим

$$(7) \quad v = -w \ln \frac{m_0}{m_{00}}, \quad t = \frac{m_{00} - m_0}{kw}$$

Для кинетической энергии ракеты и ее полной переменной энергии E , равной работе реактивной силы тяги на перемещениях ракеты, верны формулы

$$(8) \quad \frac{m_0 v^2}{2} = \frac{w^2}{2} m_0 \ln^2 \frac{m_0}{m_{00}}$$

$$(9) \quad E = \int_0^x R dx = \int_0^t Rv dt = \frac{m_0 v^2}{2} + \int_{m_0}^{m_{00}} \frac{v^2}{2} dm_0$$

Из формул (7)–(9) найдем, что при $m_0 \rightarrow 0$ верны следующие предельные выводы:

$$(10) \quad v \rightarrow +\infty, \quad \frac{m_0 v^2}{2} \rightarrow 0, \quad E \rightarrow \frac{w^2}{2} \int_0^{m_{00}} \ln^2 \frac{m_0}{m_{00}} dm_0 > 0$$

Таким образом, в ньютоновской механике скорость подвижной точки как физического объекта стремится к бесконечности, кинетическая энергия становится равной нулю, а полная энергия этого объекта получается конечной и отличной от нуля.

Отличие от нуля энергии точки M ($\lim E \neq 0$ при $m_0 \rightarrow 0$) получается за счет притока энергии от трансформации начальной энергии частично в энергию отброшенных масс и от различного рода энергетических трансформаций в системе ракетных двигателей и частично за счет возвращения начальной энергии E_0 в энергию разгоняемой части ракеты через работу силы тяги.

Рассмотрим движение ракеты при наличии релятивистских эффектов в системе отсчета наблюдателя xt вдоль оси x . В каждой точке псевдориманова пространства, в частности в точках этой прямой, определены ортонормированные тетрады системы отсчета K_0 для наблюдателя [с постоянными базисами \mathcal{E}_i]. Наряду с системой наблюдателя в каждой точке оси x можно ввести еще локально собственную инерциальную тетраду как систему отсчета K_* с различными в каждой точке ортонормированными базисами \mathcal{E}_i^* . Для любого бесконечно малого вектора $d\mathbf{r}$ можно записать

$$(11) \quad d\mathbf{r} = dl^i \mathcal{E}_i = dl^{*i} \mathcal{E}_i^*$$

Компоненты $d\mathbf{r}$ в K_0 и K_* в формуле (11) при соответствующих базисах \mathcal{E}_4 и \mathcal{E}_4^* обозначим cdt и cdt^* , а при \mathcal{E}_1 и \mathcal{E}_1^* — dl и dl^* и в соответствии с постановкой задачи получим, что компоненты $d\mathbf{r}$ при \mathcal{E}_2 , \mathcal{E}_2^* и \mathcal{E}_3 , \mathcal{E}_3^* равны нулю.

Очевидно, что dt и dt^* — это приращения времени наблюдателя и собственного времени движущейся ракеты по часам, связанным неизменно с инерциальными тетрадами K_0 и K_* .

В каждой точке M мировой линии ракеты компоненты dr в формуле (11) в базисах \mathcal{E}_i и \mathcal{E}_i^* геометрически связаны преобразованием, которое не зависит от того, постоянны эти компоненты или переменны. Соответствующее преобразование является преобразованием Лоренца, определяемое, однако, только через трехмерную переменную поступательную скорость $v = dx/dt$ в системе наблюдателя. В принятой постановке задачи о движении ракеты как материальной точки M (фигура) такое преобразование имеет вид

$$dx = \frac{dx^* + v dt^*}{\sqrt{1 - v^2/c^2}}, \quad c dt = \frac{c dt^* + (v/c) dx^*}{\sqrt{1 - v^2/c^2}}$$

$$dx^{*2} = dx^2, \quad dx^{*3} = dx^3$$

Из этих формул получается, что приращения показаний на часах ракеты dt^* и на часах наблюдателя dt при $dt^* = 0$ связаны равенствами

$$(12) \quad dt^* = dt \sqrt{1 - v^2/c^2}, \quad v = dx/dt$$

а длины dx^* и dx при $dt^* = dt = 0$ — равенством

$$(13) \quad dx^* = dx \sqrt{1 - v^2/c^2}$$

Уравнение (5) в окончательном виде после замены $dt^* = dt \sqrt{1 - v^2/c^2}$ можно записать так:

$$(14) \quad -d \frac{v}{\sqrt{1 - v^2/c^2}} = \frac{dm_0}{m_0} w(m_0)$$

(Учет релятивизма осуществляется именно путем этой замены, в результате чего получается, что роль бесконечной скорости ракеты в ньютоновской механике заменяется через скорость света в релятивистской механике.)

Наряду с равенством (11) в каждом положении ракеты в общем случае можно ввести векторы, имеющие размерность скорости: dr/dt и dr/dt^* . Таким путем при помощи компонент dl^* , dl , dt^* и dt можно ввести четыре компоненты для двух трехмерных векторов, когда трехмерная составляющая вектора dr направлена вдоль пространственной оси мировой линии ракеты

$$(15) \quad w_*^* = \frac{dl^*}{dt^*}, \quad w^* = \frac{dl^*}{dt}, \quad w_* = \frac{dl}{dt^*}, \quad w = \frac{dl}{dt}$$

На основании формул (12) — (15) следует:

$$(16) \quad \text{А } w_*^* = w, \text{ если } w = c, \text{ то и } w_*^* = c$$

$$\text{В } w^* = w \sqrt{1 - v^2/c^2} \text{ (при } w^* > c \sqrt{1 - v^2/c^2} \text{ и } w_*^* > c)$$

$$\text{С } w_* = \frac{w}{\sqrt{1 - v^2/c^2}}$$

Очевидно, что компоненты $w_*^* = w$ или $dl^*/dt^* = dl/dt$, представляют собой скорость истечения рабочей среды в собственной системе отсчета и точно равны по величине скорости истечения w рабочей среды с точки зрения наблюдателя, поэтому в пределе при $dt^* \rightarrow 0$ для фотонной ракеты $w = c$ и $w_*^* = c$.

Отметим, что величины $w = w_*^*$ представляют собой физическую характеристику работы ракетного двигателя, его устройства и регулирования, что обязательно необходимо задавать в расчетах движения ракеты.

Важно и полезно отметить, что в собственной тетраде $w_*^* = -w_*^* \mathcal{E}_1^*$, а в системе наблюдателя $w = -w \mathcal{E}_1$. Следовательно, равенство А в общем случае верно только в компонентах.

Переход от w_*^* к w происходит не только за счет преобразования Лоренца, но еще и за счет перехода от dt^* в собственной системе отсчета K_* к dt в системе наблюдателя K_0 .

Как сказано выше, именно скорость w_*^* имеет физический смысл в уравнении расхода масс топлива, именно она характеризует режим работы ракетного двигателя и ее целесообразно задавать как существенный параметр в формуле для тяги (4), записанной в собственной тетраде.

С математической точки зрения скорости

$$(17) \quad w_*^*, w, w^*, w_*$$

в функции от m_0 и v можно задавать подходящими и различными, что приводит к равносильным проблемам. Соответствующие зависимости от выбора наблюдателя и от режимов работы двигателя и определяют законы движения ракеты. В то же время скорости $w_*^* = w(m_0)$ зависят только от режима движения ракеты. К этому полезно добавить, что все скорости в перечне (17) могут быть переменными.

В формуле Акерета нереалистически подразумевается, что $w^* = \text{const}$, и, по видимому, рассмотрен даже случай, когда $w^* = c$. Ясно, что в зависимости от выбора функций (7), (17), которые фигурируют в равенствах (16), можно дать расчет движения ракеты. Однако с динамической точки зрения расчеты, при которых нарушается неравенство $w_*^* \leq c$, нельзя признать реалистическими (см. случай В).

Следует учитывать, что закон изменения расхода массы в сопутствующей системе, как и в ньютоновской механике, регулируется равенством

$$(18) \quad dm_0/dt^* = -kw(m_0)$$

Решение уравнения (14) можно начать при помощи квадратуры; если при $t = 0$ (на старте ракеты) имеем $v = 0$ и $m_0 = m_{00}$, то

$$(19) \quad -\frac{v}{\sqrt{1-v^2/c^2}} = \int_{m_{00}}^{m_0} \frac{dm_0}{m_0} w(m_0)$$

Для вычисления интеграла справа необходимо задать в общем случае функционал $w(m_0)$, а в случае прямолинейного движения ракеты — просто функцию $w(m_0)$.

Рассмотрим два типичных примера.

1°. Фотонная ракета (масса dm_0 предварительно превращается в излучение, отбрасываемое с постоянной скоростью c , равной скорости света). В этом случае после интегрирования из (19) получаем

$$(20) \quad -\frac{v/c}{\sqrt{1-v^2/c^2}} = \ln \frac{m_0}{m_{00}}, \quad \text{или } m_0 = m_{00} \exp \left[-\frac{v/c}{\sqrt{1-v^2/c^2}} \right]$$

Из (20) следует, что при $v = 0$ $m_0 = m_{00}$, а при $v = c$ $m_0 = 0$. Для вычисления времен t^* или t полета ракеты от значений $v = 0$ до $v = c$ необходимо использовать уравнения (18) и равенство (12), в котором коэффициент $k(m_0)$ — характеристика ракетного двигателя, связанного с его устройством. При $k = \text{const}$ в результате получим крайне простые формулы при $w = c$. В этом случае имеем

$$(21) \quad t^* = -\frac{1}{kc} \int_{m_{00}}^0 dm_0 = \frac{m_{00}}{kc}$$

$$(22) \quad \bar{t} = -\frac{1}{kc} \int_{m_{00}}^0 \frac{dm_0}{\sqrt{1-\lambda^2}} = \frac{m_{00}}{kc} \int_0^1 \exp \left(-\frac{\lambda}{\sqrt{1-\lambda^2}} \right) \frac{d\lambda}{1-\lambda^2}, \quad \lambda = \frac{v}{c}$$

Очевидно, что величины t^* и t конечны. Следовательно, после расходования всей массы ракета достигает скорости света c . Затем ракета превратится в объект с массой $m_0 = 0$, который будет продолжать двигаться прямолинейно вдоль оси x со скоростью света при $R = 0$ и $dt^* = 0$. Энергия этого объекта будет равной работе силы тяги, которая равна R в собственной тетраде, а ее величина в системе наблюдателя на оси x равна $R/\sqrt{1 - v^2/c^2}$. За время разгона ее работа представится интегралом

$$(23) \quad E = \int_0^{\bar{t}} \frac{Rv dt}{\sqrt{1 - v^2/c^2}} = -m_{00}c^2 \int_{m_0}^0 \frac{\lambda dm_0}{\sqrt{1 - \lambda^2}} = \\ = m_{00}c^2 \int \exp\left(\frac{-\lambda}{\sqrt{1 - \lambda^2}}\right) \frac{\lambda d\lambda}{(1 - \lambda^2)^{3/2}}$$

Таким образом, в рамках классической релятивистской механики с помощью фотонной ракеты можно получить объект — элементарную частицу с большой энергией, пропорциональной m_{00} и равной E . Можно показать, что при переменных $k(m_0) \neq \text{const}$ сделанные выше основные качественные выводы сохраняют свою силу. Если рассмотреть ракету, на которую кроме тяги действует еще реактивный момент также за счет расхода массы, то можно получить элементарный объект — частицу с очень большой энергией и моментом.

2°. Рассмотрим аналогичное движение ракеты в соответствии с фигурой, для которого в формуле (19) скорость $w(m_0) \leq c$, но при $m_0 = 0$ выполняется равенство $w(0) = c$. При произвольном законе изменения $w(m_0)$ вместо формул (20) — (23) получим

$$(24) \quad -\frac{\lambda}{\sqrt{1 - \lambda^2}} = \int_{m_{00}}^m \frac{dm_0}{m_0} \cdot \frac{w(m_0)}{c} \\ t^* = - \int_{m_{00}}^0 \frac{dm_0}{w(m_0)k(m_0)}, \quad \bar{t} = - \int_{m_{00}}^0 \frac{dm_0}{\sqrt{1 - \lambda^2(m_0)}} \cdot \frac{1}{w(m_0)k(m_0)} \\ E = -m_{00}c^2 \int_{m_{00}}^0 \frac{\lambda w(m_0) dm_0}{\sqrt{1 - \lambda^2}}$$

Выбором функции $w(m_0) < c$ можно обеспечить сходимость определенных интегралов в последних трех формулах при $\lambda \rightarrow 1$ и, следовательно, достижимость скорости света объектом, получающимся из ракеты. Возможность реализации такого рода закона выбрасываемой массы из ракеты на практике проблематична. Однако в теории движения континуумов на их границах получение подобных эффектов нельзя исключать.

Таким образом показано, что регулированием скорости истечения w в принципе возможен разгон ракеты до скорости света, происходящий за конечное время в системе наблюдателя. В результате для любого наблюдателя возникает объект, подобный фотону, обладающий энергией, движущийся со скоростью света и с массой, равной нулю.

По-видимому, описанный механизм разгона массы и образования — рождения соответствующих безмассовых объектов, движущихся со скоростью света, в природе может реализоваться при мощных взрывах и различных катаклизмах, связанных с эволюциями звезд и с разного рода струйными течениями, наблюдаемыми в космосе.

Как известно, в общей теории относительности материальная точка в свободном полете движется по геодезической, причем это свойство сохраняется и в том случае, когда точка излучает энергию изотропным образом за счет уменьшения массы покоя. Например, в поле Шварцшильда можно принять, что в пустоте материальная точка с малой массой, отпущенная без начальной пространственной скорости $v_0 = 0$, будет падать по геодезической и за конечное собственное время t^* может истратить излучением всю свою массу m_0 , достигнуть и пересечь пространственную сферу горизонта (границу черных дыр). Но с точки зрения времени наблюдателя, взятого в фиксированной точке геодезической мировой линии, соответствующее значение величины времени (времени наблюдателя t) будет расти неограниченно до бесконечности, когда материальная точка приближается к горизонту, где скорость становится равной скорости света c .

Очевидно, что при наличии внешней силы G , направленной к границе черной дыры и ускоряющей материальную точку в ее движении к черной дыре, время наблюдателя t достижения материальной точкой границы черной дыры может стать конечным. Выше было показано, что для ракеты роль такой силы G может выполнять ракетная тяга за счет соответствующего отбрасывания ее полной массы m_{00} назад.

Преыдушие вычисления произведены в рамках идеальной теории движения ракеты как материальной точки. При более детальном анализе ускорений в распределенной ракетной массе потребуются учесть возможные балансы трансформации работы от распределенных сил тяги, связанные с устройствами самой ракеты, в которой могут осуществляться различного рода физико-химические процессы, сопровождаемые рассеянием энергии в окружающей среде, и от переноса энергии в отбрасываемых массах.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Ackeret J.* Zur Theorie der Raketen.— *Helv. phys. acta*, 1946, t. 19, No. 2, p. 103—112.
2. *Sanger E.* Zur Mechanik der Photonen — Strahlantriebe. Munchen: Oldenbourg.— Рус. перев.: М.: Изд-во иностр. лит., 1958. 92 S.

Москва

Поступила в редакцию
27.III.1986