Прикладная математика и механика. Том 50, вып. 6, 1986

УДК 539.3

О НЕКОТОРОМ ДОПОЛНЕНИИ К ТЕОРИИ ОДНОГО СИНГУЛЯРНОГО ИНТЕГРАЛЬНОГО УРАВНЕНИЯ

Шерман Д. И.

Даются некоторые дополнения к теории сингулярного интегрального уравнения [1], встречающегося в некоторых вопросах теории потенциала и в соответственно усложненном виде в двумерной теории упругости.

1. Рассматривается сингулярное интегральное уравнение

$$\frac{1}{\pi i}\int_\gamma \omega(t)\left[\frac{1}{t-t_0}-\lambda\frac{1}{t-\rho^2/t_0}\right]dt=f(t_0),\quad -\rho\leqslant t_0\leqslant\rho,\quad -1<\lambda<1 \tag{1.1}$$

где свободный член $f(t)$ — любая произвольно задаваемая гельдерова функция на замкнутом вещественном отрезке γ $(-\rho\leqslant t\leqslant\rho)$. Одно из его решений таково:

$$\omega(t_0)=\frac{1}{2\pi i}\int_\gamma f(t)\chi(\alpha;t,t_0)\left[\frac{1}{t-t_0}-\frac{1}{t-\rho^2/t_0}\right]dt \tag{1.2}$$

$$\chi(\alpha;t,t_0)=\left(\frac{\rho-t_0}{-\rho-t_0}\right)^{\alpha}\left(\frac{\rho-t}{-\rho-t}\right)^{-\alpha}+\left(\frac{\rho-t_0}{-\rho-t_0}\right)^{-\alpha}\left(\frac{\rho-t}{-\rho-t}\right)^{\alpha}$$

$$\alpha=1-\theta/\pi,\quad \lambda=\cos\theta\quad(0<\theta<\pi)$$

Однако величина $\omega(t_0)$, даваемая (1.2), будет подлинным решением уравнения (1.1), непрерывным на замкнутом интервале $-\rho\leqslant t\leqslant\rho$ и принимающим нулевые значения на его концах $t=\pm\rho$, если свободный член подчинен дополнительному интегральному условию

$$\Lambda[f(t);\alpha]=\frac{1}{2\pi i}\int_\gamma\left[e^{-\pi i\alpha}\left(\frac{\rho-t}{-\rho-t}\right)^{\alpha}-e^{\pi i\alpha}\left(\frac{\rho-t}{-\rho-t}\right)^{-\alpha}\right]\frac{f(t)}{t}dt=0 \tag{1.3}$$

Между тем другое решение того же уравнения (1.1), обладающее интегрируемыми особенностями в концах $t=\pm\rho$ и справедливое для любого свободного члена $f(t)$, имеет следующий более сложный вид:

$$\mu(t_0)=\frac{1}{2\pi i}\int_\gamma f(t)\chi\left(\frac{\theta}{\pi};t,t_0\right)\left(\frac{1}{t-t_0}+\frac{1}{t-\rho^2/t_0}\right)dt\mp$$
$$\mp e^{\pm i\theta}\left(\frac{\rho-t_0}{-\rho-t_0}\right)^{\mp\theta/\pi}\Lambda\left[f(t);\frac{\theta}{\pi}\right]+2i\sin\theta\times$$
$$\times B(\vartheta)\left[e^{-i\theta}\left(\frac{\rho-t_0}{-\rho-t_0}\right)^{\theta/\pi}+e^{i\theta}\left(\frac{\rho-t_0}{-\rho-t_0}\right)^{-\theta/\pi}\right],\quad -\rho<t_0<\rho \tag{1.4}$$

Заметим, что двучлен в квадратных скобках с произвольным постоянным множителем $B(\theta)$ служит решением однородного уравнения (1.1) (при $f(t_0)=0$).

Если свободный член $f(t_0)$ уравнения (1.1) удовлетворяет условию (1.3), то решения (1.2) и (1.4) могут различаться между собой лишь на некоторое решение однородного уравнения (1.1).

2. Изучим входящие в формулы (1.2) и (1.4) дробно-линейные степенные функции. Займемся разложением первой из них (в окрестности уда-

ленной части области) по неположительным степеням аффикса z. Как ясно, для переменного z, по модулю превосходящего величину ρ, имеет место разложение (звездочка сверху к символу второй суммы указывает, что в ней смежные значения индекса ν различаются между собой на две единицы)

$$(2.1)\qquad \left(\frac{\rho-z}{-\rho-z}\right)^{\pm\alpha}=\sum_{k=0}^{\infty}\frac{(\pm\alpha)^k}{k!}r^k(z),$$

$$r(z)=\ln\frac{\rho-z}{-\rho-z}=-2\frac{\rho}{z}\sum_{\nu=0}^{\infty}{}^{*}\frac{1}{1+\nu}\left(\frac{\rho}{z}\right)^{\nu}$$

Оно приводит к такому виду:

$$(2.2)\qquad \left(\frac{\rho-z}{-\rho-z}\right)^{\pm\alpha}=p\left(\alpha^2;\frac{\rho}{z}\right)\pm\alpha q\left(\alpha^2;\frac{\rho}{z}\right)$$

в котором компоненты, в свою очередь, задаются разложениями ($a_n(\alpha^2)$ — указываемые далее величины)

$$(2.3)\qquad p\left(\alpha^2;\frac{\rho}{z}\right)=\sum_{\nu=0}^{\infty}a_{2\nu}(\alpha^2)\left(\frac{\rho}{z}\right)^{2\nu},\quad q\left(\alpha^2;\frac{\rho}{z}\right)=\sum_{\nu=0}^{\infty}a_{2\nu+1}(\alpha^2)\left(\frac{\rho}{z}\right)^{2\nu+1}$$

На основе вспомогательных соотношений (коэффициенты в них в соответствии с (2.1) сравнительно легко подсчитываются)

$$(2.4)\qquad r^k(z)=(-2)^k\left(\frac{\rho}{z}\right)^k\sum_{\nu=0}^{\infty}{}^{*}b_\nu^{(k)}\left(\frac{\rho}{z}\right)^{\nu}\quad(k=1,2,\ldots),\qquad b_\nu^{(1)}=\frac{1}{1+\nu}$$

исходная формула (2.1) элементарным образом преобразуется в следующую парную сумму (индекс ν принимает значения одинаковой четности с k):

$$\left(\frac{\rho-z}{-\rho-z}\right)^{\pm\alpha}=\sum_{k=0}^{\infty}(-2)^k\frac{(\pm\alpha)^k}{k!}\sum_{\nu=k}^{\infty}{}^{*}b_{\nu-k}^{(k)}\left(\frac{\rho}{z}\right)^{\nu}$$

Поменяв в ней местами порядок суммирования, придем к разложению

$$\left(\frac{\rho-z}{-\rho-z}\right)^{\pm\alpha}=\sum_{\nu=0}^{\infty}\left(\frac{\rho}{z}\right)^{\nu}\sum_{k=0,1}^{\nu}{}^{*}\frac{(\pm\alpha)^k}{k!}(-2)^k b_{\nu-k}^{(k)}$$

Очевидно, здесь значения индекса k (по которому ведется внутреннее суммирование) берутся одинаковой четности с ν. Расчленяя это разложение в соответствии с формулой (2.3), получим

$$a_{2\nu}(\alpha^2)=\sum_{k=0}^{\nu}(-2)^{2k}\frac{\alpha^{2k}}{2k!}b_{2(\nu-k)}^{(2k)},\qquad a_{2\nu+1}(\alpha^2)=\sum_{k=0}^{\nu}(-2)^{2k+1}\frac{\alpha^{2k}}{(2k+1)!}b_{2(\nu-k)}^{(2k+1)}$$

Приняв затем обозначения

$$c_{\alpha\nu}^{\pm}(\alpha^2)=c_{2\nu}(\alpha)=a_{2\nu}(\alpha^2),\quad c_{2\nu+1}^{\pm}(\alpha)=\pm\alpha a_{2\nu+1}(\alpha^2)$$

придадим той же записи (2.2) следующий вид:

$$(2.5)\qquad \left(\frac{\rho-z}{-\rho-z}\right)^{\pm\alpha}=\sum_{\nu=0}^{\infty}c_\nu^{\pm}(\alpha)\left(\frac{\rho}{z}\right)^{\nu}$$

Подсчет нужных коэффициентов $a_\nu(\alpha^2)$ требует знания подходящих из величин $b_m^{(n)}$; для нахождения последних легко вывести элементарную рекуррентную формулу. Для этого введем регулярную в круге $|z|<1$ функцию

$$h(z)=\int_{-R}^{-1}\frac{dt}{t-z}+\int_{1}^{R}\frac{dt}{t-z}\quad \text{при}\quad R\to\infty$$

Она может быть дана в адэкватной записи

$$h(z)=-\ln\frac{1-z}{1+z}=2z\sum_{\nu=0}^{\infty}{}^{*}\frac{z^{\nu}}{1+\nu} \tag{2.6}$$

Отсюда сразу вытекает, что коэффициенты в (2.4) представимы в интегральной форме

$$(-2)^k_\nu b_\nu^{(k)}=\frac{1}{2\pi i}\int_{\gamma}\ln^k\frac{1-z}{1+z}\frac{dz}{z^{k+\nu+1}};\quad k=1,2,\ldots;\quad \nu=0,2,4,.. \tag{2.7}$$

где γ — какой-либо замкнутый контур, ограничивающий некоторую окрестность $z=0$, с направлением обхода, противоположным движению часовой стрелки. Беря этот интеграл по частям, приходим к формуле

$$(-2)^k b_\nu^{(k)}=-\frac{k}{k+\nu}\frac{1}{\pi i}\int_{\gamma}\ln^{k-1}\frac{1-z}{1+z}\frac{dz}{(1-z^2)\,z^{k+\nu}}$$

Далее, сопоставляя (2.17) с равенствами (2.6) и (2.4). последнюю формулу запишем в виде

$$b_\nu^{(k)}=-\frac{k}{k+\nu}\frac{1}{2\pi i}\int_{\gamma}\sum_{n=0}^{\infty}{}^{*}b_n^{(k-1)}z^n\sum_{m=0}^{\infty}{}^{*}z^m\frac{dz}{z^{\nu+1}}=$$

$$=-\frac{k}{k+\nu}\frac{1}{2\pi i}\int_{\gamma}\sum_{m=0}^{\infty}{}^{*}z^m\sum_{n=0}^{m}b_n^{(k-1)}\frac{dz}{z^{\nu+1}}$$

откуда немедленно приходим к требуемой предельно простой формуле

$$b_\nu^{(k)}=\frac{k}{k+\nu}\sum_{n=0}^{\nu}{}^{*}b_n^{(k-1)};\quad b_0^{(\nu)}=1,\ \nu\geqslant 0,\quad b_\nu^{(1)}=\frac{1}{\nu+1},\quad \nu>0 \tag{2.8}$$

Из нее последовательно находим все необходимые коэффициенты $b_\nu^{(k)}$.

3. Иногда желательно иметь выражения для коэффициентов разложения дробно-линейной степенной функции с показателем $\pm\vartheta/\pi$ $(\pm\alpha)$ через коэффициенты разложения той же функции со степенным показателем $\pm\alpha$ $(\pm\vartheta/\pi)$. Эту цель достигнем исходя из очевидного равенства

$$I_n\left(\pm\frac{\vartheta}{\pi}\right)=\frac{1}{2\pi i}\int_{\gamma}\left(\frac{\rho-t}{-\rho-t}\right)^{\pm\vartheta/\pi}\left(\frac{t}{\rho}\right)^n\frac{dt}{t}=\pm\frac{i}{2}\frac{e^{\pm i\vartheta}}{\sin\vartheta}C_n^{\pm}\left(\frac{\vartheta}{\pi}\right) \tag{3.1}$$

или же ему равнозначного (C_R — окружность радиуса R)

$$\pm\frac{i}{2}\frac{e^{\pm i\vartheta}}{\sin\vartheta}\left[\frac{1}{2\pi i}\int_{C_{R\to\infty}}\left(\frac{\rho-t}{-\rho-t}\right)^{\pm\vartheta/\pi}\left(\frac{t}{\rho}\right)^n\frac{dt}{t}-C_n^{\pm}\left(\frac{\vartheta}{\pi}\right)\right]=0 \tag{3.2}$$

С другой стороны, очевидно, что

$$\frac{1}{2\pi i}\int_{C_{R\to\infty}}\left(\frac{\rho-t}{-\rho-t}\right)^{\pm\vartheta/\pi}\left(\frac{t}{\rho}\right)^n\frac{dt}{t}= \tag{3.3}$$

$$=\frac{1}{2\pi i}\int_{C_{R\to\infty}}\left(\frac{\rho-t}{-\rho-t}\right)^{\mp\alpha}\left(\frac{\rho-t}{-\rho-t}\right)^{\pm1}\left(\frac{t}{\rho}\right)^n\frac{dt}{t}$$

Чуть видоизменив в последнем интеграле запись второго множителя, получим

$$\frac{1}{2\pi i}\int\limits_{C_{R\to\infty}}\left(\frac{\rho-t}{-\rho-t}\right)^{\mp\alpha}\left(1\mp\frac{2\rho}{t\pm\rho}\right)\left(\frac{t}{\rho}\right)^{n}\frac{dt}{t}=C_n^{\mp}(\alpha)+\Lambda_n(\mp\alpha) \tag{3.4}$$

$$\Lambda_n(\mp\alpha)=\mp\frac{1}{\pi i}\int\limits_{C_{R\to\infty}}\left(\frac{\rho-t}{-\rho-t}\right)^{\mp\alpha}\frac{\rho}{t\pm\rho}\left(\frac{t}{\rho}\right)^{n}\frac{dt}{t}= \tag{3.5}$$

$$=\mp\frac{1}{\pi i}\int\limits_{C_{R\to\infty}}\left(\frac{\rho-t}{-\rho-t}\right)^{\mp\alpha}\sum_{k=0}^{\infty}(\mp 1)^k\left(\frac{\rho}{t}\right)^{k+1}\left(\frac{t}{\rho}\right)^{n}\frac{dt}{t}$$

В силу основной формулы (2.5) приходим к такому разложению подынтегральной функции в последнем интеграле:

$$\sum_{k=0}^{\infty}(\mp 1)^k\left(\frac{\rho}{t}\right)^{k+1}\sum_{\nu=0}^{\infty}C_\nu^{\mp}(\alpha)\left(\frac{\rho}{t}\right)^{\nu}=\sum_{\nu=1}^{\infty}\left(\frac{\rho}{t}\right)^{\nu}\sum_{k=0}^{\nu-1}(\mp 1)^k C_{\nu-k-1}^{\mp}(\alpha)$$

Теперь из (3.5) сразу находим

$$\Lambda_n(\mp\alpha)=\mp 2\sum_{k=0}^{n-1}(\mp 1)^k C_{n-k-1}^{\mp}(\alpha) \tag{3.6}$$

Для интеграла в левой части равенства (3.3) имеем

$$C_n^{\mp}(\alpha)\mp 2\sum_{k=0}^{n-1}(\mp 1)^k C_{n-k-1}^{\mp}(\alpha)$$

Отсюда, учитывая (3.2), получаем после замены $k+1$ индексом ν

$$C_n^{\pm}\left(\frac{\vartheta}{\pi}\right)=\mp 2\sum_{\nu=1}^{n}(\mp 1)^{\nu-1}C_{n-\nu}^{\mp}(\alpha)+C_n^{\mp}(\alpha)= \tag{3.7}$$

$$=2\sum_{\nu=0}^{n}(\mp 1)^{\nu}C_{n-\nu}^{\mp}(\alpha)-C_n^{\mp}(\alpha)$$

Рассмотрим далее раздельно случаи четного и нечетного значения n. В первом из них, когда ν четно, $(\mp 1)^\nu C_{n-\nu}^{\mp}(\alpha)=C_{n-\nu}^{+}(\alpha)=C_{n-\nu}(\alpha)$; если же ν нечетно, что $(\mp 1)^\nu C_{n-\nu}^{\mp}(\alpha)=C_{n-\nu}^{+}(\alpha)=C_{n-\nu}(\alpha)$ и равенство (3.7) приобретает вид

$$C_n\left(\frac{\vartheta}{\pi}\right)=2\sum_{\nu=0}^{n}C_{n-\nu}(\alpha)-C_n(\alpha)$$

Пусть теперь n — нечетное число. Тогда для четного ν

$$(\mp 1)^\nu C_{n-\nu}^{\mp}(\alpha)=C_{n-\nu}^{\mp}(\alpha)=\mp C_{n-\nu}(\alpha)$$

а для нечетного ν

$$(\mp 1)^\nu C_{n-\nu}^{\mp}(\alpha)=\mp C_{n-\nu}^{\mp}(\alpha)=\mp C_{n-\nu}(\alpha),\quad C_n^{\pm}(\vartheta/\pi)=\pm C_n(\vartheta/\pi)$$

и соотношение (3.7) запишется так:

$$-C_n\left(\frac{\vartheta}{\pi}\right)=2\sum_{\nu=0}^{n}C_{n-\nu}(\alpha)-C_n(\alpha) \tag{3.8}$$

4. Если функции $f(t)$ в (1.1) не свойственны элементы неопределенности (поддающиеся хотя бы частичному устранению в связи с требованием соблюдения условия (1.4)), то уравнение (1.1), вообще говоря, не обладает решением, непрерывным вплоть до концов $t=\pm\rho$. В этом случае целесообразно избрать поэтапный путь его рассмотрения, позволяющий в конечном счете прийти к форме решения с явно выделенными непрерывной

и неограниченной компонентами. Сначала выпишем непрерывное решение $\omega(t)$ уравнения (1.1) с видоизмененной правой частью, равной $f(t) - N$, где N — постоянная, фиксируемая в согласии с (1.4). Затем займемся решением этого же уравнения, содержащего справа уже известную постоянную N. Реализуя ход рассуждений, предписанный в [2] (с привносимыми кое-где видоизменениями — заранее их трудно предугадать), получим

$$\mu_0(t_0) = iN\left\{\frac{1}{2\sin\theta}\left[e^{i\theta}\left(\frac{\rho - t_0}{-\rho - t_0}\right)^{-\theta/\pi} - e^{-i\theta}\left(\frac{\rho - t_0}{-\rho - t_0}\right)^{\theta/\pi}\right] \pm \right. \tag{4.1}$$
$$\left. \pm\, e^{\pm i\theta} \operatorname{ctg}\theta \left(\frac{\rho - t_0}{-\rho - t_0}\right)^{\mp\theta/\pi}\right\}$$

Между прочим, за таковое решение может быть также принято любое из выражений

$$\mu_0(t_0) = \mp iNe^{\mp i\theta} \operatorname{ctg}\frac{\theta}{2}\left(\frac{\rho - t_0}{-\rho - t_0}\right)^{\pm\theta/\pi} \tag{4.2}$$

К ним можно прийти удалив из (4.1) соответствующее решение однородного уравнения (1.1) (как видно, оба решения даваемые последними равенствами, различаются на некое решение того же однородного уравнения (1.1)).

Заметим, что можно проверить справедливость формул (4.1) и (4.2), опираясь на соотношения

$$\frac{1}{\pi i}\int\limits_{\gamma}\left(\frac{\rho - t}{-\rho - t}\right)^{\pm\theta/\pi}\left(\frac{1}{t - t_0} - \lambda\frac{1}{t - \rho^2/t_0}\right)dt = \pm\, ie^{\pm i\theta} \operatorname{tg}\frac{\theta}{2} \tag{4.3}$$

Присовокупив к сумме $\omega_0(t)$ и $\mu_0(t)$ еще решение однородного уравнения (1.1), составим общее решение неоднородного уравнения (1.1) в желаемой расщепленной форме.

5. Рассуждения при выполнении подавляющего числа операций, относящихся к установлению (4.1) и (4.3), только с незначительными изменениями переносятся на случай каких-угодно криволинейных отрезков с теми же концами $t = \pm\rho$, расположенных выше или ниже прямолинейного отрезка $(-\rho, \rho)$. Сомнения могут возникнуть только в связи с выкладками, связанными с выводом приводимой формулы

$$\int\limits_{\substack{\gamma\\ z\to t_0}}\frac{dt}{t - z} \mp \pi i = \int\limits_{\substack{\gamma\\ z\to t_0}}\frac{dt}{t - \rho^2/z} \tag{5.1}$$

причем второе слагаемое слева берется со знаком минус или плюс в зависимости от того, стремится переменная z сверху или снизу к точке t_0 отрезка γ.

Эта формула была выведена в предположении, что γ — отрезок вещественной оси, симметричный относительно начала. В связи со сказанным интересен вопрос о том, остается ли справедливой формула (5.1) для некоторых (и каких именно) криволинейных отрезков с концами $t = \pm\rho$.

Пусть далее γ^* — криволинейный отрезок, по-прежнему соединяющий точки $t = \pm\rho$ и расположенный в верхней полуплоскости с тем же направлением обхода, что и γ (от левого конца $t = -\rho$ к правому $t = \rho$). Соотношение (5.1) аналитически продолжим в область, ограниченную отрезками γ и γ^*, и (на основании теоремы Коши) выразим интегралы в его обеих частях, взятых по γ, через интегралы по другому криволинейному отрезку γ^*. Устремляя затем $z \to t_0$, где t_0 — аффикс отрезка γ^*, придем к соотношению

$$\int\limits_{\gamma^*}\frac{dt}{t - t_0} = \int\limits_{\gamma^*}\frac{dt}{t - \rho^2/t_0} \tag{5.2}$$

Для переменной z, расположенной сверху кривой γ^* (что предполагает продолжение (5.1) в область, заключающую внутри себя отрезок γ^*), в силу теоремы Коши будем иметь

$$\int\limits_{\gamma^*}\frac{dt}{t - z} - \pi i = \int\limits_{\gamma^*}\frac{dt}{t - \rho^2/z}$$

Затем переходим к пределу $z \to t_0$, где точка t_0 опять берется на γ^*, неизменно вернемся к тому же соотношению (5.2).

К совершенно идентичному результату придем считая дугу γ^* размещенной в нижней полуплоскости.

Установленное предположение дает возможность непосредственно подойти к трактовке особого уравнения с произвольным контуром интегрирования, но прибегая к приему, предлагаемому ниже.

6. Рассмотрим кратко сингулярное интегральное уравнение

$$\frac{1}{\pi i}\int_L \mu(t)\left[\frac{1}{t-t_0}-\lambda\frac{1}{t-\rho^2/t_0}\right]dt = f(t_0) \tag{6.1}$$

в котором интегрирование распространено по достаточно гладкому криволинейному отрезку L, соединяющему точки $t=\pm\rho$ и расположенному сверху или снизу отрезка γ (при направлении обхода от конца $t=-\rho$ к $t=\rho$).

К его обращению можно подойти по-другому. Действительно, запишем сперва уравнение (6.1) в виде

$$\mu(t_0)+\frac{1}{\pi i}\int_{\substack{L\\ z=t_0}}\mu(t)\left[\frac{1}{t-z}-\lambda\frac{1}{t-\rho^2/z}\right]dt = f(t_0)$$

где z лежит в области, ограниченной кривой L и диаметром $(-\rho,\rho)$, и затем еще в такой форме:

$$\delta(t_0)+\frac{1}{\pi i}\int_{\substack{L\\ z\to t_0}}\delta(t)\left[\frac{1}{t-z}-\lambda\frac{1}{t-\rho^2/z}\right]dt = F(t_0)$$

$$F(z)=-\frac{1}{\pi i}\int_L f(t)\left[\frac{1}{t-z}-\lambda\frac{1}{t-\rho^2/z}\right]dt,\quad \delta(t)=\mu(t)-f(t)$$

Предпоследнее равенство аналитически продолжим в указанную область и потом опять перейдем в нем к пределу $z\to t_0$, где t_0 — уже точка диаметра $(-\rho,\rho)$. Будем иметь

$$\delta(t_0)+\frac{1}{\pi i}\int_L\delta(t)\left[\frac{1}{t-t_0}-\lambda\frac{1}{t-\rho^2/t_0}\right]dt = F(t_0)$$

Наконец, взяв во внимание справедливые на том же диаметре формулы

$$\frac{1}{\pi i}\int_L\frac{\delta(t)}{t-t_0}dt=-\delta(t_0)+\frac{1}{\pi i}\int_{-\rho}^{\rho}\frac{\delta(t)}{t-t_0}dt$$

$$\frac{1}{\pi i}\int_L\frac{\delta(t)}{t-\rho^2/t_0}dt=\frac{1}{\pi i}\int_{-\rho}^{\rho}\frac{\delta(t)}{t-\rho^2/t_0}dt$$

придем к изученному сингулярному уравнению

$$\frac{1}{\pi i}\int_{-\rho}^{\rho}\delta(t)\left[\frac{1}{t-t_0}-\lambda\frac{1}{t-\rho^2/t_0}\right]dt=F(t_0),\quad -\rho<t<\rho \tag{6.2}$$

Заимствуя выражение для $\delta(t)$ из формулы (6.2) (при соответствующем условии разрешимости либо без такового) и снова возвращаясь (посредством продолжения) на исходный контур L, найдем в итоге отыскиваемую плотность $\mu(t)$.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Шерман Д. И.* По поводу одного особого интегрального уравнения и его применения в некоторых задачах теории упругости.— Изв. АН АрмССР. Механика, 1969, т. 22, № 3, с. 3—8.
2. *Шерман Д. И.* Об одном способе рассмотрения пары взаимосвязанных интегральных уравнений.— ПММ, 1973, т. 37, вып. 6, с. 1078—1086.
3. *Bueckner H. F.* On a class of sungular integral equations.— J. Math. Analysis and Appl., 1966, v. 14, No. 3, p. 392—426.

Москва

Поступила в редакцию
12.XII.1985