

УДК 539.375

## РАСПРОСТРАНЕНИЕ СЛОЖНЫХ РАЗРЫВОВ С КУСОЧНО-ПОСТОЯННЫМИ И ПЕРЕМЕННЫМИ СКОРОСТЯМИ ВДОЛЬ КРИВОЛИНЕЙНЫХ И ВЕТВЯЩИХСЯ ТРАЕКТОРИЙ

Быковцев А. С.

Методом функционально-инвариантных решений волновых уравнений с использованием принципа суперпозиции строятся точные аналитические решения для системы сложных разрывов, распространяющихся с кусочно-постоянными скоростями вдоль криволинейных и ветвящихся траекторий. Указывается предельный переход, при котором из построенного решения получается решение для случая распространения разрывов с переменными скоростями вдоль гладких криволинейных траекторий. Показано, что если процесс вспарывания магистрального разрыва начинается с образования чисто сдвигового элемента, то с ростом скорости будет происходить искривление траектории движения с образованием отрывных составляющих вектора перемещения на разрыве; если же процесс вспарывания магистрального разрыва начинается с образованием чисто отрывного элемента, то с ростом скорости вспарывания разрыва будет происходить его ветвление с образованием значительных сдвиговых составляющих вектора перемещения на разветвившихся участках разрыва. Определяются минимальные значения углов ветвления. Приводятся теоретические сейсмограммы, рассчитанные для криволинейно распространяющихся и ветвящихся разрывов, состоящих из чередующихся элементов с отрывными и сдвиговыми составляющими вектора перемещений на разрыве.

Объяснение высокочастотного излучения, наблюдаемого почти на всех сейсмограммах, не укладывается в рамки модельных представлений, развитых в работах [1—4] и основанных на представлении об очаге как о единичной распространяющейся сдвиговой площадке разрушения. В связи с этим начали интенсивно разрабатываться представления о дискретном, скачкообразном распространении процессов разрушения в очагах тектонических землетрясений [5—10]<sup>1</sup>. Анализ численных решений задач о скачкообразном движении сдвиговых трещин [5, 6] привел к созданию принципиально новой «барьерной» модели процесса вспарывания в очаге тектонического землетрясения [6], которая является обобщением моделей [1—4]. Работы в этой области обобщены в монографиях [11—13], где приведены подробные обзоры проводимых исследований.

Использование в работах [14—16] силового подхода для описания трещин, т. е. когда на площадке разрыва задаются напряжения, существенно ограничивает возможности моделирования движения в процессе разрушения как в простых, так и в сложных очагах тектонических землетрясений. Так, аналитические решения [14, 15] не были использованы для эффективного анализа конкретных сейсмологических задач, так как численная реализация аналитических решений и получение физических выводов из работ [14, 15] представляет весьма сложную и практически неосуществимую проблему, требующую вычисления пятикратных интегралов. В связи с этим многими исследователями предпочтение было отдано кинематическому описанию площадок разрушения, которое оказалось наиболее продуктивным при исследовании особенностей волновых полей, создаваемых как простыми, так и сложными очагами землетрясений. В настоящее время имеется достаточное количество примеров использования кинематического подхода для эффективного моделирования особенностей сейсмического излучения ([1—3] и др.). Основная идея построения решений заключалась в том, что решение волновых уравнений для точечного источника в виде уравновешенного диполя без момента (поле излучения такого точечного источника эквивалентно полю излучения бесконечно малой дислокации) интегрировалось по площадке разрушения заданной конфигурации. На основе полученных решений был проанализирован ряд инте-

<sup>1</sup> Быковцев А. С. Некоторые задачи динамической теории дислокационных разрывов и их сейсмологическое применение: Дис. на соискание уч. ст. канд. физ.-матем. наук. Моск. горн. ин-т, 1979. 139 с.

ресных задач, однако обобщение метода на сложную систему дискретных разрывов приводит к экспоненциальному росту затрат машинного времени при проведении расчетов.

Принципиально другой подход был развит в работах автора [7—9, 17—23], в которых величина и направление вектора подвижки на разрыве задавались по всей площадке разрыва в качестве граничного условия, а затем решались краевые задачи теории упругости. Так было получено [7] решение задачи о скачкообразном распространении круговой площадки разрушения, решены [17—20] аналоги известных задач Гриффитса, Иоффе и В. В. Панасюка — Б. Л. Лозового в кинематической постановке. В результате было показано, что поведение дислокационных разрывов качественно аналогично поведению трещин, отличие заключается лишь в количественном отношении некоторых параметров и связано с тем, что для трещин в малой окрестности края разрыва напряжения и деформации пропорциональны расстоянию в степени минус одна вторая, а в теории дислокационных разрывов поведение напряжений и деформаций в малой окрестности края разрыва зависит от конфигурации края разрыва [21].

Использование кинематического описания разрывов позволило автору<sup>2</sup> построить решение и рассчитать теоретическую сейсмограмму для криволинейно распространяющегося сдвигового разрыва. Основным принципиально новым качественным результатом построенного решения являлось то, что в некоторых направлениях сейсмическое излучение приобретает знакопеременный характер. Таким образом, стала более ясной физическая природа знакопеременного цуга импульсов, наблюдаемых на реальных сейсмограммах, даже после их очищения от влияния факторов, связанных со слоистостью земной коры. На основе этого результата была предложена [8, 9] принципиально новая модель процессов разрушения, происходящих в очагах тектонических землетрясений, которая основана на скачкообразном вспарывании магистрального разрыва вдоль криволинейной кусочно-гладкой траектории. Эта модель существенно обобщает как модели [1—4], так и барьерную модель [5, 6]. Был дан детальный анализ волновых полей, создаваемых скачкообразным вспарыванием разрыва, исследована зависимость формы импульсов от функции, описывающей вектор перемещения по разрыву, и проанализирована форма теоретических сейсмограмм, создаваемых единичным криволинейным сдвиговым разрывом [22], получено решение и проанализированы диаграммы направленности сейсмического излучения для антиплоской системы «звездообразных» разрывов [23].

Таким образом, если исходить из факта, что рост разрывов в горных породах происходит не по гладким площадкам, а вдоль некоторых криволинейных или ветвящихся поверхностей, то особый интерес приобретает вопрос о динамическом росте криволинейных разрывов, состоящих из чередующихся элементов сдвига и отрыва. Поэтому основная цель данной работы — получение представлений о динамических полях упругих возмущений, генерируемых произвольными разрывами, распространяющимися с переменной скоростью вдоль произвольных криволинейных траекторий. Полученные решения могут быть использованы при решении одной из главных задач теоретической сейсмологии, а именно при выявлении новых зависимостей полей упругих перемещений от положения, ориентации, траектории и скорости распространения разрывов в недрах Земли. Другое приложение полученных результатов (может быть, более важное по сравнению с сейсмологическим) заключается в изучении сигналов акустической эмиссии в напряженных конструкциях. Эти сигналы являются предвестниками разрушения конструкции в целом (их источник — динамические дислокации и трещины).

**1. Основные представления и построение фундаментального решения.** Рассмотрим следующую вспомогательную задачу. Пусть в однородной изотропной среде с модулем сдвига  $\mu$  в начальный момент времени  $t = 0$  из начала декартовой системы координат  $Oxyz$  вдоль положительного направления оси  $x$  начинает распространяться с постоянной скоростью  $v$  обобщенный дислокационный разрыв. Под дислокационным разрывом будем понимать разрыв, при описании которого используется кинематический способ задания разрыва, т. е. в каждой точке площадки разрыва

<sup>2</sup> См. сноску на с. 804.

задается величина и направление вектора скачка смещений на разрыве в зависимости от координат и времени. Начальные условия нулевые.

Обозначим  $U_x, U_y, U_z$  составляющие вектора смещения по соответствующим осям  $x, y, z$  прямоугольных декартовых координат. Задача считается плоской, т. е.  $U_x, U_y, U_z$  — функции только  $x$  и  $y$ .

Основные уравнения динамической теории упругости в рассматриваемом случае имеют вид

$$(1.1) \quad U_x = U_x^p + U_x^s, \quad U_y = U_y^p + U_y^s, \quad U_z = U_z^s$$

$$\Delta U_\eta^p = \frac{1}{c_p^2} \frac{\partial^2 U_\eta^p}{\partial t^2} \quad (\eta = x, y); \quad \Delta U_\eta^s = \frac{1}{c_s^2} \frac{\partial^2 U_\eta^s}{\partial t^2} \quad (\eta = x, y, z)$$

$$\frac{\partial U_x^p}{\partial y} = \frac{\partial U_y^p}{\partial x}, \quad \frac{\partial U_x^s}{\partial x} = -\frac{\partial U_y^s}{\partial y}; \quad \Delta = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2}$$

Здесь верхние индексы  $p, s$  соответствуют продольной и поперечной слагаемой смещений,  $c_p$  и  $c_s$  — скорости продольной и поперечной волн соответственно ( $c_p > c_s$ ).

Пусть дислокационный разрыв описывается однородной функцией нулевого измерения  $f(r/t)$ . В общем случае допустимо разложение

$$(1.2) \quad f(r/t) = f_1(r/t) \mathbf{i} + f_2(r/t) \mathbf{j} + f_3(r/t) \mathbf{k} \quad (r = \sqrt{x^2 + y^2})$$

где  $\mathbf{i}, \mathbf{j}, \mathbf{k}$  — единичные векторы, направленные по осям  $x, y, z$  соответственно, поэтому, представив дислокационный разрыв в виде суммы сдвигового, отрывного и антиплоского сдвигового разрывов, получаем следующие граничные условия ( $\sigma_{xx}, \sigma_{yy}, \sigma_{zz}, \sigma_{xy}, \sigma_{xz}, \sigma_{yz}$  — компоненты тензора напряжений):

для сдвигового разрыва (задача, кососимметричная относительно оси  $x$ )

$$(1.3) \quad U_x = 1/2 f_1(r/t), \quad \sigma_{yy} = 0 \quad \text{при } y = 0, \quad 0 < x < vt$$

$$U_x = 0, \quad \sigma_{yy} = 0 \quad \text{при } y = 0, \quad x < 0, \quad x > vt$$

для отрывного разрыва (задача, симметричная относительно оси  $x$ )

$$(1.4) \quad U_y = 1/2 f_2(r/t), \quad \sigma_{xy} = 0 \quad \text{при } y = 0, \quad 0 < x < vt$$

$$U_y = 0, \quad \sigma_{xy} = 0 \quad \text{при } y = 0, \quad x < 0, \quad x > vt$$

для антиплоского сдвигового разрыва

$$(1.5) \quad U_z = 1/2 f_3(r/t) \quad \text{при } y = 0, \quad 0 < x < vt$$

$$U_z = 0 \quad \text{при } y = 0, \quad x < 0, \quad x > vt$$

Сформулированные задачи относятся к классу автомодельных. Воспользуемся общим подходом [24] к решению таких задач, основанном на представлениях решений уравнений через аналитические функции комплексного переменного и позволяющим сразу формулировать автомодельные задачи как некоторые проблемы Римана — Гильберта для полуплоскости.

Если функции  $LU_x, LU_y, LU_z$  однородны, то введем обозначения

$$(1.6) \quad U_x^\circ = LU_x, \quad U_y^\circ = LU_y, \quad U_z^\circ = LU_z, \quad \sigma_{xx}^\circ = L\sigma_{xx}, \quad \sigma_{yy}^\circ = L\sigma_{yy}$$

$$\sigma_{xy}^\circ = L\sigma_{xy}, \quad \sigma_{xz}^\circ = L\sigma_{xz}, \quad \sigma_{yz}^\circ = L\sigma_{yz}; \quad L = \partial^{m+n} / \partial x^m \partial t^n$$

Тогда общее представление решений через одну аналитическую функцию комплексных переменных

$$z_k = \frac{tx - iy \sqrt{t^2 - c_k^{-2}(x^2 + y^2)}}{x^2 + y^2} \quad (k = p, s)$$

удет иметь вид:

для задач, симметричных относительно оси  $x$  [24]

$$\begin{aligned}
 (1.7) \quad U_x^\circ &= \operatorname{Re} [U_p(z_p) + U_s(z_s)], \quad U_y^\circ = \operatorname{Re} [V_p(z_p) + V_s(z_s)], \quad U_z^\circ = 0 \\
 \sigma_{xx}^\circ &= \frac{\mu}{c_s^{-2}} \operatorname{Re} \left\{ \frac{[c_s^{-2} - 2(c_p^{-2} - z_p^2)](c_p^{-2} - 2z_p^2)}{c_p^{-2} - z_p^2} W_2'(z_p) \frac{\partial z_p}{\partial y} - \right. \\
 &\quad \left. - 4z_p^2 W_2'(z_s) \frac{\partial z_s}{\partial y} \right\} \\
 \sigma_{yy}^\circ &= \frac{\mu}{c_s^{-2}} \operatorname{Re} \left\{ \frac{(c_s^{-2} - 2z_p^2)^2}{c_p^{-2} - z_p^2} W_2'(z_p) \frac{\partial z_p}{\partial y} + 4z_s^2 W_2'(z_s) \frac{\partial z_s}{\partial y} \right\} \\
 \sigma_{xy}^\circ &= \frac{2\mu}{c_s^{-2}} \operatorname{Re} \left\{ (c_s^{-2} - 2z_p^2) W_2'(z_p) \frac{\partial z_p}{\partial x} - (c_s^{-2} - 2z_s^2) W_2'(z_s) \frac{\partial z_s}{\partial x} \right\}. \\
 U_p'(z) &= \frac{z(c_s^{-2} - 2z^2)}{c_s^{-2} \sqrt{c_p^{-2} - z^2}} W_2'(z), \quad V_p'(z) = \frac{c_s^{-2} - 2z^2}{c_s^{-2}} W_2'(z) \\
 U_s'(z) &= -\frac{2z \sqrt{c_s^{-2} - z^2}}{c_s^{-2}} W_2'(z), \quad V_s'(z) = \frac{2z^2}{c_s^{-2}} W_2'(z)
 \end{aligned}$$

для задач, кососимметричных относительно оси  $x$  [9, 22]

$$\begin{aligned}
 (1.8) \quad U_x^\circ &= \operatorname{Re} [U_p(z_p) + U_s(z_s)], \quad U_y^\circ = \operatorname{Re} [V_p(z_p) + V_s(z_s)], \quad U_z^\circ = 0 \\
 \sigma_{xx}^\circ &= \frac{2\mu}{c_s^{-2}} \operatorname{Re} \left\{ [c_s^{-2} - 2(c_p^{-2} - z_p^2)] W_1'(z_p) \frac{\partial z_p}{\partial x} + \right. \\
 &\quad \left. + (c_s^{-2} - 2z_s^2) W_1'(z_s) \frac{\partial z_s}{\partial x} \right\} \\
 \sigma_{yy}^\circ &= \frac{2\mu}{c_s^{-2}} \operatorname{Re} \left\{ (c_s^{-2} - 2z_p^2) W_1'(z_p) \frac{\partial z_p}{\partial x} - (c_s^{-2} - 2z_s^2) W_1'(z_s) \frac{\partial z_s}{\partial x} \right\} \\
 \sigma_{xy}^\circ &= \frac{\mu}{c_s^{-2}} \operatorname{Re} \left\{ 4z_p \sqrt{c_p^{-2} - z_p^2} W_1'(z_p) \frac{\partial z_p}{\partial x} + \right. \\
 &\quad \left. + \frac{(c_s^{-2} - 2z_s^2)^2}{z_s \sqrt{c_s^{-2} - z_s^2}} W_1'(z_s) \frac{\partial z_s}{\partial x} \right\} \\
 U_p'(z) &= \frac{2z^2}{c_s^{-2}} W_1'(z), \quad V_p'(z) = \frac{2z \sqrt{c_p^{-2} - z^2}}{c_s^{-2}} W_1'(z) \\
 U_s'(z) &= \frac{c_s^{-2} - 2z^2}{c_s^{-2}} W_1'(z), \quad V_s'(z) = -\frac{z(c_s^{-2} - 2z^2)}{c_s^{-2} \sqrt{c_s^{-2} - z^2}} W_1'(z)
 \end{aligned}$$

для антиплоского случая

$$\begin{aligned}
 (1.9) \quad U_x^\circ &= U_y^\circ = 0, \quad U_z^\circ = \operatorname{Re} W_3(z_s), \quad \sigma_{xz}^\circ = \mu \operatorname{Re} W_3'(z_s) \frac{\partial z_s}{\partial x}, \\
 \sigma_{yz}^\circ &= \mu \operatorname{Re} W_3'(z_s) \frac{\partial z_s}{\partial y}
 \end{aligned}$$

Краевая задача (1.1)–(1.5) при помощи представлений (1.7)–(1.9) формулируется в виде следующей задачи Дирихле:

$$\begin{aligned}
 (1.10) \quad \operatorname{Re} W_j(z) &= {}_{1/2}f_j(1/z) \text{ при } \operatorname{Im} z = 0, \operatorname{Re} z > \nu^{-1} \\
 \operatorname{Re} W_j(z) &= 0 \text{ при } \operatorname{Im} z = 0, \operatorname{Re} z < \nu^{-1}
 \end{aligned}$$

Решение краевой задачи (1.10) представляется интегралом Шварца [25]

$$(1.11) \quad W_j\left(\frac{1}{z}\right) = \frac{1}{2\pi i} \int_0^\nu \frac{f_j(t) dt}{t - z} + iC_0$$

Зная функцию  $W_j(z)$ , по формулам (1.7) — (1.9) можно выписать компоненты напряжений и перемещений, при этом надо учесть, что  $L = 1$ , так как смещения — однородные функции.

Рассмотрим более подробно случай, когда

$$f(r/t) = B(b_1, b_2, b_3) = \text{const}$$

В этом случае решение задачи (1.10) имеет вид

$$(1.12) \quad W_j(z) = -\frac{ib_j}{2\pi} \ln(1-vz), \quad i^2 = -1$$

Подставляя (1.12) в (1.7)–(1.9) и суммируя полученные решения, получаем выражения для поля перемещений

$$(1.13) \quad \begin{aligned} U_x &= U_x^p + U_x^s, \quad U_y = U_y^p + U_y^s, \quad U_z = \frac{b_3}{2\pi} \text{arc}_s \\ U_x^p &= Ab_1 [2 \text{arc}_p - F_p] - Ab_2 [(\beta_3^2 - \gamma^2) \text{Ln}_p + 1/2 \beta_3^2 \beta_1^{-1} \text{Ln}_p - f_p] \\ U_x^s &= Ab_1 [\beta_3^2 \text{arc}_s + F_s] + Ab_2 [\beta_3^2 \text{Ln}_s - \beta_2 \text{Ln}_s - f_s] \\ U_y^p &= Ab_1 [(1 + \beta_1^2) \text{Ln}_p + \beta_1 \text{Ln}_p + f_p] + Ab_2 [\beta_3^2 \text{arc}_p + F_p] \\ U_y^s &= -Ab_1 [2 \text{Ln}_s - 1/2 \beta_3^2 \beta_2^{-1} \text{Ln}_s + f_s] + Ab_2 [2 \text{arc}_s - F_s] \\ \text{Ln}_p &= \ln \frac{(n_p \beta_1 - m_p)^2 \sin^2 \varphi + [\gamma - (n_p - m_p \beta_1) \cos \varphi]^2}{(1 - \gamma n_p \cos \varphi)^2 + \gamma^2 m_p^2 \sin^2 \varphi} \\ \text{Ln}_s &= \ln \frac{(n_s \beta_2 - m_s)^2 \beta^2 \sin^2 \varphi + [\gamma - (n_s - m_s \beta_2) \beta \cos \varphi]^2}{(\beta - \gamma n_s \cos \varphi)^2 + \gamma^2 m_s^2 \sin^2 \varphi} \\ \text{Ln}_p &= \ln(n_p + m_p), \quad \text{Ln}_s = \ln(n_s + m_s) \\ \text{arc}_p &= \text{arctg} \frac{\gamma m_p \sin \varphi}{1 - \gamma n_p \cos \varphi}, \quad \text{arc}_s = \text{arctg} \frac{\gamma m_s \sin \varphi}{\beta - \gamma n_s \cos \varphi} \\ F_p &= \gamma m_p (\gamma n_p \sin 2\varphi + 2 \sin \varphi), \quad f_p = \gamma m_p (\gamma n_p \cos 2\varphi + 2 \cos \varphi) \\ F_s &= \gamma \beta^{-1} m_s (\gamma \beta^{-1} n_s \sin 2\varphi + 2 \sin \varphi), \\ f_s &= \gamma \beta^{-1} m_s (\gamma \beta^{-1} n_s \cos 2\varphi + 2 \cos \varphi) \\ A &= \frac{\beta^2}{2\pi \gamma^2}, \quad \beta_1^2 = 1 - \gamma^2, \quad \beta_2^2 = 1 - \frac{\gamma^2}{\beta^2}, \quad \beta_3^2 = \frac{\gamma^2}{\beta^2} - 2, \\ \beta &= \frac{c_s}{c_p}, \quad \gamma = \frac{v}{c_p} \\ n_k &= \frac{tc_k}{r}, \quad m_k = \begin{cases} \sqrt{n_k^2 - 1}, & n_k > 1 \\ 0, & n_k < 1 \end{cases} \quad (k = p, s); \quad \begin{aligned} r &= \sqrt{x^2 + y^2} \\ \varphi &= \text{arctg} y/x \end{aligned} \end{aligned}$$

Поле напряжений в малой окрестности движущегося края разрыва, т. е. при  $r_1 = \sqrt{(x - vt)^2 + y^2} \rightarrow 0$  и  $\varphi_1 = \text{arctg} [y/(x - vt)]$ , ведет себя так:

$$(1.14) \quad \begin{aligned} \sigma_{rr} &= \sigma_{xx} \cos^2 \varphi_1 + \sigma_{yy} \sin^2 \varphi_1 + \sigma_{xy} \sin 2\varphi_1 = [b_1 K_{rr}^{\text{II}} + b_2 K_{rr}^{\text{I}}] D \\ \sigma_{\varphi\varphi} &= \sigma_{xx} \sin^2 \varphi_1 + \sigma_{yy} \cos^2 \varphi_1 - \sigma_{xy} \sin 2\varphi_1 = [b_1 K_{\varphi\varphi}^{\text{II}} + b_2 K_{\varphi\varphi}^{\text{I}}] D \\ \sigma_{r\varphi} &= (\sigma_{yy} - \sigma_{xx}) \sin \varphi_1 \cos \varphi_1 + \sigma_{xy} \cos 2\varphi_1 = [b_1 K_{r\varphi}^{\text{II}} + b_2 K_{r\varphi}^{\text{I}}] D \\ D^{-1} \gamma^2 \beta^{-2} \sigma_{xx} &= -2b_1 \{ \gamma_1^{-1} \beta_1 [\gamma^2 + 2\beta^2 \beta_1^2] \beta^{-2} + \gamma_2^{-1} \beta_3^2 \beta_2 \} \times \\ &\times \sin \varphi_1 - b_2 \{ \beta_3^2 \beta^{-2} \gamma_1^{-1} \beta_1^{-1} [\gamma^2 + 2\beta^2 \beta_1^2] + 4\beta_2 \gamma_2^{-1} \} \cos \varphi_1 \\ D^{-1} \gamma^2 \beta^{-2} \sigma_{yy} &= -2b_1 \beta_3^2 (\beta_1 \gamma_1^{-1} - \beta_2 \gamma_2^{-1}) \sin \varphi_1 - \\ &- b_2 (\beta_3^4 \gamma_1^{-1} \beta_1^{-1} - 4\beta_2 \gamma_2^{-1}) \cos \varphi_1 \\ D^{-1} \gamma^2 \beta^{-2} \sigma_{xy} &= b_1 (4\beta_1 \gamma_1^{-1} - \beta_3^4 \beta_2^{-1} \gamma_2^{-1}) \cos \varphi_1 - \\ &- 2b_2 \beta_3^2 (\beta_1 \gamma_1^{-1} - \beta_2 \gamma_2^{-1}) \sin \varphi_1 \\ \sigma_{xs} &= -Db_3 \beta_2 \gamma_2^{-1} \sin \varphi_1, \quad \sigma_{ys} = Db_3 \beta_2 \gamma_2^{-1} \cos \varphi_1 \\ \gamma_1 &= (1 - \gamma^2 \sin^2 \varphi_1), \quad \gamma_2 = (1 - \gamma^2 \beta^{-2} \sin^2 \varphi_1), \quad D = \mu/2\pi r_1 \end{aligned}$$

Полученные функции (1.13) и (1.14) играют роль фундаментальных решений, при помощи которых на основе принципа суперпозиции можно построить решение задачи для произвольной системы разрывов, распространяющихся с произвольными переменными скоростями вдоль произвольных криволинейных траекторий.

**2. Построение общего решения.** Пусть имеется  $m$  магистральных направлений, в которых в моменты времени  $t = t_0^\delta$  ( $\delta = 1, 2, \dots, m$ ) из точек  $(x_0^\delta, y_0^\delta)$  начинают распространяться криволинейные разрывы. Предположим, что траектория каждого разрыва состоит из  $n^\delta$  прямолинейных отрезков, которые составляют углы  $\alpha_i^\delta$  ( $i = 0, 1, \dots, n - 1$ ) с осью  $x$  и концы которых движутся со скоростями  $v_{i+1}^\delta$ . Пусть значения компонент векторов перемещений на каждом из прямолинейных участков разрывов будут  $b_{j, i+1}^\delta$ . Будем считать, что моменты времени  $t_i^\delta$  соответствуют либо моментам поворотов, либо моментам остановок прямолинейных разрывов.

Тогда решение этой задачи представляет собой суперпозицию построенных фундаментальных решений (1.13) с очевидной заменой аргументов

$$(2.1) \quad x \rightarrow \bar{x}_i, \quad y \rightarrow \bar{y}_i, \quad t \rightarrow t - t_i^\delta, \quad v \rightarrow v_{i+1}^\delta, \quad b_j \rightarrow b_{j, i+1}^\delta$$

и имеет следующий вид:

$$(2.2) \quad U = \sum_{\delta=1}^m \left[ \sum_{i=0}^{n-1} U^\delta(b_{j, i+1}^\delta; v_{i+1}^\delta; t - t_{2i}^\delta; \bar{x}_{2i}^\delta; \bar{y}_{2i}^\delta) - \sum_{i=0}^{n-1} U^\delta(b_{j, i+1}^\delta; v_{i+1}^\delta; t - t_{2i+1}^\delta; \bar{x}_{2i+1}^\delta; \bar{y}_{2i+1}^\delta) \right]$$

$$(2.3) \quad \begin{aligned} \bar{x}_{2i}^\delta &= (x - x_i^\delta) \cos \alpha_i^\delta + (y - y_i^\delta) \sin \alpha_i^\delta \\ \bar{x}_{2i-1}^\delta &= (x - x_i^\delta) \cos \alpha_{i-1}^\delta + (y - y_i^\delta) \sin \alpha_{i-1}^\delta \\ \bar{y}_{2i}^\delta &= -(x - x_i^\delta) \sin \alpha_i^\delta + (y - y_i^\delta) \cos \alpha_i^\delta \\ \bar{y}_{2i-1}^\delta &= -(x - x_i^\delta) \sin \alpha_{i-1}^\delta + (y - y_i^\delta) \cos \alpha_{i-1}^\delta \\ x_i^\delta &= x_0^\delta + \sum_{l=1}^i v_l^\delta (t_{2l-1} - t_{2l-2}) \cos \alpha_{l-1}^\delta \\ y_i^\delta &= y_0^\delta + \sum_{l=1}^i v_l^\delta (t_{2l-1} - t_{2l-2}) \sin \alpha_{l-1}^\delta \end{aligned}$$

Здесь верхний и нижний индексы смещений  $U$  — те же, что и в фундаментальном решении, данном формулами (1.13); для простоты эти индексы опущены.

Предположим, что для каждого магистрального направления траектории криволинейных разрывов задаются в виде гладких функций  $g^\delta(x, y, z, t)$ . Пусть значения векторов перемещений на каждом отдельном криволинейном разрыве задается в виде однозначно определенных функций  $b^\delta(x, y, z, t)$ , а скорости вспарывания краев разрывов — в виде функций  $v^\delta(t)$ . Тогда для вычисления теоретических сейсмограмм можно воспользоваться следующей хорошо известной процедурой.

Разбивая каждую криволинейную траекторию на серии кусочно-прямолинейных участков и определяя для каждого участка среднее значение функций  $b_i^\delta(x, y, z, t)$  и  $v_i^\delta(t)$ , можно воспользоваться решениями (1.13) и (2.2). Согласно этому решению, на каждом кусочно-линейном участке разрыв перемещений и скорости движения краев разрывов будут постоян-

ны. Тогда, увеличивая число разбиений, можно как угодно близко приблизить решение (1.13), (2.2) к решению задачи о вспарывании разрывов с переменными скоростями и произвольным скачком перемещений вдоль гладких криволинейных траекторий, поскольку очевиден тот факт, что если в решении (1.13), (2.2), (2.3) совершить предельный переход при

$$(2.4) \quad n \rightarrow \infty, \quad t_{i+1}^\delta - t_i^\delta \rightarrow 0, \quad v_{i+1}^\delta - v_i^\delta \rightarrow 0 \\ b_{j, i+1}^\delta - b_{j, i}^\delta \rightarrow 0, \quad \alpha_{i+1}^\delta - \alpha_i^\delta \rightarrow 0$$

то решение задачи с кусочно-линейными заданными функциями  $g_i^\delta$ ,  $b_i^\delta$ ,  $v_i^\delta$ , может быть сколь угодно близко приближено к решению задачи о вспарывании разрывов с переменными функциями  $g^\delta$ ,  $b^\delta$ ,  $v^\delta$ .

Отметим, что предлагаемый подход оказывается особенно эффективным при анализе сейсмограмм и может служить инструментом для установления новых закономерностей между параметрами теоретических сейсмограмм и сложных разрывов, происходящих в очаговых зонах тектонических землетрясений.

**3. Анализ решения и численные расчеты.** Исследование напряжений (1.14) вблизи движущегося края разрыва в зависимости от угла  $\varphi_1$ , отсчитываемого от направления распространения разрыва, и от скорости вспарывания разрыва показало, что, начиная с некоторого значения критической скорости  $v_*$ , в напряжениях  $\sigma_{r\varphi}$  для чисто сдвигового разрыва и в напряжениях  $\sigma_{\varphi\varphi}$  для чисто отрывного разрыва появляются два симметричных максимума вблизи  $\varphi_1 = 0$ . Этот факт свидетельствует о неустойчивости условий прямолинейного распространения разрывов при возрастающей скорости. Таким образом, при последовательном дальнейшем росте скорости движения конца разрыва, т. е. при  $v > v_*$ , прямолинейное распространение разрыва становится невозможным, так как будет происходить либо искривление траектории движения, либо начнется ветвление разрыва. Соответствующее уравнение для этой критической скорости получается одинаковым как для сдвигового, так и для отрывного разрывов [17, 19]. Оно находится из условия

$$(3.1) \quad \left. \frac{\partial^2 \sigma_{r\varphi}}{\partial \varphi_1^2} \right|_{\varphi_1=0} = 0 \text{ для чистого сдвига; } \left. \frac{\partial^2 \sigma_{\varphi\varphi}}{\partial \varphi_1^2} \right|_{\varphi_1=0} = 0 \text{ для чистого отрыва}$$

и имеет вид [17]

$$(3.2) \quad 4\sqrt{1 - \alpha^2\beta^2}\sqrt{1 - \alpha^2} - (\alpha^2 - 2)^2 - 2(2 - \alpha^2)\alpha^4 = 0, \quad v_* = \alpha c_s$$

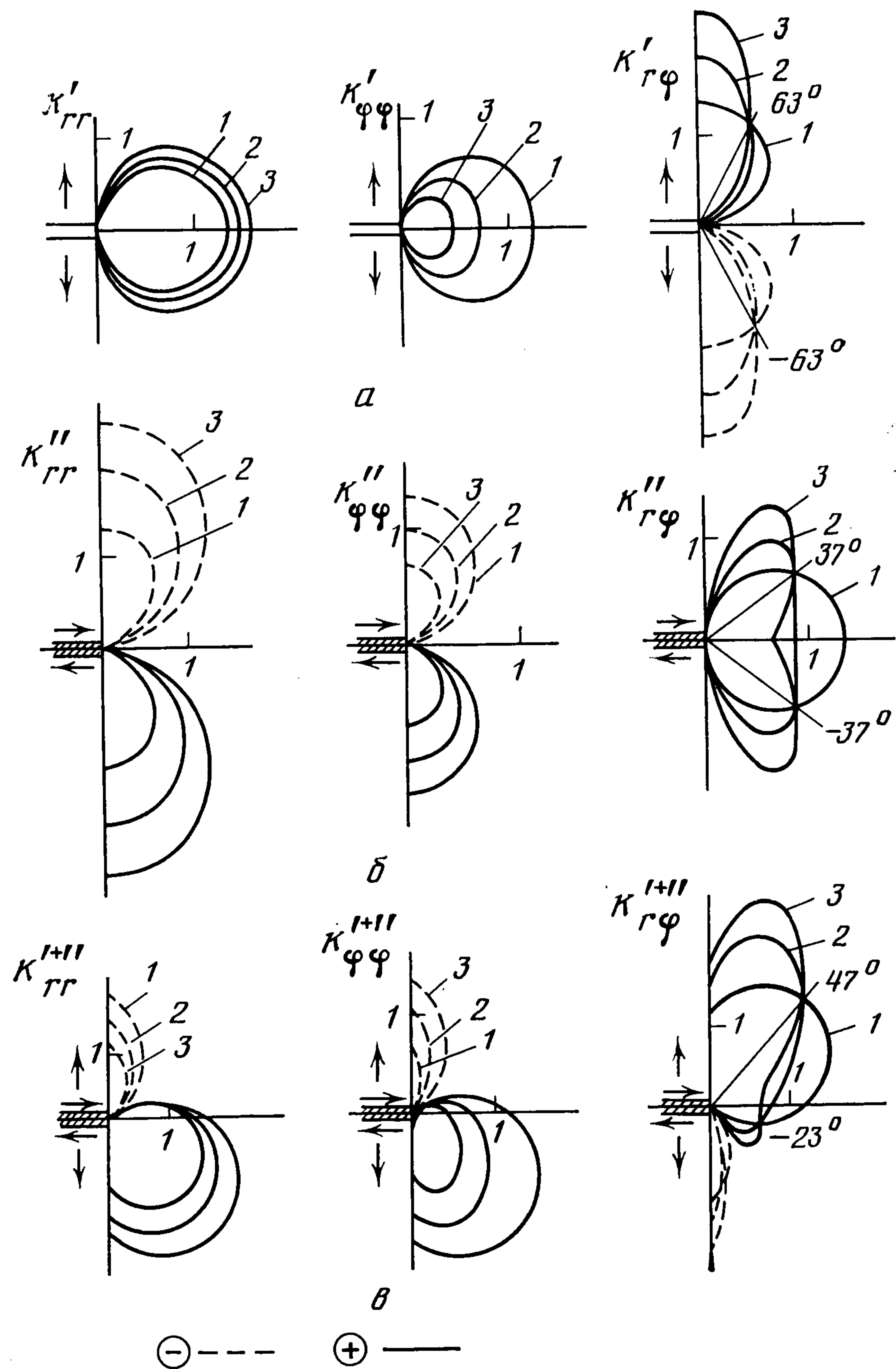
Приведем несколько значений корня  $\alpha$  уравнения (3.2) в зависимости от коэффициента Пуассона  $\nu$ :

$$\alpha \quad 0,46 \quad 0,485 \quad 0,515 \quad 0,55 \quad 0,59 \quad 0,64 \\ \nu \quad 0 \quad 0,1 \quad 0,2 \quad 0,3 \quad 0,4 \quad 0,5$$

Отсюда видно, что критическая скорость прямолинейного распространения дислокационных разрывов первого типа, т. е. разрывов с особенностью в напряжениях на кончике разрыва типа  $\sigma_{ij} \approx K_{ij}r^{-1}$  [21], будет приблизительно на 10% меньше, чем для трещин [26], т. е. для дислокационных разрывов с особенностью на кончике разрыва типа  $\sigma_{ij} \approx K_{ij}r^{-1/2}$ . Отметим, что для антиплоских сдвиговых разрывов предельной скоростью является скорость волн сдвига.

На фиг. 1 приведены графики изменения коэффициентов интенсивности напряжений  $K_{rr}^I$ ,  $K_{\varphi\varphi}^I$ ,  $K_{r\varphi}^I$  для чисто отрывного разрыва  $b_1 = b_3 = 0$ ,  $b_2 = 1$  (фиг. 1, а),  $K_{rr}^{II}$ ,  $K_{\varphi\varphi}^{II}$ ,  $K_{r\varphi}^{II}$  для чисто сдвигового разрыва  $b_1 = 1$ ,  $b_2 = b_3 = 0$  (фиг. 1, б) и  $K_{rr}^{I+II}$ ,  $K_{\varphi\varphi}^{I+II}$ ,  $K_{r\varphi}^{I+II}$  для сложного разрыва  $b_1 = 1$ ,  $b_2 = 1$ ,  $b_3 = 0$  (фиг. 1, в). Кривые 1, 2, 3 соответствуют скоростям вспарывания разрывов  $0,1c_s$ ,  $0,7c_s$ ,  $0,8c_s$ . Качественное поведение графика  $K_{\varphi\varphi}^I$  совпадает с зависимостью, данной Иоффе [26].

Из фиг. 1 видно, что с ростом скорости происходит увеличение коэффициентов  $K_{rr}$  по всем направлениям, для всех трех видов разрывов; в значениях коэффициентов  $K_{\varphi\varphi}$  хотя и появляются характерные максимумы (при увеличении скорости вспарывания разрыва), однако их величина уменьшается по всем направлениям для всех видов разрывов. Поведение коэффициентов  $K_{r\varphi}$  существенно зависит от направления. Так, для

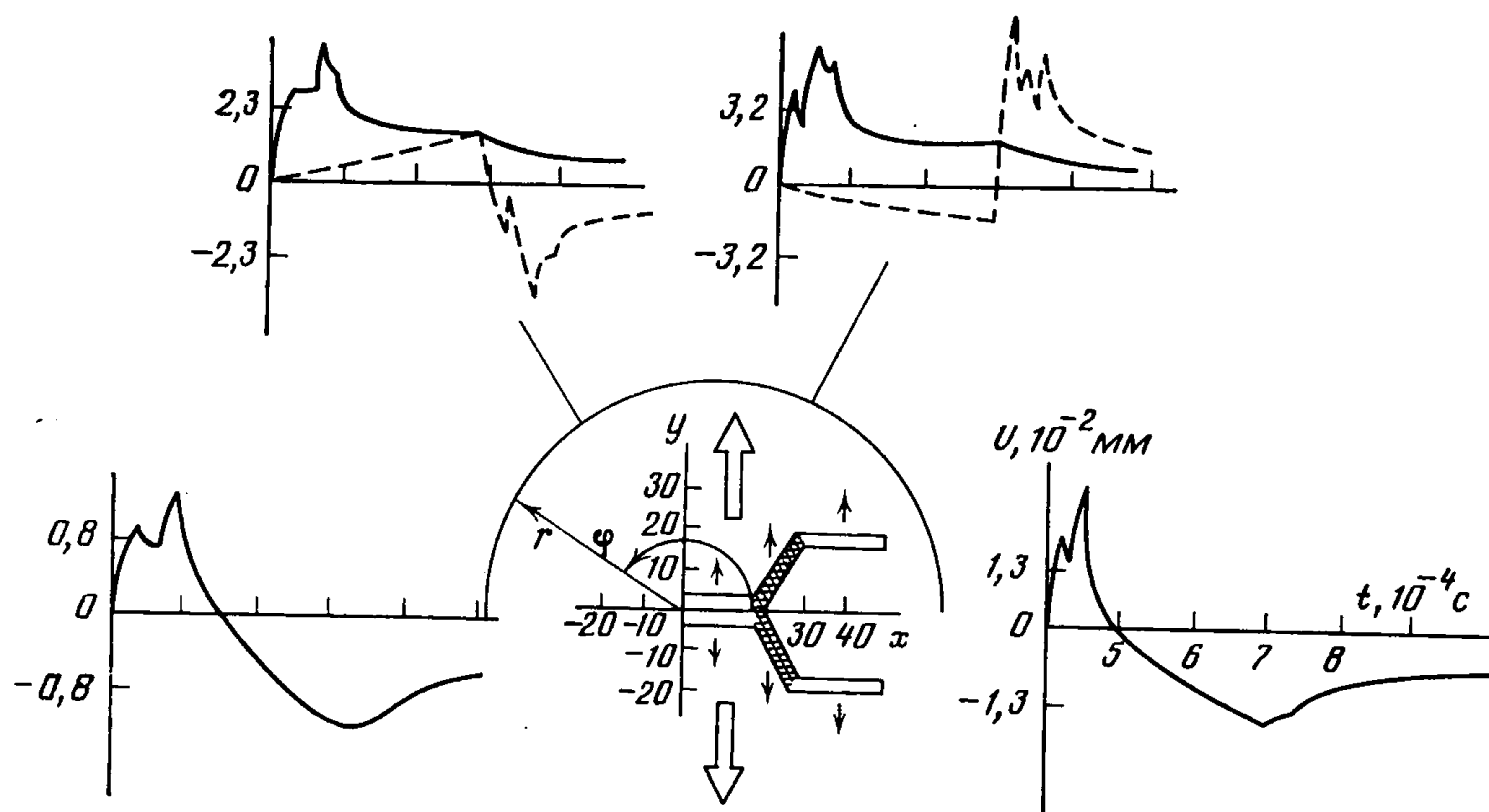


Фиг. 1

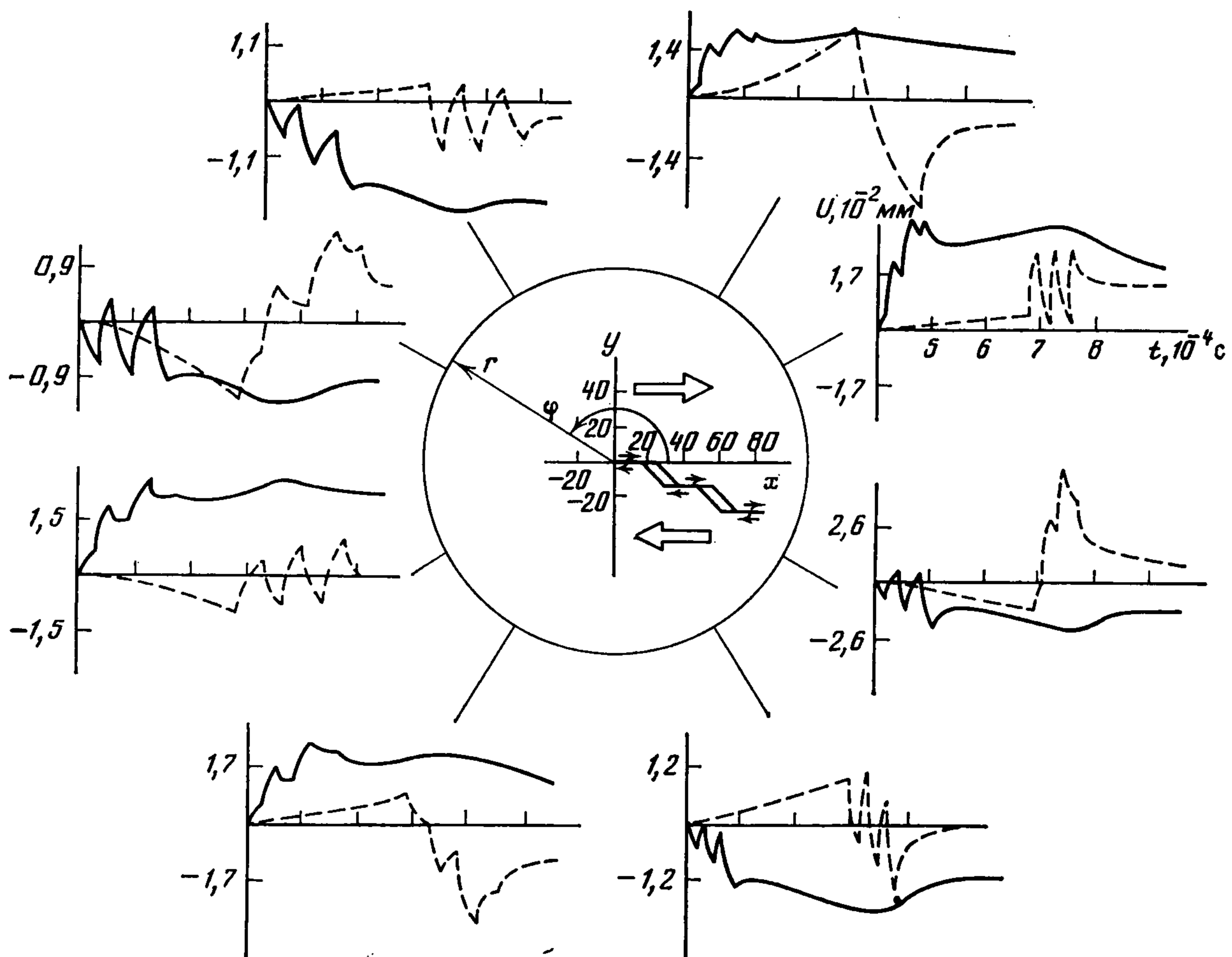
всех трех видов разрывов характерно наличие двух направлений, в которых значения  $K_{r\varphi}$  практически не зависят от скорости вспарывания разрыва. Эти направления делят пространство перед фронтом движущегося разрыва на две зоны, в одной из которых происходит уменьшение  $K_{r\varphi}$ , а в другой — увеличение.

Так, при  $-63^\circ \leq \varphi_1 \leq +63^\circ$  для чисто отрывного разрыва, при  $-37^\circ \leq \varphi_1 \leq +37^\circ$  для чисто сдвигового разрыва и при  $-23^\circ \leq \varphi_1 \leq +47^\circ$  для сложного разрыва величина  $K_{r\varphi}$  уменьшается, а при остальных значениях угла  $\varphi_1$  увеличивается с ростом скорости вспарывания разрыва. Тогда, если предположить, что направления, в которых значения коэффициентов  $K_{r\varphi}$  практически не зависят от скорости вспарывания разрыва, являются ответственными за образование разветвившихся участков разрыва, то получим минимально возможные углы ветвления для чисто отрывного разрыва  $\varphi_1 \approx \pm 63^\circ$ , для чисто сдвигового разрыва  $\varphi_1 \approx \pm 37^\circ$ , а для сложного разрыва углы ветвления будут зависеть от соотношения величин сдвиговой и отрывной составляющих вектора перемещения на разрыве.

Таким образом, из анализа фиг. 1 получаем, что если процесс магистрального вспарывания разрыва будет начинаться с чисто отрывного элемента разрушения, то с ростом скорости вспарывания разрыва помимо появления двух симметричных максимумов в напряжениях  $\sigma_{\varphi\varphi}$  будет происходить резкое увеличение напряжений  $\sigma_{r\varphi}$  по определенным участкам зоны, находящейся перед движущимся краем разрыва. Следовательно, это должно приводить к симметричному ветвлению разрыва с образованием значительных сдвиговых составляющих вектора перемещения на разветвившихся участках.



Фиг. 2



Фиг. 3

Если процесс магистрального вспарывания разрыва начинается с чисто сдвигового элемента разрушения, то с ростом скорости вспарывания помимо формирования двух симметричных максимумов в напряжениях  $\sigma_{r\varphi}$  будет происходить формирование, с одной стороны, разрыва поля растягивающих напряжений, а с другой — зоны сжимающих напряжений. Следовательно, это должно приводить либо к искривлению траектории движения на угол  $\varphi$  от первоначального направления с образованием на отклонившемся участке разрыва значительной отрывной составляющей вектора перемещений, либо должно происходить ветвление разрыва с образованием двух ветвей, на одной из которых будет присутствовать только сдвиговая составляющая вектора перемещений, а на другой — как отрывная, так и сдвиговая компоненты.

На фиг. 2 и 3 приведены теоретические сейсмограммы (зависимости перемещений от времени) для описанных выше схем ветвления и искривления разрывов. Сплошная линия определяет поведение компоненты вектора перемещения  $u_r$ , а штриховая — компоненту  $u_\varphi$ . Теоретические сейсмограммы рассчитывались по формулам (1.13), (2.1) — (2.3) при помощи программы, составленной на языке ФОРТРАН для ЭВМ типа ЕС и предусматривающей вывод результатов счета на графопостроитель. Время счета одного варианта, включающего расчет трех компонент теоретических сейсмограмм и их спектров в 12 точках наблюдения, а также диаграмм направленности сейсмического

излучения, не превышало пяти минут. Исходные параметры среды и разрывов следующие:  $c_p = 2300$  м/с,  $c_s = 1300$  м/с,  $r = 900$  мм;  $m = 2$ ,  $n^1 = n^2 = 3$ ,  $v_i^1 = v_i^2 = 780$  м/с,  $x_0^1 = x_0^2 = y_0^1 = y_0^2 = 0$ ,  $\alpha_0^1 = \alpha_0^2 = 0$ ,  $\alpha_1^1 = -45^\circ$ ,  $\alpha_1^2 = 45^\circ$ ,  $\alpha_2^1 = \alpha_2^2 = 0$ ,  $b_{1,1}^1 = b_{1,1}^2 = 0$ ,  $b_{1,2}^1 = b_{1,2}^2 = 0,7$ ,  $b_{1,3}^1 = b_{1,3}^2 = 0$ ,  $b_{2,1}^1 = b_{2,1}^2 = 1$ ,  $b_{2,2}^1 = b_{2,2}^2 = 0,7$ ,  $b_{2,3}^1 = b_{2,3}^2 = 1$ ,  $t_0^1 = t_0^2 = 0$ ,  $t_1^1 = t_1^2 = t_2^1 = t_2^2 = 25 \cdot 10^{-6}$  с,  $t_3^1 = t_3^2 = t_4^1 = t_4^2 = 50 \cdot 10^{-6}$  с,  $t_5^1 = t_5^2 = 75 \cdot 10^{-6}$  с для разрыва, вспарывание которого начинается с чисто отрывного элемента (фиг. 2), сейсмограммы рассчитаны для  $\varphi = 0, 60, 120$  и  $180^\circ$ ;  $m = 1$ ,  $n^1 = 5$ ,  $v_i^1 = 780$  м/с,  $x_0^1 = y_0^1 = \alpha_0^1 = 0$ ,  $\alpha_1^1 = -45^\circ$ ,  $\alpha_2^1 = 0$ ,  $\alpha_3^1 = -45^\circ$ ,  $\alpha_4^1 = 0$ ,  $t_0^1 = 0$ ,  $t_1^1 = t_2^1 = 25 \cdot 10^{-6}$  с,  $t_3^1 = t_4^1 = 50 \cdot 10^{-6}$  с,  $t_5^1 = t_6^1 = 75 \cdot 10^{-6}$  с,  $t_7^1 = t_8^1 = 100 \cdot 10^{-6}$  с,  $t_9^1 = 125 \cdot 10^{-6}$  с для разрыва, вспарывание которого начинается с чисто сдвигового элемента (фиг. 3), сейсмограммы рассчитаны для  $\varphi = 30, 60, 120, 150, 210, 240, 300$  и  $330^\circ$ .

Видно, что форма теоретических сейсмограмм в обоих случаях значительно усложнена высокочастотным излучением, которое сказывается в присутствии на сейсмограммах характерных экстремумов и ступенькообразных участков. Эти участки соответствуют моментам последовательного прихода волн от сдвиговых и отрывных элементов разрыва, возникающих при искривлении траектории движения разрыва, а также связаны со скачкообразным изменением скорости вспарывания. В случае криволинейного вспарывания разрыва (фиг. 3) в отдельных направлениях наблюдаются сейсмограммы со знакопеременным дугом импульсов. Знакопеременный дуг импульсов в  $P$ -волнах будет наиболее четко выражен вдоль магистрального направления вспарывания разрыва, т. е. будет существенно зависеть от расположения очага и точки наблюдения, а также от величины углов поворотов отдельных участков разрыва.

Отметим, что чем больше будут углы поворота отдельных элементов разрыва, тем больше будет точек наблюдения, в которых будут зафиксированы знакопеременные сейсмограммы. Так, при углах поворота отдельных участков чисто сдвиговых разрывов, близких к  $90^\circ$ , знакопеременные сигналы в  $P$ -волнах будут наблюдаться почти по всем направлениям. Анализируя фиг. 2, 3, можно заметить, что в направлении движения разрывов длительность общего сигнала намного меньше, чем в противоположном направлении, т. е. высокие частоты в направлении движения разрыва будут выше, чем в противоположном, — это наглядный пример эффекта Доплера. Указанную особенность волнового поля можно положить в основу однозначного выбора плоскости магистрального распространения разрыва и определения направления распространения разрыва.

Интегральная оценка компонент  $u_r$  показывает, что суммарное излучение в  $P$ -волнах (по всем точкам наблюдения) будет положительным (т. е. сжимающим) ввиду наличия у магистрального разрыва смешанных элементов, на которых присутствует отрывная компонента вектора перемещения. Следовательно, если при анализе натуральных сейсмограмм будет установлен аналогичный эффект, то можно утверждать, что при реальных землетрясениях будет происходить рост сложных элементов разрыва, т. е. на магистральной площадке разрушения будут присутствовать как сдвиговые, так и отрывные составляющие вектора перемещения.

Таким образом, производя более детальный анализ всей записи натуральных сейсмограмм по ряду станций, можно получить дополнительную информацию о характеристиках процесса разрушения, происходящего в очагах тектонических землетрясений.

Автор благодарит В. Ю. Соколова за помощь при составлении и отладке программы расчетов на ЭВМ.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Введенская А. В. Исследование напряжений и разрывов в очагах землетрясений при помощи теории дислокаций. М.: Наука, 1969. 136 с.
2. Москвина А. Г. Исследование полей смещений упругих волн в зависимости от характера очага землетрясения. — Изв. АН СССР. Физика Земли, 1969, № 9, с. 3—16.
3. Haskell N. A. Elastic displacements in the near-field of a propagating fault. — Bull. Seismol. Soc. America, 1969, v. 59, № 2, p. 865—908.
4. Костров Б. В. Механика очага тектонического землетрясения. М.: Наука, 1975. 176 с.
5. Das S., Aki K. A numerical study of the two-dimensional spontaneous rupture propagation. — Geophys. J. Roy. Astron. Soc., 1977, v. 50, No 3, p. 643—668.
6. Das S., Aki K. Fault plane with barriers: A versatile earthquake model. — J. Geophys. Res., 1977, v. 82, № 36, p. 5658—5670.

7. *Быковцев А. С.* Поле перемещений, создаваемое многократно распространяющейся и останавливающейся площадкой скольжения.— В кн.: *Механика деформируемых сред.* Куйбышев: Изд-е Куйбышев. ун-та, 1978, вып. 3, с. 78—102.
8. *Быковцев А. С., Черепанов Г. П.* Об одной модели очага тектонического землетрясения.— Докл. АН СССР (ДАН СССР), 1980, т. 251, № 6, с. 1353—1356.
9. *Быковцев А. С., Черепанов Г. П.* О моделировании очага землетрясения.— ПММ, 1980, т. 44, вып. 3, с. 557—564.
10. *Введенская А. В.* Сейсמודинамика. М.: Наука, 1984. 144 с.
11. *Райс Дж.* Механика очага землетрясения. М.: Мир, 1982. 217 с.
12. *Николаевский В. Н.* Обзор: земная кора, дилатансия и землетрясения.— В кн.: *Райс Дж.* Механика очага землетрясения. М.: Мир, 1982, с. 133—215.
13. *Аки К., Ричардс П.* Количественная сейсмология. Теория и методы. М.: Мир, 1983. Т. 1. 519 с.; Т. 2, с. 525—880.
14. *Костров Б. В.* Неустановившееся распространение трещины продольного сдвига.— ПММ, 1966, т. 30, вып. 6, с. 1042—1049.
15. *Костров Б. В.* Распространение трещин с переменной скоростью.— ПММ, 1974, т. 38, вып. 3, с. 551—560.
16. *Freund L. V.* Crack propagation in an elastic solid subjected to general loading — II. Non-uniform rate of extension.— J. Mech. and Phys. Solids, 1972, v. 20, № 3, p. 141—152.
17. *Быковцев А. С., Черепанов Г. П.* О предельной скорости прямолинейного распространения сдвигового дислокационного разрыва.— Докл. АН УзССР, 1980, № 3, с. 22—24.
18. *Быковцев А. С., Черепанов Г. П.* Аналог задачи Гриффитса в теории дислокационных разрывов.— Докл. АН УзССР, 1981, № 1, с. 19—21.
19. *Быковцев А. С., Черепанов Г. П.* О стационарном движении дислокационного разрыва.— Изв. АН УзССР. Сер. тех. наук, 1981, № 3, с. 39—43.
20. *Быковцев А. С.* Об условиях начала движения двух коллинеарных дислокационных разрывов.— ПММ, 1983, т. 47, вып. 4, с. 700—703.
21. *Быковцев А. С.* Об особенностях напряжений, получающихся при кинематическом описании разрывов.— Докл. АН УзССР, 1983, № 4, с. 12—14.
22. *Быковцев А. С.* О волновых полях, создаваемых распространяющимися дислокационными разрывами.— В кн.: *Экспериментальная сейсмология в Узбекистане.* Ташкент: ФАН, 1983, с. 171—193.
23. *Быковцев А. С., Тавбаев Ж. С.* О «звездообразной» системе распространяющихся дислокационных разрывов.— ПММ, 1984, т. 48, вып. 1, с. 163—166.
24. *Афанасьев Е. Ф., Черепанов Г. П.* Некоторые динамические проблемы теории упругости.— ПММ, 1973, т. 37, вып. 4, с. 618—639.
25. *Лаврентьев М. А., Шабат Б. В.* Методы теории функций комплексного переменного. М.: Физматгиз, 1958. 678 с.
26. *Yoffe E.* The moving Griffith crack.— Phil. Mag. Ser. 7, 1951, v. 42, № 300, p. 739—750.

Ташкент

Поступила в редакцию  
9.X.1984