

УДК 532.5 : 534.1

РЕАКЦИЯ СТРАТИФИЦИРОВАННЫХ ВРАЩАЮЩИХСЯ СРЕД НА ЛОКАЛЬНЫЕ ТЕПЛОВЫЕ ВОЗДЕЙСТВИЯ

Нетреба С. Н.

В приближении Буссинеска методом интегральных преобразований изучаются течения, возникающие под действием локальных источников тепла в стратифицированной вращающейся вокруг вертикальной оси жидкости. Изучается как стационарный, так и нестационарный случай, соответствующий мгновенному тепловому импульсу. Исследуется многовихревая конвекция, структура которой определяется соотношением параметров стратификации и вращения, а также значениями диссипативных параметров смеси.

1. Постановка задачи. Описание конвективных течений проводится на примере, когда устойчивая стратификация в пространстве, где действует локальный источник тепла с заданной интенсивностью $Q(r, z, t)$, создается изменениями концентрации растворенной соли [1] или взвешенных частиц по высоте в жидкости. Коэффициенты кинематической вязкости ν , температуропроводности κ и диффузии соли D считаются не равными нулю и в общем случае имеют разные значения.

Движение вращающейся вокруг вертикальной оси вязкой теплопроводной среды будем описывать линейной системой уравнений Навье — Стокса в приближении Буссинеска при наличии осевой симметрии (начало вращающейся системы координат выбрано в точке, где действует источник; вектор угловой скорости Ω направлен вдоль оси z)

$$\begin{aligned} (1.1) \quad \frac{\partial v_r}{\partial t} &= -\rho^{-1} \frac{\partial p}{\partial r} + \nu \Delta v_r + f_0 v_\varphi \\ \frac{\partial v_z}{\partial t} &= -\rho^{-1} \frac{\partial p}{\partial z} + \nu (\Delta + r^{-2}) v_z + (\beta T' - c') g \\ \frac{\partial v_\varphi}{\partial t} &= \nu \Delta v_\varphi - f_0 v_r, \quad \frac{\partial (r v_r)}{\partial r} + \frac{\partial (r v_z)}{\partial z} = 0 \\ \frac{\partial T'}{\partial t} &= \kappa (\Delta + r^{-2}) T' + \frac{Q(r, z, t)}{\rho c_v}, \quad \frac{\partial c'}{\partial t} = D (\Delta + r^{-2}) c' + \Gamma v_z \\ \Delta &= \frac{\partial^2}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} - r^{-2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2}, \quad \Gamma = -\frac{\partial c_0}{\partial z} = \text{const} > 0 \end{aligned}$$

Здесь v_r , v_z и v_φ — радиальная, вертикальная и азимутальная составляющие скорости среды, p — давление в среде за вычетом гидростатического, ρ — плотность жидкости, g — ускорение силы тяжести, β — коэффициент температурного расширения среды, $T' = T - T_0$, T — температура, T_0 — температура невозмущенной среды, c_v — удельная теплоемкость среды при постоянном объеме, $c' = c - c_0$, c — отношение плотности соли к плотности жидкости, $c_0(z)$ — величина c в невозмущенной среде, $f_0 = 2\Omega$ — значение параметра Кориолиса.

2. Конвекция при $\nu = \kappa = D$. Введем функцию тока Стокса ψ и азимутальную компоненту векторного потенциала B по формулам

$$(2.1) \quad v_r = -\frac{1}{r} \frac{\partial \psi}{\partial z}, \quad v_z = \frac{1}{r} \frac{\partial \psi}{\partial r}, \quad B = r^{-1} \psi$$

Если известен потенциал B , то v_φ можно определить из третьего уравнения системы (1.1). Течение носит локальный характер и затухает на бесконечности. При описании течения на расстояниях, значительно превышающих характерный размер области тепловыделения, величину $Q(r, z, t)$ в (1.1) можно заменить на $Q_0 \delta(t) \delta(z) \delta(r)$. При этих условиях система уравнений (1.1) с учетом (2.1) вместе с граничными условиями приводит к задаче

$$(2.2) \quad \left[\left(\frac{\partial}{\partial t} - v\Delta \right)^2 \Delta + \omega_0^2 \left(\Delta - \frac{\partial^2}{\partial z^2} \right) + f_0^2 \frac{\partial^2}{\partial z^2} \right] B = M \delta(t) \delta(z) \frac{\partial}{\partial r} \delta(r)$$

$$r = 0, \infty, \quad z = \pm\infty, \quad B = 0, \quad \omega_0^2 = \Gamma g; \quad M = (\rho_v c)^{-1} \beta g Q_0$$

Используя преобразование Фурье по z , Ганкеля по r , и Лапласа по t , решение задачи (2.2) можно представить в виде

$$(2.3) \quad B = \frac{M}{4\pi^2 i} \iiint \exp(pt + ik_1 z) J_1(rs) s^2 \times$$

$$\times \{ [p + v(s^2 + k_1^2)]^2 (s^2 + k_1^2) + \omega_0^2 s^2 + f_0^2 k_1^2 \}^{-1} ds dk_1 dp$$

(J_1 — функция Бесселя первого рода, первого порядка).

В (2.3) сделаем замену переменных

$$(2.4) \quad z = R \cos \theta, \quad r = R \sin \theta, \quad R^2 = z^2 + r^2$$

$$k_1 = k \cos \varphi, \quad s = k \sin \varphi, \quad dk_1 ds = k dk d\varphi$$

и выполним обратное преобразование Лапласа с учетом (2.4)

$$B = M \int_0^{\pi/2} \int_0^\infty \exp(-vk^2 t) \sin k_1 z \frac{\sin \omega t}{\omega} J_1(rs) \cos^2 \varphi dk d\varphi$$

$$\omega = (\omega_0^2 \cos^2 \varphi + f_0^2 \sin^2 \varphi)^{1/2}$$

Подставим выражение для $J_1(rs)$ согласно интегральной формуле Бесселя

$$J_1(x) = \frac{2}{\pi} \int_0^{\pi/2} \sin(x \sin \Phi) \sin \Phi d\Phi$$

и проинтегрируем по k . Получим новое интегральное представление для функции $B(R, \theta, t)$

$$(2.5) \quad B = \frac{M}{\pi^2} \int_0^{\pi/2} \int_0^{\pi/2} \sin \omega t \cos^2 \varphi \frac{\sin \Phi}{R^2 \omega} \left(\frac{R^2}{4vt} \right)^{3/2} (B^+ + B^-) d\Phi d\varphi$$

$$B^\pm = m^\pm \exp \left[-\frac{(Rm^\pm)^2}{4vt} \right], \quad m^\pm = \sin \Phi \cos \varphi \sin \theta \pm \sin \varphi \cos \theta$$

Оно оказалось удобным для исследования течения в областях $R \ll \ll \sqrt{4vt}$, и $R \gg \sqrt{4vt}$, где можно получить простые асимптотические выражения для $\psi(R, \theta, t)$.

Структура течения при $R \ll \sqrt{4vt}$ (вязкая область). В этом случае экспоненты в (2.5) можно положить равными единице, что приводит к выражению

$$B(R, \theta, t) = M^* \int_0^{\pi/2} \int_0^{\pi/2} \frac{\sin \omega t}{\omega} \cos^2 \varphi \sin^2 \Phi d\Phi d\varphi$$

$$M^* = M \frac{R \sin \theta}{(4\nu t)^{3/2}}$$

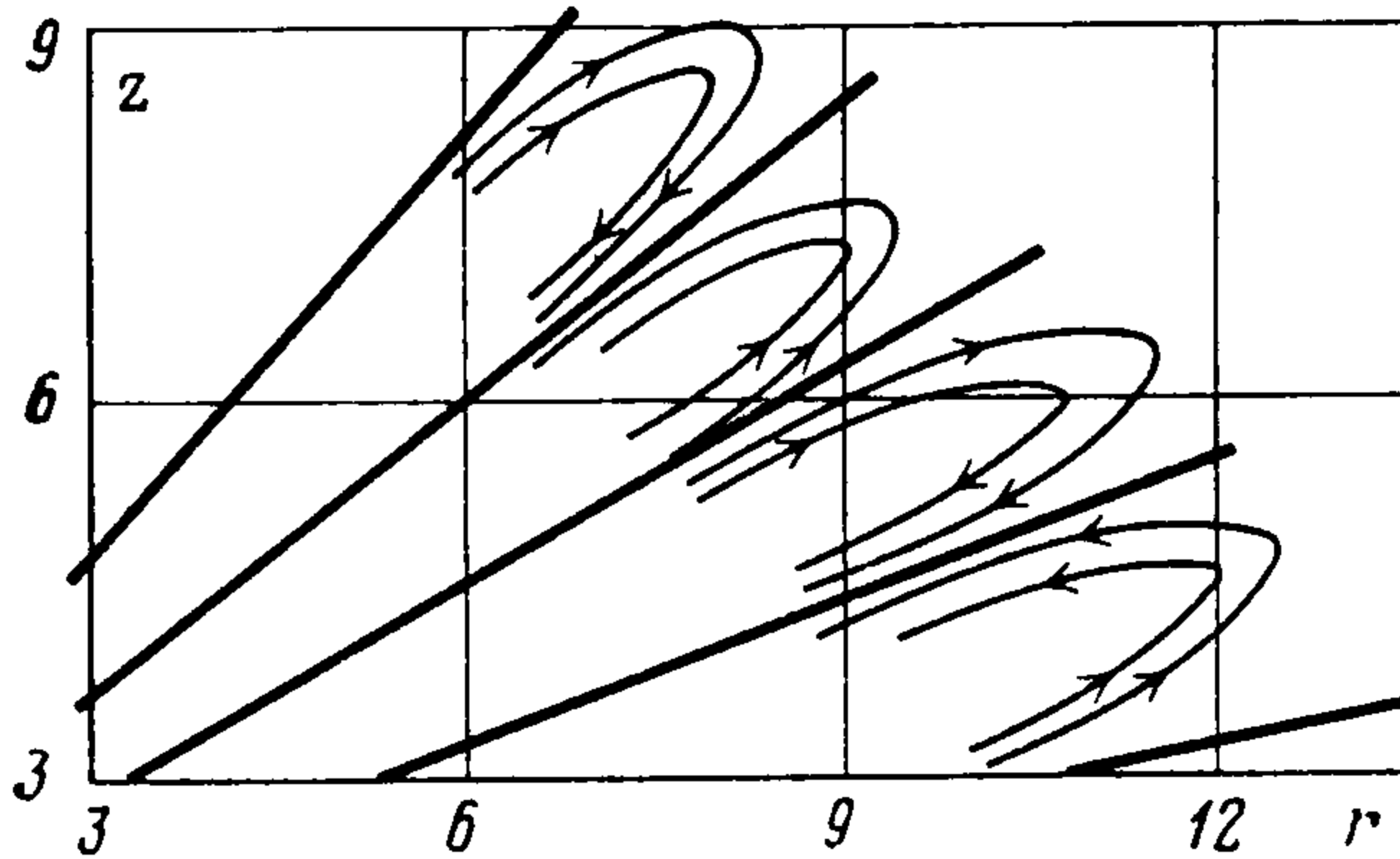
Используя метод стационарной фазы при $\omega_0 t \gg 1$, получаем

$$(2.6) \quad \psi(R, \theta, t) \sim \sqrt{\frac{\pi}{2}} M^* \delta \frac{\sin(\omega_0 t - \pi/4)}{\sqrt{\omega_0 t}}, \quad f_0 \neq \omega_0 > 0$$

$$\psi(R, \theta, t) \sim \sqrt{\frac{\pi}{2}} M^* \frac{\sin \omega_0 t}{\omega_0}, \quad f_0 = \omega_0 > 0$$

$$\delta = |f_0^2 - \omega_0^2|^{-1/2}, \quad M^* = \frac{(R \sin \theta)^2}{(4\nu t)^{3/2}}$$

Из соотношений (2.6) следует, что в обоих случаях возникают колебания, обусловленные устойчивой стратификацией, при более медленном затухании колебаний в случае $f_0 = \omega_0 > 0$.



Фиг. 1

При нейтральной статификации ($\omega_0 = 0$), если $f_0 > 0$, колебания отсутствуют и имеет место восходящее течение

$$(2.7) \quad \psi(R, \theta, t) \sim M^* f_0^{-1}, \quad f_0 t \gg 1$$

Структура течения при $R \gg \sqrt{4\nu t}$ (невязкая область). В этой области влияние вязких эффектов исчезает и после применения метода перевала представление (2.5) приводит к выражению

$$(2.8) \quad B(R, \theta, t) = \frac{M}{(R \sin \theta)^2} \int_0^\theta \frac{\cos \varphi \sin \omega t}{\omega (1 - \operatorname{tg}^2 \varphi \operatorname{tg}^{-2} \theta)^{1/2}} d\varphi$$

Выполнив здесь замену переменной $\operatorname{tg}^2 \varphi \operatorname{tg}^{-2} \theta = \sin \alpha$ и используя метод стационарной фазы при $\omega_0 t \gg 1$, получим при $f_0 \neq \omega_0$

$$(2.9) \quad \psi = \psi_0 - \psi_\omega, \quad \psi_0 \sim \sqrt{\frac{2}{\pi}} \frac{M \delta}{R \sin \theta} \frac{\sin(\omega_0 t - \pi/4)}{\sqrt{\omega_0 t}}$$

$$\psi_\omega \sim \sqrt{\frac{2}{\pi}} \frac{M \delta \cos \theta}{R \sin \theta} \frac{\sin(\bar{\omega} t - \pi/4)}{\sqrt{\bar{\omega} t}}, \quad \bar{\omega} = (\omega_0^2 \cos^2 \theta + f_0^2 \sin^2 \theta)^{1/2}$$

Из формул (2.9) видно, что при $\omega_0 t \gg 1$ в течении появляются две гармоники: ψ_0 и ψ_ω . Первая гармоника, с частотой $\omega = \omega_0 = \text{const}$, обусловлена только стратификацией, вторая, с частотой $\omega = \bar{\omega}$, отражает анизотропность среды, возникающей из-за стратификации и вращения. Эта гармоника описывает расслоение течения на вихри, которые, располагаясь один над другим, создают многоуровневую структуру нестационарных конвективных течений (см. фиг. 1, где прямым линиям соответствует $\psi = 0$).

Характер течения резко изменяется при $f_0 = \omega_0$. Тогда из (2.8) имеем

$$(2.10) \quad \psi(R, \theta, t) \sim M R^{-1} \sin^2 \theta \sin f_0 t$$

в этом случае движение среды синфазно во всем пространстве, процесс расслоения здесь отсутствует и многоуровневая структура сворачивается в осциллирующий кольцевой вихрь с закруткой.

Как видно из (2.10), в отличие от случая отсутствия стратификации (2.7), в области $R \gg \sqrt{4\nu t}$ возбуждаются гироскопические волны ($f_0 > 0$).

3: Конвекция при $v \gg \kappa \gg D$. В общем случае система (1.1) приводит к уравнению для $B(r, z, t)$

$$(3.1) \quad \left[A_{\kappa} A_D \left(A_v^2 + f_0^2 \frac{\partial^2}{\partial z^2} \right) + \omega_0^2 A_v A_{\kappa} \left(\Delta - \frac{\partial^2}{\partial z^2} \right) \right] B = \\ = M A_v A_D \delta(t) \delta(z) \frac{\partial}{\partial r} \delta(r) \\ A_v = \frac{\partial}{\partial t} - v\Delta, \quad A_{\kappa} = \frac{\partial}{\partial t} - \kappa\Delta, \quad A_D = \frac{\partial}{\partial t} - D\Delta$$

которое имеет четвертый порядок по времени и десятый по пространственным переменным. Аналитическое исследование уравнения (3.1) принципиальных затруднений не вызывает, но весьма громоздко, поэтому рассмотрим более простой случай, когда $f_0 = 0$. Тогда (3.1) вместе с условиями ограниченности возмущений приводит к задаче

$$(3.2) \quad A_{\kappa} \left[A_v A_D \Delta + \omega_0^2 \left(\Delta - \frac{\partial^2}{\partial z^2} \right) \right] B = M A_D \delta(t) \delta(z) \frac{\partial}{\partial r} \delta(r) \\ r = 0, \infty, \quad z = \pm\infty, \quad B = 0$$

Заметим, что в этом случае уравнение (3.2) имеет более высокий порядок, чем (2.2), что означает существование дополнительных свойств конвективного течения (3.2). Используя в (3.2) интегральные преобразования, аналогичные (2.2) — (2.4), и обращая трансформанту Лапласа, функцию $B(R, \theta, t)$ представим в виде

$$(3.3) \quad B = \frac{M}{\pi} \int_0^{\pi/2} \int_0^{\infty} (S_{\kappa} + S_v) \cos(kz \cos \varphi) J_1(kr \sin \varphi) k \cos^2 \varphi dk d\varphi$$

$$S_{\kappa} = \frac{(D - \kappa) k^2 \omega_0^{-2}}{\cos^2 \varphi - l_3^4 k^4} \exp(-\kappa k^2 t), \quad S_v = \frac{(S^+ + S^-)}{2}$$

$$S^{\pm} = (\pm \omega)^{-1} \exp(-v_0 k^2 t \pm \omega t) \frac{(v_0 - D) k^2 \pm \omega}{(v_0 - \kappa) k^2 \pm \omega}$$

$$\omega = [\omega_0^2 \cos^2 \varphi - (v_0 - D)^2 k^4]^{1/2}, \quad v_0 = \frac{v + D}{2}$$

$$(3.4) \quad l_3 = \left[\frac{(v - \kappa)(\kappa - D)}{\omega_0^2} \right]^{1/4} \sim \left(\frac{v\kappa}{\Gamma g} \right)^{1/4}, \quad v \gg \kappa \gg D$$

В зависимости от физических процессов, определяющих поле течения (3.2), (3.3), выделим следующие пространственно-временные области и режимы движений.

Гравитационные колебания и струйное течение. Используем метод перевала и стационарной фазы, при $R \ll \sqrt{4Dt}$, $\omega_0 t \gg 1$ в этой области имеем

$$(3.5) \quad \psi = \psi_v + \psi_{\kappa} \\ \psi_v \sim M \sqrt{\frac{\pi}{2}} \frac{(R \sin \theta)^2}{(4v_0 t)^{3/2}} \frac{\sin(\omega_0 t - \pi/4)}{\sqrt{\omega_0 t}} \\ \psi_{\kappa} \sim M \omega_0^{-2} (\kappa - D) \frac{(R \sin \theta)^2}{(4\kappa t)^{3/2}}$$

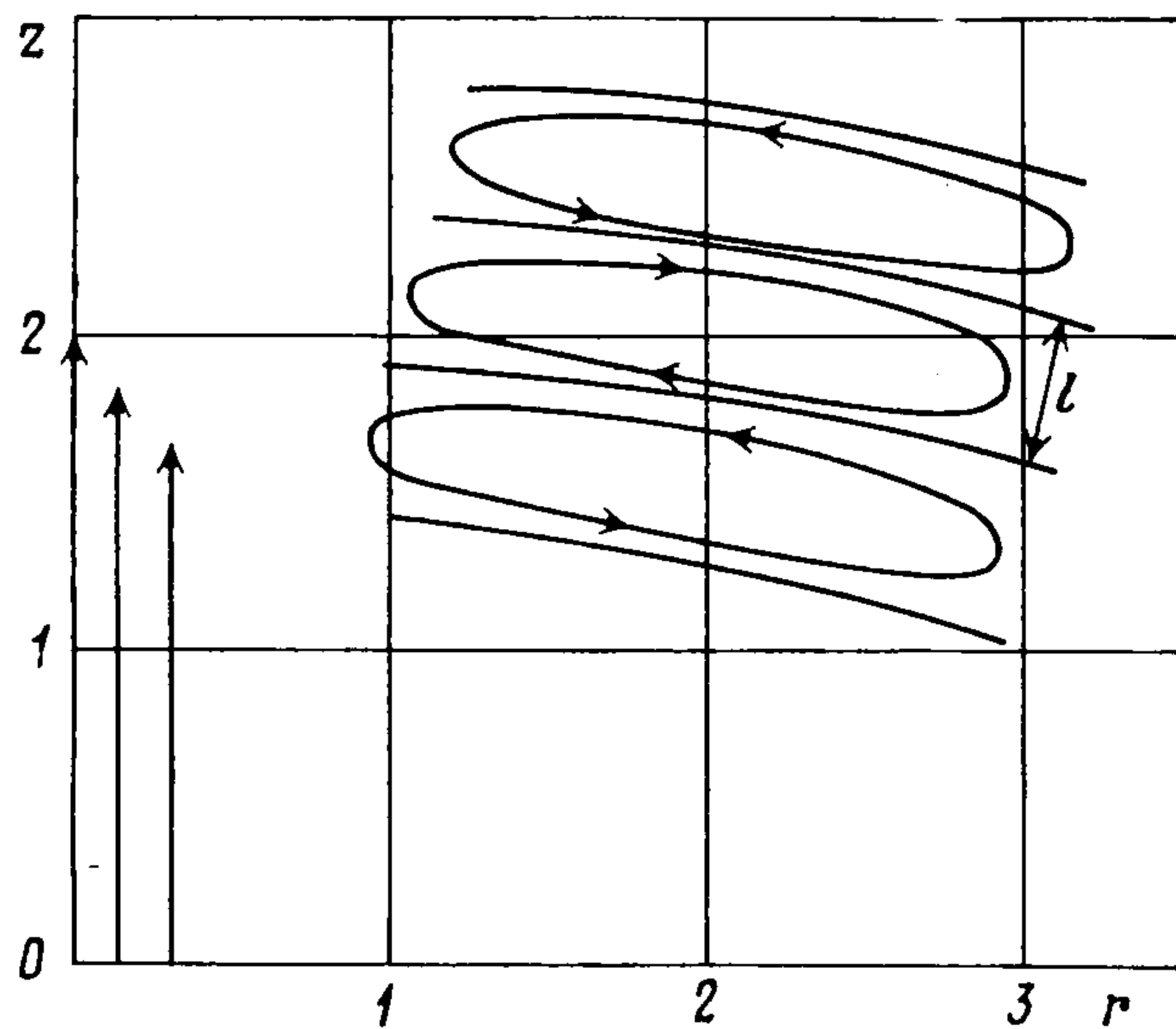
Функция ψ_v определяется вкладом окрестности нуля спектра $S_{\kappa}(k)$ и представляет колебания, фактически аналогичные (2.6) при $f_0 = 0$.

Функция ψ_{κ} определяется спектром $S_{\kappa}(k)$ и описывает струйное течение, монотонно убывающее со временем и возникающее только в случае $\kappa \neq D$. В интервале времен $(v/\kappa) \omega_0^{-1} \ll t \ll (v/\kappa)^3 \omega_0^{-1}$ эта мода доминирующая в (3.5).

Диссипативные структуры и нестационарные вихри. При $(\nu - \kappa)(\kappa - D) > 0$ простые полюсы спектров $S_\nu(k)$ и $S_\kappa(k)$ находятся на действительной оси волновых чисел k . Если $\sqrt{4Dt} \ll R \ll \sqrt{4\kappa t}$, $(\nu/\kappa)^{1/2} \omega_0^{-1} \ll t \ll (\nu/D)^{1/2} \omega_0^{-1}$, спектр $S_\nu(k)$ в окрестности полюса практически не деформируется со временем, т. е. является квазистационарным. Вычисляя вклад полюса $S_\nu(k)$, затем используя метод стационарной фазы, имеем следующее асимптотическое выражение для ψ :

$$(3.6) \quad \begin{aligned} \psi &\sim M (\omega_0 \nu_0)^{-1/2} f(\theta) \sin [R l_3^{-1} m(\theta)], \quad R \gg l_3 \\ f(\theta) &= \sin^{1/2} \theta \{ \sin(\varphi_\nu - \theta) [\sin^{-2}(\varphi_\nu - \theta) + 1/2 \cos^{-2} \varphi_\nu] \}^{-1/2} \\ m(\theta) &= \cos^{1/2} \varphi_\nu \sin(\varphi_\nu - \theta), \quad \varphi_\nu(\theta) = 1/2 [\theta + \\ &+ \arccos(-1/3 \cos \theta)] \end{aligned}$$

Асимптотическая формула (3.6) показывает, что в потоке возникают квазистационарные ячейки с характерным масштабом l_3 , определяемым формулой (3.4).



Фиг. 2

Формирование этих ячеек обязано совместному действию стратификации и значительному различию в коэффициентах обмена ($\nu \gg \kappa \gg D$), так как более медленный перенос солености по сравнению с переносом тепла вызывает опускание охладившихся частиц на свой уровень нейтральной плавучести, что приводит к образованию локальной системы квазистационарных диссипативных структур. Качественно структура течения (3.5), (3.6) изображена на фиг. 2.

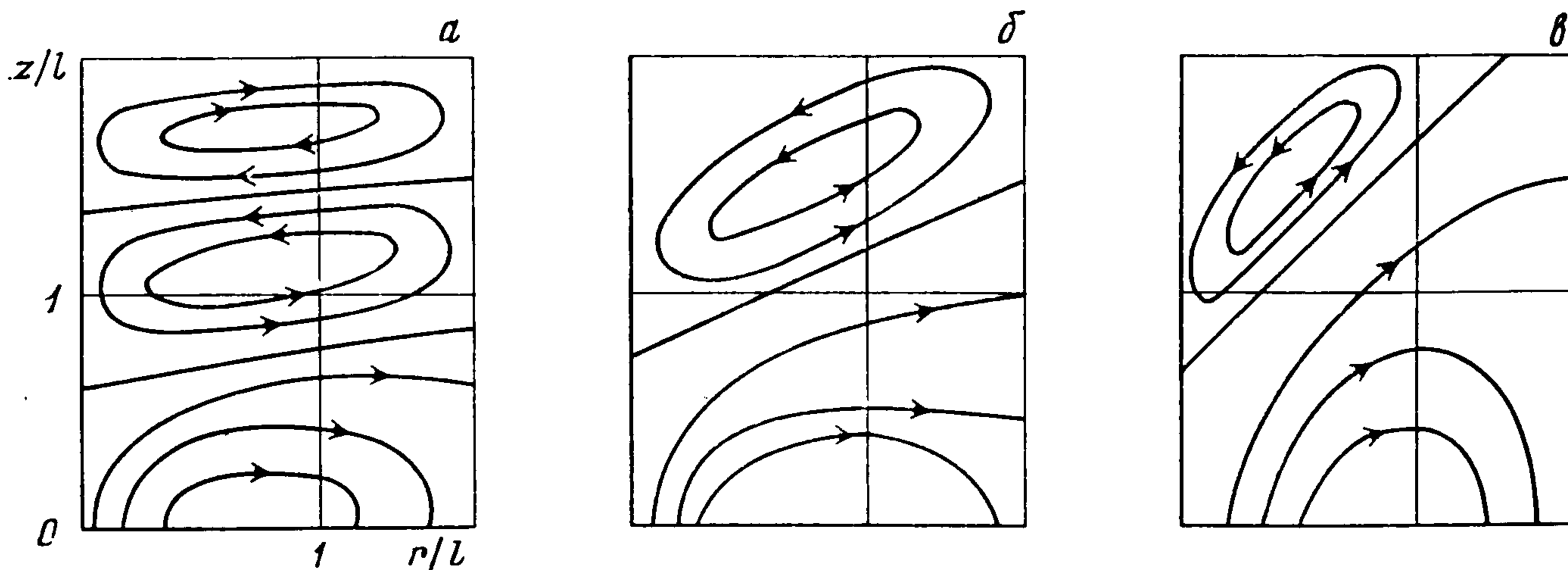
В области $R \gg \sqrt{4\nu t}$ справедлива формула (2.9) (при $f_0 = 0$), описывающая нестационарную многоуровневую систему вихрей (фиг. 1), вообще не зависящую от диссипативных характеристик среды. Здесь течение создается как полем давления, формируемым всей областью течения, так и возмущениями солености c' , порождаемыми индуцированным источником Γv_z (1.1) [2].

4. Стационарная конвекция от точечного источника тепла для произвольных $\nu, \kappa, D > 0$. В этом случае система (1.1) приводит к задаче

$$(4.1) \quad \begin{aligned} \left[\nu_0^2 \Delta^3 + \omega_0^2 \left(\Delta - \frac{\partial^2}{\partial z^2} \right) + f_0^2 \frac{\partial^2}{\partial z^2} \right] B &= M \delta(z) \frac{\partial}{\partial r} \delta(r) \\ r &= 0, \infty, \quad z = \pm \infty, \quad B = 0 \\ \nu_0 &= \nu \left(\frac{\kappa}{\nu} \right)^{1/2}, \quad \omega_0 = \left(\Gamma g \frac{\nu}{D} \frac{\kappa}{\nu} \right)^{1/2} \end{aligned}$$

Выполняя процедуру (2.3) — (2.5), имеем следующее интегральное представление для $B(R, \theta)$:

$$(4.2) \quad \begin{aligned} B &= B^+ + B^- \\ B^\pm &= 2M (\nu_0 \omega_0)^{-1} \int_0^{\pi/2} \int_0^{\pi/2} \frac{\cos^2 \varphi \sin \Phi}{\omega(\eta, \varphi)} \exp \left[\frac{R}{l} |m^\pm| \omega \right] \times \\ &\times \sin \left[\frac{R}{l} |m^\pm| \omega \right] d\Phi d\varphi \\ \omega(\eta, \varphi) &= \cos^2 \varphi + \eta^2 \sin^2 \varphi, \quad \eta = f_0 \omega_0^{-1}, \quad l = (2\nu_0 \omega_0^{-1})^{1/2} \end{aligned}$$



Фиг. 3

Возможно асимптотическое интегрирование (4.2) в областях $R \ll l$ и $R \gg l$.

Течение вблизи источника и пределы применимости линейного решения. Положим в (4.2) параметр $R/l \ll 1$ и ограничимся первым приближением в разложении функций B^+ и B^- по этому малому параметру. Тогда определение $B(R, \theta)$ (и соответственно, ψ) сводится к нахождению табличных интегралов. Получим следующие выражения для функции тока и вертикальной скорости в этой области:

$$(4.3) \quad \psi = \psi^* f(\eta) \\ \psi^* = M \omega_0^{-1/2} \nu_0^{-3/2} (R \sin \theta)^2 + O[(R/l)^3], \quad v_z = v_z^* f(\eta)$$

Функции ψ^* и v_z^* определяются согласно [3] при отсутствии вращения ($f_0 = 0$). Функция $f(\eta)$ выражается через гипергеометрическую функцию Гаусса. С ростом η величина $f(\eta)$ монотонно убывает от максимального значения, равного единице при $\eta = 0$ до нуля при $\eta = \infty$.

Формулы (4.3) отражают характер стабилизирующего воздействия вращения ($f_0 > 0$) на конвекцию. Следовательно, пределы применимости линейного решения, полученные при отсутствии вращения в [3], являются достаточными.

Структура течения вдали от источника ($R \gg l$). В этом случае при интегрировании по Φ основной вклад в интеграл B^- дает окрестность точки $\Phi_0 = \arcsin(\operatorname{tg} \varphi / \operatorname{tg} \theta)$. Проводя в (4.2) интегрирование по Φ , а затем по φ , получим выражение

$$(4.4) \quad \psi \sim M \pi^2 \nu / \kappa^{-1} (\Gamma \nu / D^{-1} R \cos \theta)^{-1} (1 + \eta^2 \operatorname{tg}^2 \theta)^{-1/2}, \quad r \gg z \gg l$$

которое определяет характер течения в основной ячейке вблизи радиальной плоскости $r \gg z \gg l$.

В области $z \gg r \gg l$ течение расслаивается по вертикали на ряд ячеек, которые описаны в [3]. Вращение приводит к увеличению угла наклона границы ячеек к радиальной плоскости, при этом растет ширина основной ячейки (4.4). Таким образом, с ростом вращения (с увеличением η) происходит поворот и вытеснение ячеек в область, прилегающую к вертикальной оси, т. е. горизонтальная ориентация ячеек постепенно сменяется вертикальной. Влияние вращения на структуру течения показано на фиг. 3 линиями тока, полученными из численного расчета (4.2), при $\eta = 0, 1$ (а), $\eta = 0, 5$ (б), $\eta = 1$ (в). Эти ячейки, как и ячейки Бенара, представляют диссипативные структуры, устойчивое стационарное состояние которых поддерживается благодаря совместному действию плавучести (при наличии стратификации), поля давления, температуропроводности, вязкости и диффузии.

Азимутальная скорость v_φ . Система (1.1) приводит к следующей задаче для определения v_φ в стационарном случае:

$$(4.5) \quad \left[v_0^2 \Delta^3 + \omega_0^2 \left(\Delta - \frac{\partial^2}{\partial z^2} \right) + f_0^2 \frac{\partial^2}{\partial z^2} \right] \Delta v_\varphi = M f_0 v^{-1} \delta(z) \frac{\partial}{\partial r} \delta(r)$$

$$r = 0, \infty, \quad z = \pm \infty: \quad v_\varphi = 0$$

Из (4.5) имеем следующее интегральное представление:

$$(4.6) \quad v_\varphi = M \pi f_0 v^{-3/2} \omega_0^{-1/2} \eta (A^+ + A^-)$$

$$A^\pm = \int_0^{\pi/2} \int_0^{\pi/2} \frac{\sin \varphi \cos^2 \varphi \sin \Phi}{\omega^{3/2}(\eta, \varphi)} \exp R^\pm (\cos R^\pm + \sin R^\pm) d\Phi d\varphi$$

$$R^\pm = R l^{-1} \omega^{1/2}(\eta, \varphi) |m^\pm|$$

а) При $R \ll l$ из (4.6) имеем

$$(4.7) \quad v_\varphi \sim M v_0^{-3/2} \omega_0^{-1/2} R^2 l^{-2} \sin \theta \cos \theta F(\eta)$$

где $F(\eta)$ — монотонно возрастающая функция, $F(\eta) \sim \eta$ при $\eta \ll 1$ и $F(\eta) \sim \sqrt{\eta}$ при $\eta \gg 1$.

б) При $R \gg l$ в пределах области основной ячейки $r \gg z \gg l$ (4.4) для v_φ из (4.6) имеем асимптотику

$$(4.8) \quad -v_\varphi \sim M 2^{-1/2} v_0^{-3/2} \omega_0^{-1/2} R^{-1} l \operatorname{ctg}(\theta) P(\eta)$$

где $P(\eta)$ хорошо аппроксимируется функцией $P(\eta) \sim \eta (1 + \eta^2)^{-1}$. Необходимо отметить более медленный характер убывания азимутальной скорости (4.8) в этой области, чем радиальной и вертикальной (4.4). Формулы (4.7) и (4.8) позволяют установить зависимость интенсивности закрутки $v_\varphi(r, z)$ от радиуса при $z = \text{const}$ в основной ячейке; при $R \gg l$ движение близко к вращению твердого тела ($v_\varphi \sim r$), при $R \gg l$ — к потенциальному вихрю ($v_\varphi \sim 1/r$).

Автор благодарит А. С. Кабанова и О. В. Кайдалова за обсуждение результатов и Ю. К. Горматюк за помощь при построении линий тока.

ЛИТЕРАТУРА

1. Чашечкин Ю. Д., Беляев В. С. Режимы свободной термоконцентрационной конвекции над точечным источником тепла. — Докл. АН СССР (ДАН СССР), 1982, т. 267, № 3, с. 574—578.
2. Кабанов А. С. Плоская свободная конвекция, возникающая от локального источника тепла в устойчиво стратифицированной среде. — ПММ, 1979, т. 43, вып. 2, с. 281—287.
3. Кабанов А. С., Нетреба С. Н. Свободная конвекция от точечного источника тепла в устойчиво стратифицированной среде. — ПММ, 1982, т. 46, вып. 1, с. 60—65.