

ОБ УСТОЙЧИВОСТИ ПУЗЫРЬКОВЫХ ПАРОВИДКОСТНЫХ СРЕД

Шагапов В. Ш.

Рассматривается задача об устойчивости пузырьковых паровидкостных сред. Показано, что из-за совместного действия поверхностного натяжения и фазовых переходов существует область значений параметров паровидкостных и парогазовидкостных пузырьковых сред, при которых равновесное состояние неустойчиво. Анализируется влияние различных параметров двухфазной среды, таких, как объемное содержание пузырьков, массовое содержание газа, степени диспергированности смеси на инкремент, характеризующий темп развития неустойчивости.

1. Основные уравнения. Рассмотрим распространение малых возмущений в полидисперсной смеси жидкости с пузырьками $m - 1$ сортов при обычных допущениях для двухфазных сред. Кроме того, будем считать, что газовая фаза состоит из паров жидкой фазы и некоторого «инертного» газа, не участвующего в процессе массообмена между фазами. Скорости фаз совпадают. Тогда система макроскопических уравнений масс, числа пузырьков, импульса для одномерного движения в линейном приближении имеет вид [1]

$$(1.1) \quad \frac{\partial \rho_1}{\partial t} + \rho_{10} \frac{\partial v}{\partial x} = - \sum_{i=2}^m I_i, \quad \frac{\partial \rho_i}{\partial t} + \rho_{i0} \frac{\partial v}{\partial x} = I_i$$

$$I_i = 4\pi a_{i0}^2 n_{i0} j_i, \quad \frac{\partial n_i}{\partial t} + n_{i0} \frac{\partial v}{\partial x} = 0, \quad \rho_0 \frac{\partial v}{\partial t} = - \frac{\partial p_1}{\partial x}$$

$$\rho = \sum_{i=1}^m \rho_i, \quad \rho_i = \rho_i^0 \alpha_i, \quad \alpha_i = \frac{4}{3} \pi a_i^3 n_i$$

Индекс $i = 1$ и $i = 2, \dots, m$ относится к параметрам, соответственно, жидкости и газа в пузырьках i -го сорта, $\rho_i, \rho_i^0, v, p_i, n_i, a$ — возмущения средней по смеси и средней по фазе плотности, скорости, давления, числа пузырьков в единице объема смеси и радиуса пузырьков. I_i, j_i — интенсивности массообмена между фазами, отнесенные к единице объема смеси и единице площади поверхности раздела фаз. Параметры, соответствующие невозмущенному состоянию, снабжены дополнительно нижним нулевым индексом.

Для учета межфазного теплообмена запишем уравнения теплопроводности внутри и вне пузырька, а также уравнение диффузии внутри пузырька

$$(1.2) \quad \rho_{10} c_1 \frac{\partial T_{1i}'}{\partial t} = \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} \left(\lambda_1 r^2 \frac{\partial T_{1i}'}{\partial r} \right) \quad (r > a_{i0})$$

$$\rho_{i0} c_{ip} \frac{\partial T_i}{\partial t} = \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} \left(\lambda_i r^2 \frac{\partial T_i'}{\partial r} \right) + \frac{\partial p_i}{\partial t} - \rho_{i0} (B_v - B_g) T_0 \frac{\partial g_i'}{\partial t}$$

$$\frac{\partial g_i'}{\partial t} = \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} \left(\kappa_i r^2 \frac{\partial g_i'}{\partial r} \right), \quad c_{ip} = c_{vp} g_{i0} + c_{gp} (1 - g_{i0}),$$

$$i = 2, \dots, m \quad (r < a_{i0})$$

Здесь r — микрокоордината (расстояние от центра пузырька), T', g' — распределения температур и массового паросодержания, c_1, c_p, c_v — соответственно, удельные теплоемкости жидкости, смеси в пузырьках при постоянном давлении и объеме, B — газовая постоянная, λ_i — коэффициент теплопроводности фаз, κ_i — коэффициент диффузии; штрихами отмечены микропараметры (т. е. параметры, зависящие от r).

Уравнения состояния фаз примем в виде

$$(1.3) \quad \rho_i^0 = \rho_{i0}^0, \quad p_i = p_{vi}' + p_{gi}' = (\rho_v' B_v + \rho_g' B_g) T_i' = \rho_i^0 B_i T_i', \quad i = 2, \dots, m$$

Нижние индексы v и g относятся к пару и газу в пузырьках.

Уравнение пульсационного движения, без учета стесненности пузырьков, запишем в виде

$$(1.4) \quad a_{i0} \partial w_{1i} / \partial t + 4\nu_1 w_{1i} / a_{i0} = (p_i - p_1 + 2\sigma/a_i) / \rho_{i0}^0$$

(w_{1i}, w_i — скорости пульсационного движения жидкости и газа на поверхности раздела фаз, σ — коэффициент поверхностного натяжения, ν_1 — кинематическая вязкость жидкости).

На поверхности раздела фаз ($r = a_{i0}$) зададим следующие условия:

$$(1.5) \quad T_{1i}' = T_i' = T_{ia}, \quad \lambda_1 \frac{\partial T_{1i}'}{\partial r} - \lambda_i \frac{\partial T_i'}{\partial r} = i_i l$$

$$\rho_{i0} \left[(1 - g_{i0}) \left(\frac{\partial a_i}{\partial t} - w_i \right) - \kappa_i \frac{\partial g_i'}{\partial r} \right] = 0$$

$$\rho_{i0} \left[g_{i0} \left(\frac{\partial a_i}{\partial t} - w_i \right) + \kappa \frac{\partial g_i'}{\partial r} \right] = \rho_{i0} \left(\frac{\partial a_i}{\partial t} - w_{1i} \right) = i_i, \quad i = 2, \dots, m$$

(l — удельная теплота парообразования). Кроме того

$$(1.6) \quad \partial g_i' / \partial r = 0, \quad \partial T_i' / \partial r = 0 \quad (r = 0), \quad T_{1i}' = T_0 \quad (r = \infty)$$

Для значений параметров на поверхности раздела фаз для состояний, далеких от критических, запишем уравнение Клапейрона — Клаузиуса

$$dp_{vi} / \partial T_{ia} = \rho_{vj} l / T_{ia}$$

При решении задач удобно пользоваться соотношением для p_i , получаемым из уравнения теплопроводности внутри пузырьков, при допущении условия гомобаричности [1]

$$(1.7) \quad \frac{\partial p_i}{\partial t} = - \frac{3}{a_{i0}} \left[\gamma_i p_{i0} w_i - \rho_{i0} (B_v - B_g) T_0 \kappa_i \left(\frac{\partial g_i'}{\partial r} \right)_{a_{i0}} - \right. \\ \left. - (\gamma_i - 1) \lambda_i \left(\frac{\partial T_i'}{\partial r} \right)_{a_{i0}} \right], \quad \gamma_i = \frac{c_{ip}}{c_{iv}}, \quad i = 2, \dots, m$$

Для приведенной системы решение ищем в виде

$$p, v, a, w \sim \exp(iKx + \omega t), \quad T' = T(r) \exp(iKx + \omega t), \quad g' = g(r) \exp(iKx + \omega t)$$

K — волновое число, ω — комплексная частота). Предполагая, что влиянием радиальной инерции и вязкости жидкости можно пренебречь по сравнению с эффектами тепловой неравновесности, т. е. интенсивность неустойчивости определяется тепло- и массообменными процессами, получим следующее дисперсионное уравнение:

$$(1.8) \quad \frac{K^2}{\omega^2} + 3\rho_0 \sum_{i=2}^m \frac{\alpha_{i0}}{\psi_i} = 0, \quad \psi_i = \frac{3\gamma_i p_{i0}}{Q_i} - \frac{2\sigma}{a_{i0}}$$

$$Q_i = 1 + \left[\frac{\gamma_i H_{vi} \Pi(z_i)}{1 - g_{i0}} + \frac{(\gamma_i - 1) H_{gi} \Pi(x_i)}{g_{i0}} \right] \left[\frac{H_{gi}}{g_{i0}} + \right. \\ \left. + \frac{\gamma_i \Pi(z_i) y_i^2}{(1 - g_{i0}) \beta_i (1 + y_i)} \right]^{-1}$$

$$\Pi(x) = 3(x \operatorname{cth} x - 1)x^{-2}, \quad x_i = (\omega a_{i0}^2 / \kappa_i^{(T)})^{1/2}$$

$$y_i = (\omega a_{i0}^2 / \kappa_1^{(T)})^{1/2}, \quad z_i = (\omega a_{i0}^2 / \kappa_i^{(T)})^{1/2}, \quad \kappa_1^{(T)} = \lambda_1 / (\rho_{10} c_1)$$

$$\kappa_i^{(T)} = \lambda_i / (\rho_{i0} c_{ip}), \quad H_{vi} = B_v / B_{i0}, \quad H_{gi} = B_g / B_{i0}, \quad p_{i0} = p_{10} + 2\sigma / a_{i0}$$

$$\beta_i = 3(\gamma_i - 1) H_{vi} \frac{\rho_{10} c_1}{\rho_{i0} c_{ip}} \left(\frac{c_{ip} T_0}{l} \right)^2, \quad g_{i0} = \left[1 + \frac{B_v}{B_g} \left(\frac{p_{i0}}{p_{v0}} - 1 \right) \right]^{-1}$$

2. Парожидкостная среда ($g_{i0} = 1$). В данном случае равновесная смесь всегда будет монодисперсной и соотношение (1.8) примет вид

$$(2.1) \quad f(\omega) = \left[1 + \frac{\beta(1+y)}{y^2} \right]^{-1} + \left(\frac{\omega}{Kd} \right)^2 - \Sigma = 0$$

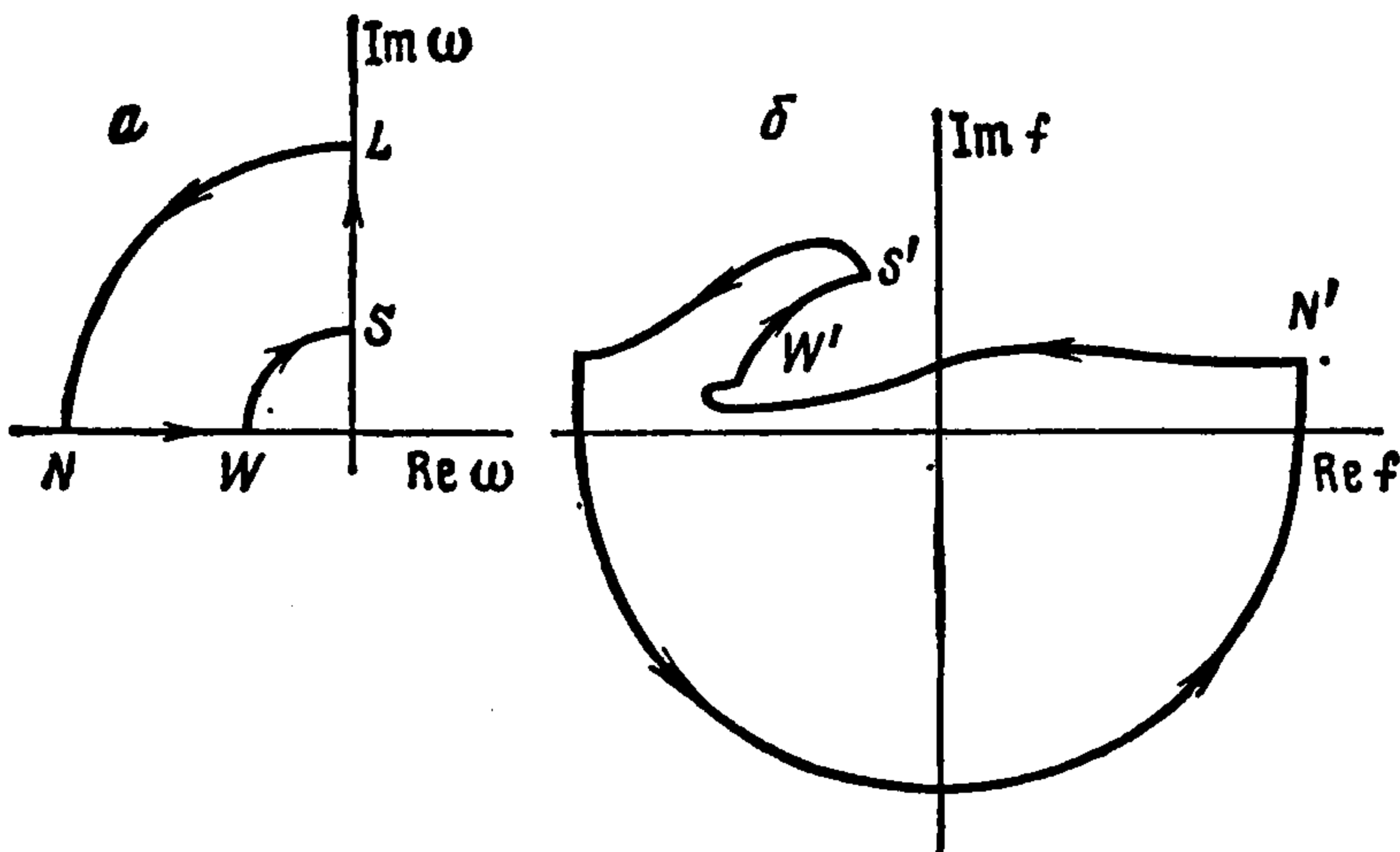
$$\left(d^2 = \frac{\gamma p_{20}}{\rho_{10} \alpha_{10} \alpha_{20}}, \quad \Sigma = \frac{2\sigma}{3\gamma p_{20}} \right)$$

Функция $f(\omega)$ на положительной полуоси удовлетворяет условиям $f'(\omega) > 0$, $f(0) = -\Sigma < 0$; $f(\omega) \rightarrow \infty$ при $\omega \rightarrow +\infty$. Следовательно, уравнение (2.1) имеет единственный положительный корень. Используя принцип аргумента [2], можно показать, что в правой комплексной полуплоскости других решений нет.

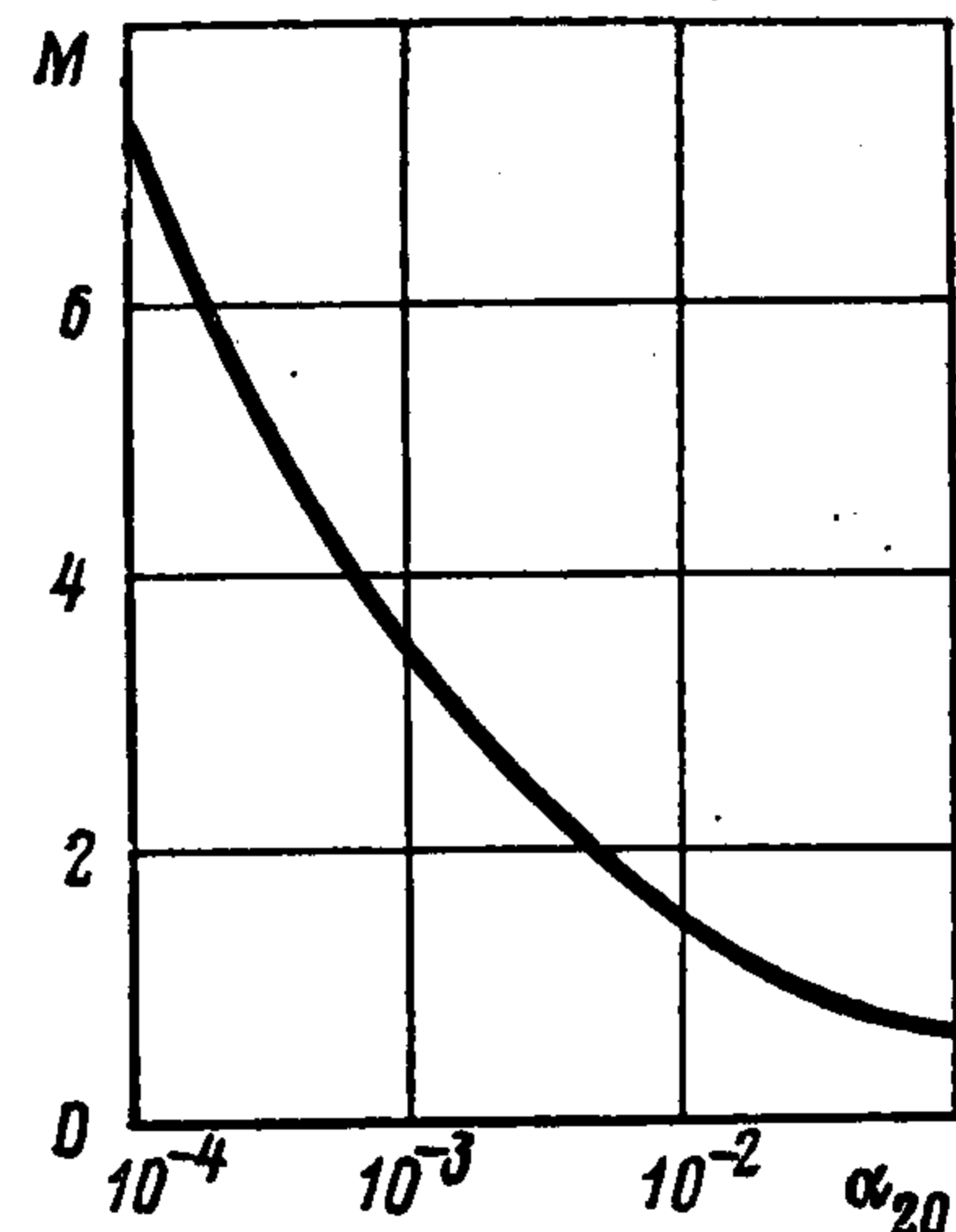
Покажем, что в левой полуплоскости уравнение (2.1) имеет комплексно-сопряженные корни, соответствующие двум затухающим бегущим волнам, распространяющимся в противоположных направлениях. Для этого в левой верхней полурешетке берем контур, изображенный на фиг. 1, а. На отрезке NW , вводя параметр $\omega a_0^2 / \kappa_1 = -x^2$, имеем

$$\text{Im}(f) = \frac{\beta x^3}{(\beta - x)^2 + \beta^2 x^2}$$

Следовательно, $\text{Im}(f) > 0$ на отрезке NW и образ контура имеет вид, представленный на фиг. 1, б. Поэтому в области, ограниченной данным контуром, функция $f(\omega)$ имеет один корень. В силу свойств функции $f(\omega)$ комплексно-сопряженная точка также будет корнем уравнения (2.1).



Фиг. 1



Фиг. 2

Из анализа (2.1) видно, что при изменении волнового числа K от нуля до бесконечности инкремент ω растет монотонно от нуля до некоторого наибольшего значения ω_∞ , причем

$$(2.2) \quad \omega_\infty/\omega^{(T)} = 4 \left[(1 + 4(\Sigma^{-1} - 1)/\beta)^{1/2} - 1 \right], \quad \omega^{(T)} = \kappa_1^{(T)}/a_0^2$$

Отметим, что параметру y можно придать следующий физический смысл: он является отношением радиуса пузырьков к толщине слоя жидкости вблизи межфазной поверхности, где в основном реализуются температурные неравновесности. Пусть $y \ll \ll 1$, тогда, разрешая уравнение (2.1) относительно инкремента, имеем

$$(2.3) \quad \omega = \frac{K^2 d^2}{2\omega_*} \left[\left(1 + \frac{4\omega_*^2 \Sigma}{K^2 d^2} \right)^{1/2} - 1 \right] \quad (\omega_* = \omega^{(T)}\beta)$$

Отсюда

$$\begin{aligned} \omega &\simeq Kd \sqrt{\Sigma}, \quad K^2 \ll K_\infty^2 = 4\omega_*^2 \Sigma/d^2 \\ \omega &\simeq \omega_\infty (1 - \omega_*^2 \Sigma/(K^2 d^2)), \quad K^2 \gg K_\infty^2 \quad (\omega_\infty = \omega_* \Sigma) \end{aligned}$$

Из предположений, при которых получено (2.3), следует $(\beta \Sigma)^{1/2} \ll 1$. Тогда для радиуса пузырьков получим

$$(2.4) \quad a_0^{1/2} \gg a_*^{1/2}, \quad a_* = 2\sigma\beta/(3\gamma p_{20})$$

При $p_{10} = 10^5$ и 10^6 Па для пароводяной смеси, например, имеем $a_* = 10^{-4}$ и $1,5 \cdot 10^{-6}$ м. При анализе устойчивости наиболее важным является значение ω_∞ . Для отмеченных значений давления и $a_0 = 10^{-4}$ м по формуле (2.2) имеем $\omega_\infty = 50$ и $0,3 \text{ с}^{-1}$, а для $a_0 = 10^{-3}$ м имеем $\omega_\infty = 0,2 \cdot 10^{-1}$ и $0,3 \cdot 10^{-3} \text{ с}^{-1}$. Таким образом, пароводяные пузырьковы смеси при $a_0 \lesssim 10^{-4}$ м сильно неустойчивы.

Граничное условие (1.6) для T_1' , выражающее постоянство температуры жидкости вдали от пузырька (условие изотермичности ячейки [1]), приемлемо в случаях, когда температурные неравновесности в жидкости, инициируемые радиальными движениями пузырьков, меньше, чем средние расстояния между пузырьками ($y(A-1) \gg 1$, $A = \alpha_{20}^{-2/3}$). В случае $y(A-1) \ll 1$ отмеченное граничное условие следует заменить условием адиабатичности ячейки

$$\partial T_1'/\partial r = 0 \quad (r = a_0 \alpha_{20}^{-1/3})$$

где $a_0 \alpha_{20}^{-1/3}$ — радиус сферической ячейки, и вместо уравнения (2.1) получим

$$(2.5) \quad \begin{aligned} 3\alpha_{20} \{ \beta \alpha_{10} [1 - M^2 y^2 (A-1)^2] \}^{-1} + (\omega/(Kd))^2 - \Sigma &= 0 \\ M &= (A-1)(5A^3 + 6A^2 + 3A + 1)/[15(A^3 - 1)] \end{aligned}$$

Это уравнение имеет положительное решение, если $\alpha_{20}/\alpha_{10} < \beta \Sigma/3$. В противном случае уравнение (2.5) в правой полуплоскости решений не имеет и, следовательно, смесь устойчива. Характер зависимости инкремента от волнового числа аналогичен предыдущему. Как видно из зависимости $M(\alpha_{20})$, представленной на фиг. 2, в рамках

предположений, при которых получено уравнение (2.5), можно считать, что $My^2 (A - 1)^2 \ll 1$ при $\alpha_{20} \geq 10^{-3}$. И тогда, разрешая уравнение (2.5) относительно инкремента, имеем

$$(2.6) \quad \omega = \frac{3}{2} \frac{(Kd)^2}{\omega^{(T)}} \frac{M(A-1)^2 \alpha_{20}}{\beta \alpha_{10}} \left[\left(1 + \frac{4}{3} \frac{\omega^{(T)} \omega_{\infty}}{(Kd)^2} \frac{\beta \alpha_{20}}{M(A-1)^2 \alpha_{20}} \right)^{1/2} - 1 \right]$$

$$\frac{\omega_{\infty}}{\omega^{(T)}} = \left(\frac{\beta \Sigma \alpha_{10}}{3 \alpha_{20}} - 1 \right) [M(A-1)^2]^{-1}$$

Данное решение удовлетворяет условиям, при которых оно получено, если $\beta \Sigma \alpha_{10} / (3 \alpha_{20}) - 1 \ll 1$. При $p_{10} = 10^5$ и 10^6 Па, $a_0 = 10^{-3}$ м имеем $\beta \Sigma = 0,105$; $0,0135$, следовательно, решением (2.6) можно пользоваться для объемных содержаний пузырьков, близких к значениям $\alpha_{20} = 0,35 \cdot 10^{-1}$; $0,45 \cdot 10^{-2}$.

Рассмотрим уравнение (2.1) при $y \gg 1$, тогда, учитывая, что обычно $\beta \gg 1$, получим

$$(1 + \beta/y)^{-1} < (\omega/(Kd))^2 - \Sigma = 0$$

Отсюда для наибольшего значения инкремента можно записать

$$\omega_{\infty}/\omega^{(T)} = [\beta \Sigma / (1 - \Sigma)]^2$$

Это решение справедливо для достаточно мелкодисперсных сред, таких, что $a_0 < a_*$, где a_* — характерный радиус, оцениваемый по формуле (2.4).

Для пояснения механизма рассматриваемой неустойчивости рассмотрим пузырьковую парожидкостную смесь в равновесном изотермическом приближении ($T_1' = T_2' = T_0 = \text{const}$), т. е. рассмотрим некоторую гипотетическую смесь, для которой коэффициенты теплопроводности равны бесконечности. Тогда давления в жидкости и пузырьках связаны соотношением $p_2 = p_1 + 2\sigma/a$. Поскольку $p_2 = p_S(T_2)$ ($p_S(T_2)$ — давление насыщения при температуре T_2), то в этом приближении давление пара в пузырьках постоянно. Следовательно, возмущения давления δp_1 и радиуса пузырьков связаны следующим образом:

$$(2.7) \quad \delta p \simeq \delta p_1 = 2\sigma a_0^{-2} \delta a$$

Заменяя δa возмущением средней плотности смеси и пренебрегая сжимаемостью жидкости, вместо (2.7) получим $\delta p = -d^2 \Sigma \delta \rho$. Таким образом, рассмотренная «идеальная» среда на попытку сжатия ($\delta \rho > 0$) отвечает уменьшением давления и, следовательно, она неустойчива.

Замена же условия изотермичности условием адиабатичности ячейки приводит к сужению области неустойчивости. Для такой равновесной смеси связь между инкрементом и волновым числом K линейна: $\omega = d \sqrt{\Sigma} K$. Учет неравновесности тепло-массообменных процессов, радиальной инерции, а также других эффектов приводит лишь к нарушению линейности этой связи, не затрагивая области неустойчивости.

3. Парогазожидкостная смесь. В силу отмеченных выше предположений и упрощений дисперсионное уравнение в монодисперсном приближении можно привести к виду

$$(3.1) \quad \left[1 + \left(\frac{\gamma H_v \Pi(z)}{1 - g_0} + \frac{(\gamma - 1) H_y \Pi(x)}{g_0} \right) \left(\frac{H_g}{g_0} + \frac{\gamma \Pi(z) y^2}{(1 - g_0) \beta (1 + y)} \right)^{-1} \right]^{-1} + \left(\frac{\omega}{Kd} \right)^2 - \Sigma = 0$$

Аналогично предыдущему можно показать, что это уравнение имеет положительный корень, если

$$(3.2) \quad g_0 > g_*, \quad g_* = \varphi / (1 + \varphi), \quad \varphi = (2 + 3p_{10} a_0 / (2\sigma)) B_g B_v^{-1}$$

Если это условие пересчитать к парциальному давлению пара в пузырьках, то имеем

$$(3.3) \quad p_{v0} = p_S(T_0) > p_{10} + 4\sigma / (3a_0)$$

Рассмотрим асимптотику уравнения (3.1) при $y \ll 1$. Тогда, так как обычно $\kappa_1^{(T)} \kappa^{-1} \ll 1$, $\kappa_2^{(T)} \kappa^{-1} \sim 1$, будут выполняться также условия $x, z \ll 1$. Используя для трансцендентного выражения разложение

$$\Pi(x) = 1 + O(x^2/15)$$

и пренебрегая y^2/β по сравнению с γ , уравнение (3.1) можно привести к виду

$$(3.4) \quad y^2 g_0 / \beta + (\omega / Kd)^2 + (1 - g_0) H_g \gamma^{-1} - \Sigma = 0$$

Отсюда

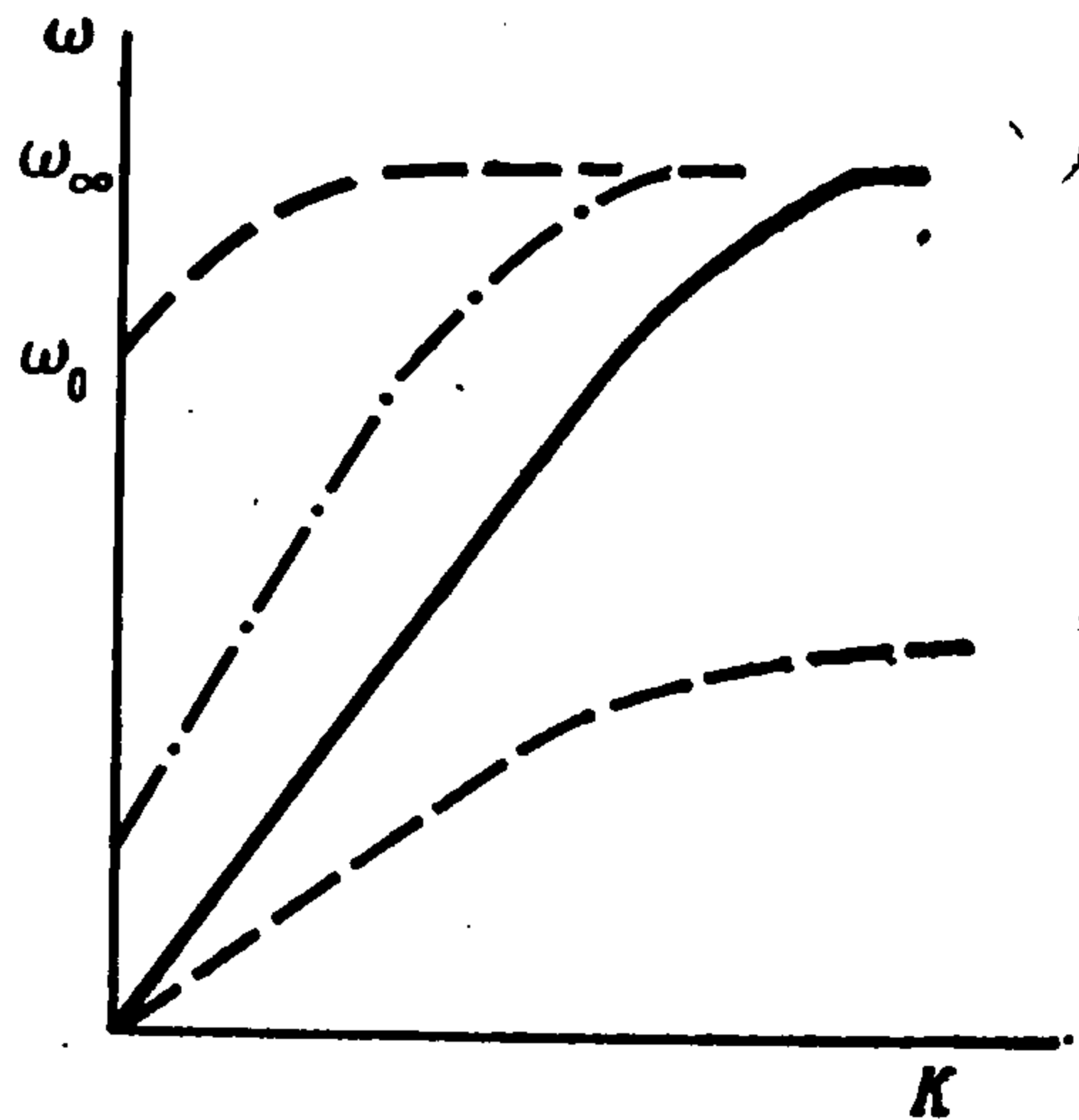
$$(3.5) \quad \omega_{\infty} = \omega_*(p_{v0} - p_{10} - 4\sigma/(3a_0))/(\gamma p_{20} g_0)$$

Это решение удовлетворяет условиям, при которых оно получено, для достаточно крупных пузырьков, удовлетворяющих условию (2.7).

Представляет также интерес решение, удовлетворяющее условиям $y \gg 1$ и в то же время $x, z \lesssim 1$. Тогда

$$(3.6) \quad \omega_{\infty} = \omega^{(T)} [\beta (p_{v0} - p_{10} - 4\sigma/(3a_0))/(\gamma p_{20} g_0 (1 - \Sigma))]$$

Для смеси воды с паровоздушными пузырьками при $p_{10} = 10^4, 10^5, 10^6$ Па и $a_0 = 10^{-4}$ м для критической концентрации паровоздушной смеси имеем $g_* = 0,94; 0,994; 0,9994$. Таким образом, хотя, как показано в п. 2 пузырьковые смеси при $a_0 \lesssim 10^{-4}$ м сильно неустойчивы, наличие ничтожной примеси газа в паровых пузырьках приводит к их устойчивости.



Фиг. 3

Аналогично предыдущему, заменяя условие изотермичности условием адиабатичности ячейки, можно уточнить условие устойчивости, которое имеет вид

$$(1 - g_0) H_g \gamma^{-1} + 3g_0 \alpha_{20}/(\beta \alpha_{10}) > \Sigma$$

Видно, что поправка за счет условия адиабатичности существенна, если $\beta \Sigma \alpha_{10}/(3\alpha_{20}) \sim 1$.

Анализ решений (3.5) и (3.6), полученных при $x, z \lesssim 1$, показывает, что они удовлетворяют этому условию для достаточно широкого диапазона изменения параметров парогазожидкостных пузырьковых сред. Заметим, что в эти решения не входят коэффициенты диффузии и теплопроводности парогазовой смеси и, следовательно, темп неустойчивости (значение ω) лимитируется тепловым сопротивлением жидкости.

Рассмотрим пузырьковую смесь из двух сортов по размерам, причем будем считать, что более крупные пузырьки (радиусами a_{20}) чисто паровые. Тогда при $y_2, y_3 \ll 1$ уравнение (1.8) можно записать в виде

$$(3.7) \quad (K/\omega)^2 + [d_2^2 (y_2^2/\beta_2 - \Sigma_2)]^{-1} + [d_3^2 (y_3^2 g_0/\beta_3 - \Sigma_3 + (1 - g_0) H_g/\gamma_3)]^{-1} = 0$$

$$d_i^2 = \gamma_i p_{i0}/(\rho_{10} \alpha_{10} \alpha_{i0}), \quad \Sigma_i = 2\sigma/(3\gamma_i p_{i0}), \quad i = 2, 3$$

Из анализа уравнения (3.7) следует, что может быть два вида зависимости инкремента от волнового числа. Если массовое паросодержание удовлетворяет условию, аналогичному (3.2) (с заменой в выражении для ϕ параметра a_0 на a_{30}), то каждому значению волнового числа соответствуют два значения инкремента. Если массовое содержание газа достаточно велико ($g_0 < g_*$), то эта зависимость однозначная и при изменении волнового числа от нуля до бесконечности инкремент растет от некоторого ω_0 до ω_{∞} , где ω_0 — корень уравнения

$$d_2^2 (y_2^2/\beta_2 - \Sigma_2) + d_3^2 (y_3^2 g_0/\beta_3 - \Sigma_3 + (1 - g_0) H_g/\gamma_3) = 0$$

На фиг. 3 схематично представлены зависимости инкремента от волнового числа. Сплошная линия проведена для жидкости с паровыми пузырьками ($\alpha_{30} = 0$), штриховые — для $g_0 > g_*$, штрихпунктирная — для $g_0 < g_*$.

Уравнение (3.7) можно обобщить на случай непрерывного распределения пузырьков по размерам. Введем функцию распределения пузырьков по размерам $f(a_0)$, такую, чтобы объемное содержание пузырьков $d\alpha$, радиусы которых меняются от a_0 до $a_0 + da_0$, определялось из соотношения $d\alpha = (1 - \alpha_{10}) f(a_0) da_0$. Тогда, подставляя в уравнение (1.8) величину $\alpha_{i0} = (1 - \alpha_{10}) f(a_{i0}) \Delta a_{i0}$ и переходя к пределу при $\Delta a_{i0} \rightarrow 0$ при упрощениях, которые были сделаны при получении соотношения (3.7), а также полагая $2\sigma/a_0 \ll p_{10}$, $1 - g_0 \ll 1$, имеем

$$(3.8) \quad \left(\frac{Kd}{\omega}\right)^2 + \int_{a_{20}}^{a_{30}} f(a_0) \left[\frac{\omega a_0^2}{\beta \chi_1^{(T)}} - \frac{1}{\gamma p_{10}} \left(p_{v0} - p_{10} - \frac{4\sigma}{3a_0} \right) \right]^{-1} da_0 = 0$$

Это уравнение для ω не имеет положительных корней при $p_{v0} < p_{10}$, а также при $p_{v0} > p_{10}$, если радиусы пузырьков удовлетворяют условию

$$(3.9) \quad a_0 < \frac{4}{3} a_{\sigma}, \quad a_{\sigma} = \sigma/(p_{v0} - p_{10})$$

Следовательно, и в этих случаях смесь будет устойчивой. Максимальный радиус равновесных пузырьков для перегретой жидкости ($p_{v0} > p_{10}$) определяется из соотношения $a_e = 2a_\sigma$.

Таким образом, пузырьковая парогазожидкостная среда, недогретая по отношению к давлению насыщения, определяемого при плоской границе раздела фаз, всегда устойчива. Перегретая равновесная смесь устойчива, если размеры пузырьков достаточно малы и удовлетворяют условию (3.9).

Следовательно, совместное действие капиллярных явлений и фазовых переходов может привести к нарушению устойчивости пузырьковых парожидкостных сред, причем темп рассмотренной неустойчивости в основном лимитируется температурными неравновесностями в жидкости.

ЛИТЕРАТУРА

1. Нигматулин Р. И. Основы механики гетерогенных сред. М.: Наука, 1978. 336 с.
2. Лаврентьев М. А., Шабат Б. В. Методы теории функций комплексного переменного. М.: Наука, 1973. 736 с.

Уфа

Поступила в редакцию
4.VI.1984