УДК 539.374

ОБОБЩЕННЫЕ РЕШЕНИЯ В ТЕОРИИ ПЛАСТИЧНОСТИ

Друянов Б. А.

Условия на поверхностях сильного разрыва скоростей в жесткопластических средах изучались во многих работах, например, [1, 2]. Однако во всех известных автору исследованиях эти условия были получены путем предельного перехода, когда поверхность разрыва рассматривается как предел, к которому стремится слой, испытывающий интенсивную деформацию, при толщине слоя, стремящейся к нулю. Между тем желательно получить условия на скачках внутренним образом из самой системы уравнений, не привлекая посторонних соображений о том, что представляет собой поверхность разрыва. Для этой цели уравнения должны быть приведены к дивергентной форме. В теории пластичности основные затруднения в этом плане доставляют закон течения и закон упрочнения.

В данной работе показано, что некоторое обобщение принципа Мизеса позволяет придать выражающему его неравенству дивергентную форму и представить в интегральном виде. Отсюда вытекает, что в несжимаемой пластической среде поверхность разрыва касательной составляющей скорости служит поверхностью максимальных касательных напряжений, причем касательное напряжение направлено по вектору скачка скорости. В сжимаемой пластической среде скачок напряжений определяется из условия непрерывности направления шестимерного «вектора» скоростей деформаций. Отметим, что неравенство Мизеса в интегральной форме использовалось в [3] для доказательства существования и единственности решения. Однако оно не было приведено к дивергентной форме и условия на скачках не рассматривались.

Что касается уравнения закона упрочнения, то оно приводится к дивергентной форме, когда за параметр упрочнения принимается удельная пластическая работа.

Рассматривается задача об установившемся движении полосы конечной толщины, испытывающей чистый сдвиг, в жесткопластической упрочняющейся среде. Учитываются выделение тепла вследствие пластической деформации и его влияние на функции состояния, а также силы инерции. Показано, что при определенных условиях толщина полосы может стремиться к нулю, т. е. возможно появление изотермических разрывов скорости. Обсуждаются адиабатический и квазистатический случаи. Заметим, что недостаточность непрерывных решений в связанной идеальной терможесткопластической среде рассматривалась в [4].

В практически важных задачах толщиной слоя, испытывающего чистый сдвиг, можно пренебречь по сравнению с характерным размером, поэтому разрывные решения могут быть введены и в общем случае, когда учитывается теплопроводность. При этом условие, непрерывности температуры должно быть опущено.

Результаты данной работы частично изложены в [5].

1. Модель материала. При построении модели материала, в основном, следуем работе [6]. Течение среды подчиняется следующим уравнениям:

$$\sigma_{ij,\,j} = \rho v_i^{\boldsymbol{\cdot}} \tag{1.1}$$

$$\Phi(\tau_{ij}, \theta, \chi) = 0 \quad (\tau_{ij} = \sigma_{ij} - \sigma\delta_{ij},\ \sigma = \sigma_{ij}\delta_{ij}/3) \tag{1.2}$$

$$\varepsilon_{ij} = \lambda\Phi_{ij} \quad (\varepsilon_{ij} = (v_{i,j} + v_{j,i})/2,\ \Phi_{ij} = \partial\Phi/\partial\sigma_{ij}) \tag{1.3}$$

$$\chi^{\boldsymbol{\cdot}} = a_{ij}(\tau_{ij}, \theta)\,\varepsilon_{ij} \quad (a_{ij} = a_{ji}) \tag{1.4}$$

$$\rho e^{\boldsymbol{\cdot}} = -q_{i,i} + \sigma_{ij}\varepsilon_{ij} \tag{1.5}$$

Здесь (1.1) — уравнения движения ($\boldsymbol{\sigma}$ — тензор напряжений, ρ — плотность, $\mathbf{v}$ — скорость, $\mathbf{v}^{\boldsymbol{\cdot}} = d\mathbf{v}/dt$), (1.2) — условие текучести (χ — параметр упрочнения, θ — температура), (1.3) — ассоциированный закон течения, (1.4) — закон упрочнения, (1.5) — уравнение притока тепла,

($e = e(\theta, \chi)$ — внутренняя энергия единицы массы, $\mathbf{q}$ — вектор потока тепла).

Закон теплопроводности Фурье для упрочняющейся пластической среды должен быть обобщен с учетом параметра χ. Запишем его в виде

(1.6) $$q_i = -\varkappa(\theta, \chi)\,\theta_{,i}$$

По физическим соображениям коэффициент теплопроводности $\varkappa$ убывает с ростом χ [7].

Чтобы завершить описание модели, зададим диссипацию механической энергии

(1.7) $$D = \sigma_{ij}\varepsilon_{ij} - \rho\eta\chi^{\cdot}$$

Здесь $\eta = \eta(\theta, \chi)$ — термодинамическая сила, соответствующая параметру упрочнения χ. Член $\eta\chi^{\cdot}$ отражает тот факт, что не вся пластическая работа переходит в тепло, часть ее, равная $\rho\eta\chi^{\cdot}$, запасается на микроуровне и является обратимой. Эта часть невелика и составляет не более 20% от величины $\sigma_{ij}\varepsilon_{ij}$ [6, 7].

Если для среды рассматриваемого типа можно ввести энтропию, то e, η и s (энтропия единицы массы) могут быть выражены через свободную энергию единицы массы $f(\theta, \chi)$ [6]

$$\eta = \partial f/\partial\chi, \quad s = \partial f/\partial\theta, \quad e = f + \theta s$$

В этом случае η и e не могут быть заданы произвольно. Они связаны соотношением

(1.8) $$\frac{\partial}{\partial\theta}\left(\frac{\eta}{\theta}\right) + \frac{1}{\theta^2}\frac{\partial e}{\partial\chi} = 0$$

2. Приведение основных уравнений к дивергентной форме. Пластический потенциал (1.2) не зависит от σ, поэтому из уравнений закона пластического течения (1.3) вытекает уравнение несжимаемости

(2.1) $$v_{i,i} = 0$$

При помощи (2.1) уравнениям движения и уравнению закона сохранения энергии можно придать дивергентную форму

(2.2) $$\sigma_{ij,j} = \rho v_{i,0} + p_{,i}$$

(2.3) $$\rho e_{,0} + p_{,0} + (q_i + (\rho e + p)v_i)_{,i} - (\sigma_{ij}v_i)_{,j} = 0$$

$$p = \rho v_i v_i/2, \quad v_{i,0} = \partial v_i/\partial t$$

Условию упрочнения можно придать дивергентную форму в случае, когда за параметр упрочнения берется удельная пластическая работа, т. е. уравнение закона упрочнения имеет вид $\chi^{\cdot} = \sigma_{ij}\varepsilon_{ij}$. Используя уравнения движения, это соотношение можно представить так:

(2.4) $$\chi_{,0} - p_{,0} + ((\chi + p)v_i)_{,i} = (\sigma_{ij}v_i)_{,j}$$

Для сжимаемой пластической среды за условие упрочнения следует принять пластическую работу в единице массы $\chi^{\cdot} = \rho\sigma_{ij}\varepsilon_{ij}$. Используя уравнения движения и закон сохранения массы, это соотношение также можно записать в дивергентной форме [8].

Остановимся на соотношениях ассоциированного закона течения (1.3). Как известно, он эквивалентен принципу максимума Мизеса, который может быть выражен неравенством

(2.5) $$(\sigma_{ij} - \sigma_{ij}^*)\varepsilon_{ij} \geqslant 0$$

Здесь $\boldsymbol{\varepsilon}$ — действительный тензор скоростей деформаций, $\boldsymbol{\sigma}$ — действительный тензор напряжений, $\boldsymbol{\sigma}^*$ — тензор напряжений, удовлетворяющий в рассматриваемой точке M тела неравенству текучести при заданных θ, χ

(2.6) $$\Phi(\tau_{ij}^*, \theta, \chi) \leqslant 0$$

В дальнейшем будем исходить из предположения, что решение рассматриваемой начально-краевой задачи в классе C_1, существует, т. е. существуют непрерывно дифференцируемые функции σ_{ij}, v_i, θ и χ, которые будем называть действительными, удовлетворяющие начальным и краевым условиям, всем уравнениям модели и, в частности, условиям (2.5) и (2.6).

Рассмотрим класс функций σ_{ij}, непрерывно дифференцируемых в некоторой окрестности ω' произвольной точки M тела и удовлетворяющих в этой окрестности неравенству текучести (2.6) при действительных θ, χ и уравнениям движения (2.2) с действительными правыми частями. Этот класс функций обозначим Σ_1. Отметим, что действительные σ_{ij} принадлежат Σ_1.

Потребуем теперь, чтобы в неравенстве Мизеса (2.5) напряжения σ_{ij}, σ_{ij}^* принадлежали Σ_1. Такое сужение класса допустимых σ_{ij} не снижает общности принципа Мизеса и не влияет на процедуру получения ассоциированного закона течения (1.6) из неравенства (2.5), поскольку в этой процедуре не учитывается зависимость σ_{ij} от координат. В самом деле, по принципу Мизеса в классической трактовке действительный тензор напряжений $\boldsymbol{\sigma}$ в некоторой точке тела дает максимум функции $\sigma_{ij}\varepsilon_{ij}$ при действительных ε_{ij} среди всех σ_{ij}, удовлетворяющих неравенству текучести (2.6) в этой точке при действительных θ и χ. Следовательно, имеем задачу на условный экстремум функции $\sigma_{ij}\varepsilon_{ii}$, в которой σ_{ij} выступают как аргументы. Именно поэтому зависимость σ_{ij} от координат не имеет значения. Составляя функцию Лагранжа $\varphi = \sigma_{ij}\varepsilon_{ij} - \lambda\Phi$ (λ — множитель Лагранжа), получаем уравнения (1.3). Таким образом, и при $\sigma_{ij} \in \Sigma_1$ из (2.5) вытекают уравнения ассоциированного закона течения (1.3).

Вернемся к условию (2.5). Используя соотношения (2.1) и (2.2), ему можно придать дивергентную форму, ($\mathbf{v}$ — действительная скорость)

(2.7) $$((\sigma_{ij} - \sigma_{ij}^*) v_i)_{,j} \geqslant 0$$

Интегрируя (2.7) по произвольной окрестности $\omega \subset \omega'$ точки M и переходя к интегралу по поверхности, получаем (s — граница области ω, $\boldsymbol{\nu}$ — внешняя нормаль)

(2.8) $$\int_s (\sigma_{ij} - \sigma_{ij}^*) v_i \nu_j \, ds \geqslant 0$$

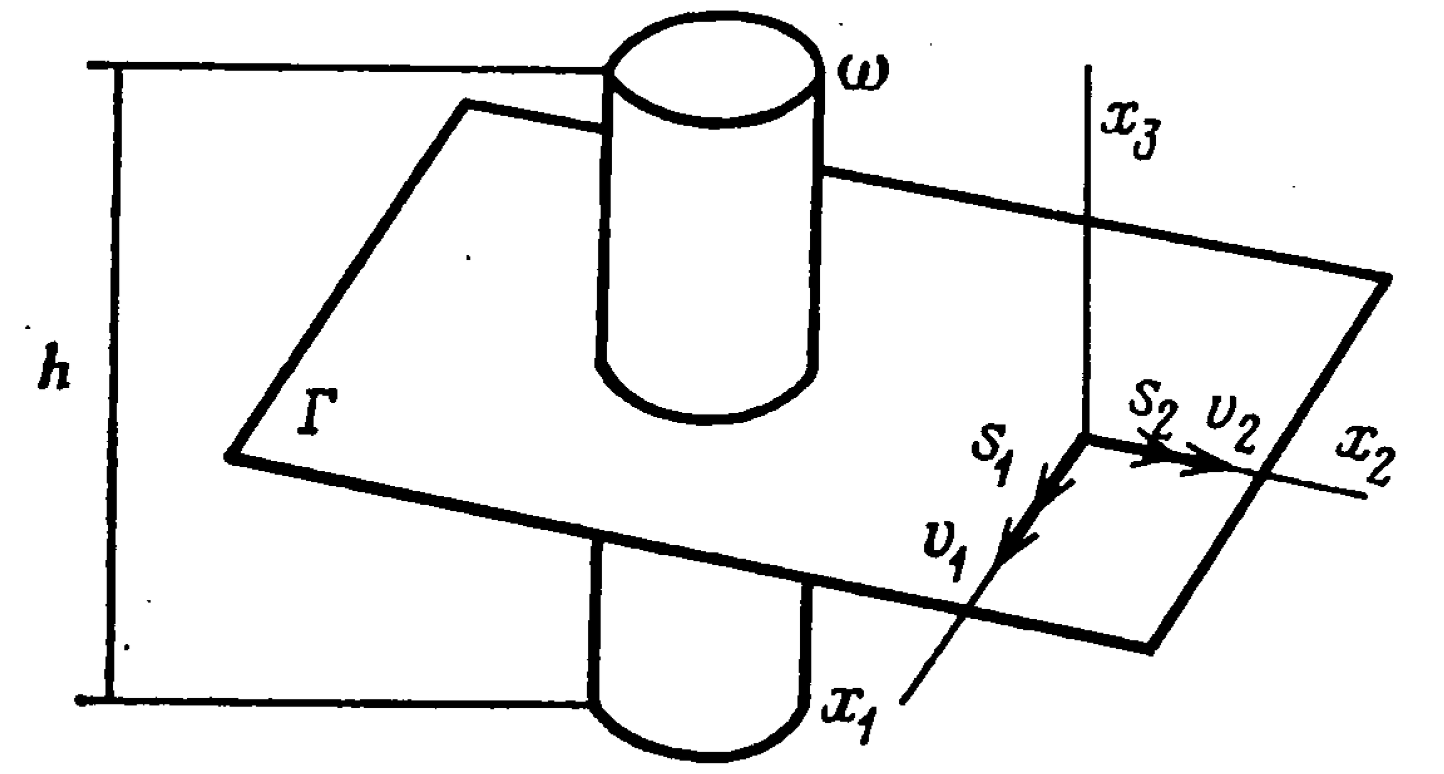
В силу произвольности ω и обратимости использованных операций из (2.8) при σ_{ij}, $\sigma_{ij}^* \in \Sigma_1$ и $v_1 \in C_1$ вытекают условия (2.5) и (1.3). Однако (2.8) сохраняет смысл и при разрывных σ_{ij}, σ_{ij}^*, v_i.

Можно показать, что неравенство (2.8) сохраняет силу и для сжимаемых пластических сред, т. е. когда условие пластичности зависит от среднего напряжения [8].

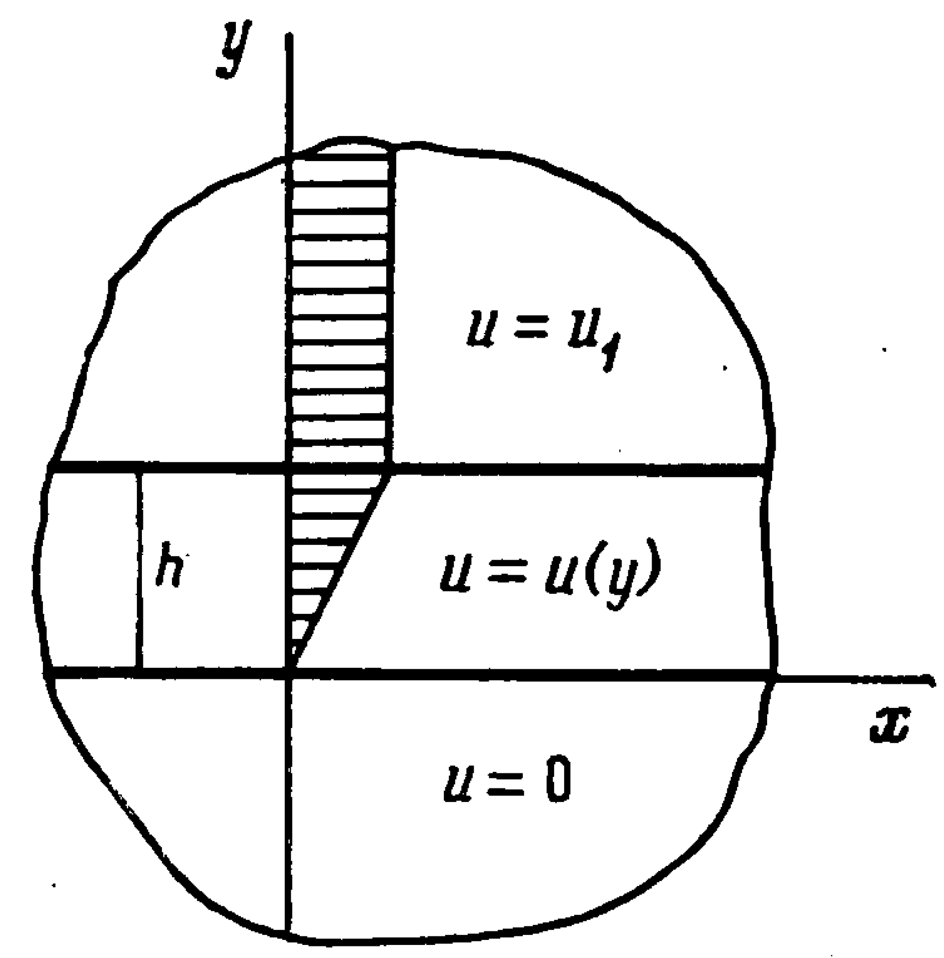
Введем теперь класс Σ функций σ_{ij}, σ_{ij}^*, которые могут претерпевать скачки на некоторых поверхностях, разделяющих тело на конечное число частей, в каждой из которых σ_{ij}, v_i принадлежит Σ_1. При σ_{ij}, $v_i \in \Sigma$ неравенство (2.5) неприменимо. Заменим его на (2.8), т. е. примем, что неравенство (2.8) должно выполняться во всех точках тела, включая точки поверхности разрыва. Таким образом, будем рассматривать (2.8) как обобщение неравенства Мизеса на случай разрывных σ_{ij} и v_i.

Дивергентная форма соотношений (1.6), (2.1) — (2.4), (2.8) позволяет переписать их в интегральной форме, допускающей разрывы касательных составляющих скорости и напряжения, нормальной составляющей потока тепла и параметра упрочнения χ.

3. Соотношения на поверхности сильных разрывов. Применим неравенство (2.8) к области $\omega \subset \omega'$, содержащей точку M поверхности разрыва Γ (фиг. 1). Перейдем к пределу при $h \to 0$. Величины $s_{ij} = \sigma_{ij} - \sigma_{ij}^*$



Фиг. 1



Фиг. 2

удовлетворяют уравнениям равновесия и, следовательно, непрерывны на Γ. Поэтому (2.8) в пределе приводит к соотношению $s_{ij}, \nu_j\, [v_i] \geqslant 0$, или (квадратные скобки означают скачок)

$$(3.1)\qquad \sigma_{ij}\mathrm{E}_{ij} \geqslant \sigma_{ij}^*\mathrm{E}_{ij} \qquad (\mathrm{E}_{ij} = ([v_i]\,\nu_j + [v_j]\,\nu_i))$$

Таким образом, действительный тензор напряжений σ на каждой стороне поверхности разрыва дает максимум выражению $\sigma_{ij} E_{ij}$ среди всех σ_{ij}, удовлетворяющих неравенству текучести. Отметим, что по смыслу принципа Мизеса тензор Е следует считать действительным. Решая задачу на условный экстремум, получаем, что напряжения на обеих сторонах поверхности разрыва скорости должны удовлетворять соотношениям

$$(3.2)\qquad \mathrm{E}_{ij} = \Lambda\Phi_{ij}$$

(Λ — неопределенная функция точки поверхности разрыва скорости).

Если поверхность текучести выпукла, то соотношения (3.2) вместе с условием текучести при заданных E_{ij} определяют напряжения на каждой стороне поверхности разрыва. Если же поверхность текучести содержит плоскую часть, то напряжения на сторонах поверхности разрыва равенствами (3.2) однозначно не определяются.

Соотношения (3.2) показывают, что в точках поверхности разрыва с обеих сторон тензор σ, рассматриваемый как шестимерный вектор, соответствует той точке поверхности текучести, в которой «вектор» Е, направлен по нормали к ней. Так как «вектор» ε с обеих сторон Γ также направлен по нормали к поверхности текучести, то направление вектора ε при переходе через поверхность разрыва скорости не меняется.

Все предыдущие выводы, включая соотношения (3.1) и (3.2), относятся не только к несжимаемым средам, но и к сжимаемым [8]. В случае несжимаемой среды компонента скорости, нормальная к поверхности разрыва, непрерывна на ней.

Перепишем условие (3.1) в виде (τ_1 и τ_2 — касательные напряжения на поверхности разрыва)

(3.3) $$\tau_1 [v_1] + \tau_2 [v_2] \geqslant \tau_1^* [v_1] + \tau_2^* [v_2]$$

Неравенство (3.3) означает, что действительные τ_1 и τ_2 должны давать максимум напряжению $\tau_1 [v_1] + \tau_2 [v_2]$ среди всех касательных напряжений, удовлетворяющих условию текучести. Отсюда следует, что «вектор напряжения», касательного к поверхности разрыва с каждой ее стороны, должен быть направлен по вектору скачка скорости и по величине равен предельному касательному напряжению k. Таким образом, сильные разрывы скорости возможны только на поверхностях максимального сдвига.

Рассмотрим закон упрочнения (2.4). В сопутствующей системе координат это уравнение приводит к соотношению (v — скорость распространения разрыва, u — проекция материальной скорости на направление вектора скачка скорости)

(3.4) $$v [\chi] = [ku] - \rho v [u^2]/2$$

Из уравнений движения получаем с учетом $[v_n] = 0$

(3.5) $$[\sigma_n] = 0, \quad [k] = \rho v [u]$$

Уравнение притока тепла дает (q_n — проекция вектора потока тепла на нормаль к поверхности разрыва) [9]

(3.6) $$\rho v[e] = [q_n] + [\chi]$$

Используя (3.5), соотношению (3.4) можно придать вид

(3.7) $$2\rho v^2[\chi] = [k^2]$$

Из закона теплопроводности Фурье (1.6) следует, что температура непрерывна. Однако в адиабатическом случае ($\varkappa = 0$) температура может иметь разрывы.

Пусть форма и положение поверхности разрыва скорости в теле в некоторый момент заданы. Предположим также, что задан скачок тангенциальной скорости $[u]$ на ней. Тогда из (3.5) и (3.7) определяются скорость распространения разрыва v и $[\chi]$, а из (3.6) — $[q_n]$. Следует иметь в виду, что максимальное касательное напряжение k считается параметром материала, поэтому зависимость k от θ и χ задана.

Таким образом, если $[\theta] = 0$, то $[u]$ и $[\chi]$ связаны уравнением (3.5). В адиабатическом случае $q_i = 0$ и $[q_n] = 0$, но $[\theta] \neq 0$. Уравнения (3.5), (3.6) и (3.7) определяют $[\theta]$, $[\chi]$ и v.

Условия на скачках при квазистатическом течении получаются из (3.4) и (3.5) при $\rho = 0$. Они показывают, что в этом случае $[k] = 0$. Если $[\theta] = 0$, то отсюда получаем $[\chi] = 0$ и $[u] = 0$. Следовательно, разрывы при квазистатическом течении невозможны. Этот вывод относится и к изотермическому течению [2].

Если же $[\theta] \neq 0$ (адиабатический случай), то $[\chi]$ и $[\theta]$ связаны зависимостью $[k] = 0$. Вместе с соотношениями (3.4) и (3.6), которые в этом случае имеют вид $v [\chi] = k [u]$, $\rho v [e] = [\chi]$, эта зависимость определяет v, $[\chi]$, $[\theta]$.

Ограничиваясь кусочно-гладкими поверхностями разрыва, дадим определение обобщенного решения. Под обобщенным решением, как обычно, будем понимать решение, удовлетворяющее дифференциальным уравнениям модели в областях непрерывности вектора решений и условиям на скачках на поверхности разрыва. Для дивергентной системы уравнений такое решение удовлетворяет системе уравнений в интегральной форме.

4. **Задача о чистом сдвиге в слое конечной толщины.** Как было показано выше, поверхность сильного разрыва в рассматриваемой среде должна совпадать с поверхностью максимального сдвига. Поэтому при моделировании структуры разрыва естественно принять, что преобладают сдвиговые деформации. В связи с этим рассмотрим плоское установившееся течение среды при чистом сдвиге в слое толщиной h (фиг. 2). Пусть $v = \text{const}$ — скорость материала в направлении оси Oy, $u = u(y)$ — в направлении оси Ox, $u = 0$ при $y \leqslant 0$, $u = u(y)$ при $0 \leqslant y \leqslant h$, $u = u_1 = \text{const}$ при $y \geqslant 0$, $u(0) = 0$, $u(h) = u_1$. Таким образом, области $y < 0$ и $y > h$ не деформируются.

Уравнения движения, упрочнения и притока тепла (при законе теплопроводности Фурье) в рассматриваемом случае имеют вид

$$(4.1)\qquad \frac{dk}{dy} = \rho v \frac{du}{dy}, \quad v\frac{d\chi}{dy} = a\frac{du}{dy}, \quad \rho v \frac{de}{dy} = \frac{d}{dy}\left(\varkappa \frac{d\theta}{dy}\right) + k\frac{du}{dy}$$

($k(\theta, \chi)$, $a(\theta, \chi)$ считаются известными функциями своих аргументов, k — предел текучести, на сдвиг, $a = a_{13}$ — функция упрочнения, входящая в (1.4)).

Для определения u, θ, χ при $0 \leqslant y \leqslant h$ поставим краевые условия: $u = \theta = \chi = 0$, $d\theta/dy = \theta_0'$ при $y = 0$; $u = u_1$ при $y = h$ (величина h подлежит определению).

Из первых двух уравнений (4.1) получаем

$$(4.2)\qquad (\rho v^2 - \beta a) d\chi/d\theta = \alpha a, \quad u = \rho v (k - k_0)$$
$$\alpha = \partial k/\partial\theta, \quad \beta = \partial k/\partial\chi > 0, \ k_0 = k(0, 0)$$

Отсюда видно, что если $\rho v^2 \neq \beta a$ при $0 \leqslant y \leqslant h$, то существует единственное решение этой системы $\chi = \chi(\theta)$, $u = u(\theta)$, удовлетворяющее условию $u = \chi = 0$ при $\theta = 0$, причем существуют обратные функции. Условие $\rho v^2 \neq \beta a$ означает, что скорость v не должна равняться скорости распространения слабых разрывов $v_* = (a\beta/\rho)^{1/2}$ при $0 \leqslant y \leqslant h$. Заметим, что система (4.1) интегрируется в квадратурах во многих важных случаях, например при $a = k$, т. е. когда за параметр упрочнения берется пластическая работа. Из (4.1) находим

$$(4.3)\qquad y = I(\theta), \quad I(\theta) = \int\limits_0^\theta \left[\rho v (e - e_0) + \varkappa\theta_0' - \frac{k^2 - k_0^2}{2\rho v}\right]^{-1} \varkappa\, d\theta$$

Полученное решение будет действительным при условии неотрицательности удельной пластической мощности ku' (пренебрегаем членом $\rho\eta\chi^{\boldsymbol{\cdot}}$), которое в данном случае сводится к неравенству $\chi' \geqslant 0$ или

$$\frac{d\chi}{dy} = \frac{\alpha a\,(2\rho v^2 (e - e_0) + 2\rho v\varkappa\theta_0' - (k^2 - k_0^2))}{2v\varkappa\rho^2 (v^2 - v_*^2)} \geqslant 0$$

В некоторой окрестности точки $\theta = \chi = 0$ числитель имеет тот же знак, что и θ_0', поэтому при $\theta_0' > 0$ неравенство будет выполнено, если $v > v_*$, а при $\theta_0' < 0$, если $v < v_*$. Из (4.2) и (4.3) получаем соотношения

$$(4.4)\qquad h = I(\theta_1), \quad u_1 = \rho v (k_1 - k_0), \quad \chi_1 = \chi(\theta_1)$$

Если величина U_1 задана, то отсюда определяются θ_1, χ_1, h.

Пусть функция $v_*(\theta, \chi)$ такова, что $v_* = v_0 = \text{const}$ при $\theta = 0$ и любом χ. Например, при $a = k = (k_0^2 + 2b(\theta)\chi - C(\chi)\theta^m)^{1/2}$, $m > 1$ имеем $v_* = ((b - 0{,}5 C'\theta^m)/\rho)^{1/2}$ и при $\theta = 0$ получаем $v_*(0, 0) = (b(0)/\rho)^{1/2} = \text{const}$. Тогда при $v = v_0$ первое уравнение (4.2) имеет решение $\theta = 0$. Перейдем к пределу при $v \to v_0$. Решения первого уравнения (4.2) непрерывно зависят от v, поэтому при $v \to v_0$ получаем $\theta \to 0$ для любого $y \in [0, h]$. При этом, как видно из (4.4), $h \to 0$, т. е. деформируемый слой переходит в поверхность разрыва.

Таким образом, могут существовать температуры, при которых имеют место изотермические разрывы скорости.

Как видно из (4.1), при адиабатической постановке задачи существут только разрывное решение.

5. О разрывных течениях в теплопроводящей среде. Было показано, что в общем случае существует непрерывное решение задачи о структуре разрыва в теплопроводящей среде. Известно, что введение разрывов существенно упрощает решение. Расчеты по формулам п. 4 показывают, что толщина деформируемого слоя в задаче о структуре разрыва для реальных материалов мала по сравнению с характерными размерами инструмента и заготовок, если иметь в виду технологические задачи. Поэтому ею во многих случаях можно пренебречь. Очевидно, что это эквивалентно отказу от рассмотрения уравнения Фурье (1.6). Следовательно, разрывные решения могут быть введены и при учете теплопроводности, однако в этом случае условие $[\theta] = 0$ должно быть опущено. Величина скачка θ вместе с $[\chi]$ и $[q_n]$ определяется из соотношений (3.4)—(3.6), а скорость распространения разрыва произвольна.

Для квазистатических течений этот подход был рассмотрен в [10].

Пункт 4 написан при участии Е. А. Святовой.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Hill R.* Discontinuity relations in mechanics of solids.— In: Progress in Solid Mechanics, 1961, v. 2, p. 247—276.— Рус. перев. Механика. Сб.перев. иностр. статей. М.: Мир, 1963, т. 79, № 3, с. 117—142.
2. *Ивлев Д. Д., Быковцев Г. И.* Теория упрочняющегося пластического тела. М.: Наука, 1971. 231 с.
3. *Дюво Г., Лионс Ж.-Л.* Неравенства в механике и физике. М.: Наука, 1980. 382 с.
4. *Каменярж Я. А.* О некоторых свойствах уравнений модели связанной термопластичности.— ПММ, 1972, т. 36, вып. 6, с. 1100—1107.
5. *Друянов Б. А.* Обобщенные решения динамической теории пластичности и термопластичности.— Докл. АН СССР, 1982, т. 267, № 5, с. 1073—1075.
6. *Ранецкий Б., Савчук А.* Температурные эффекты в пластичности.— В кн.: Проблемы теории пластичности и ползучести. М.: Мир, 1979, с. 203—220.
7. *Лившиц Б. Г., Крапошин В. С., Линецкий Я. П.* Физические свойства металлов и сплавов. М.: Металлургия, 1980. 320 с.
8. *Друянов Б. А.* О сильных разрывах в сжимаемых пластических средах.— Реологические модели и процессы деформирования пористых порошковых и композиционных материалов: Сб. статей. Киев: Наук. думка, 1985, с. 23—33.
9. *Седов Л. И.* Механика сплошной среды. Т. 1. М.: Наука, 1976. 535 с.
10. *Друянов Б. А., Святова Е. А.* О сильных разрывах скорости в термопластических телах.— Докл. АН СССР, 1982, т. 262, № 2, с. 288—291.

Москва

Поступила в редакцию 5.XII.1984