Прикладная математика и механика. Том 50, вып. 1, 1986

УДК 62-50

ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫЕ ИГРЫ С ПЕРЕМЕННОЙ СТРУКТУРОЙ ГРУППЫ ПРЕСЛЕДУЮЩИХ И ОДНОГО УБЕГАЮЩЕГО

Демидов К. В.

Рассматриваются дифференциальные игры с переменной структурой [1], в которых участвуют m преследователей и один убегающий. Приводятся достаточные условия разрешимости задачи преследования в таких играх. Строятся стратегии, осуществляющие поимку. Приводится пример игры, для которого предложенные достаточные условия существенны.

Пусть до переключения движение i-го объекта ($i = 1, \ldots, m$) описывается следующим уравнением:

$$z_i^{\cdot(1)} = C_i^{(1)}(t)\, z_i^{(1)} + f_i^{(1)}(u_i^{(1)}) - g_i^{(1)}(v), \quad t \in (0, \tau_i) \tag{1}$$

$$z_i^{(1)}(0) = z_i^\circ$$

после переключения

$$z_i^{\cdot(2)} = C_i^{(2)}(t)\, z_i^{(2)} + f_i^{(2)}(u_i^{(2)}) - g_i^{(2)}(v), \quad t \in (\tau_i, +\infty) \tag{2}$$

$$z_i^{(2)}(\tau_i) = B_i(\tau_i)\, z_i^{(1)}(\tau_i)$$

Здесь $z_i^{(1)} \in R^{n_i}$, $z_i^{(2)} \in R^{m_i}$, $C_i^{(1)}(t)$ и $C_i^{(2)}(t)$ — непрерывные матрицы размером $n_i \times n_i$ и $m_i \times m_i$ соответственно, матрица $B_i(t)$ также непрерывна и имеет размер $m_i \times n_i$, $u_i^{(j)} \in P_i^{(j)} \subset R^{p_i^{(j)}}$, $v \in Q \subset R^q$, Q, $P_i^{(j)}$ ($j = 1, 2$) — непустые выпуклые компакты. Функции $f_i^{(j)}$, $g_i^{(j)}$ ($i = 1, \ldots, m$; $j = 1, 2$) непрерывным образом зависят от своих аргументов. В евклидовом пространстве R^{m_i} заданы терминальные множества $M_i = M_i^1 + M_i^2$, где M_i^1 — линейное подпространство R^{m_i}, M_i^2 — выпуклый компакт из ортогонального дополнения L_i^1 к подпространству M_i^1.

В каждый момент времени $t \geqslant 0$ убегающий распоряжается вектором $v \in Q$. Допустимым управлением убегающего является произвольная измеримая по Лебегу функция $v(t)$, $t \geqslant 0$, $v(t) \in Q$. У каждого i-го преследующего в распоряжении находятся векторы $u_i^{(j)}$ ($j = 1, 2$; $i = 1, \ldots, m$), причем свои управления i-й игрок выбирает из класса квазистратегий, т. е. в виде $u_i^{(j)}(t) = U_i^{(j)}(t, z_i^\circ, v(t))$, $j = 1, 2$ ([2]). При этом для любого допустимого управления $v(t)$ убегающего $u_i^{(j)}(t)$ измерима по Лебегу и для $t \in [0, +\infty)$, $u_i^{(j)}(t) \in P_i^{(j)}$ ($i = 1, \ldots, m$; $j = 1, 2$). i-й преследующий также определяет момент $\tau_i \in [0, +\infty)$ переключения динамики движения i-го объекта с (1) на (2). Таким образом, допустимой стратегией i-го преследователя P_i будет тройка $(\tau_i, U_i^{(1)}, U_i^{(2)})$. Будем также считать, что на момент переключения наложено дополнительное ограничение, а именно: преследователи должны обязательно переключиться не позже некоторого момента θ, т. е. $\tau_i \leqslant \theta$ ($i = 1, \ldots, m$).

Цель группы преследователей $P_1, \ldots, P_m$ состоит в том, чтобы, выбрав допустимые стратегии, привести хотя бы один вектор $z_i^{(2)}$ на соответствующее множество M_i за некоторое конечное время T при любом выборе убегающим допустимого управления $v(t)$. Если же переключения не произошло, т. е. $\tau_i = T$, то окончанием игры преследования является попадание на M_i вектора $B_i(t)\, z_i^{(1)}(t)$. Здесь вектор-функции $z_i^{(1)}(\cdot)$ и $z_i^{(2)}(\cdot)$ суть решения, соответственно, систем (1) и (2).

Так ставится задача преследования, которую и будем рассматривать. Естественно, особо интересен случай, когда преследование тем методом, который рассматривается ниже, невозможно при всех $\tau_i = 0$ (или $\tau_i = +\infty$ при $\theta = +\infty$) одновременно. Рассмотрение ситуации, когда преследование возможно при всех τ_i одновременно равных 0 или $+\infty$, хотя оно также вытекает из следующих ниже утверждений, уже дано в работе [3]. Предполагаем, что именно такой случай реализовался в игре (1), (2).

Обозначим $N = \{1, \ldots, m\}$, π_i: $R^{m_i} \to L_i^1$, $z^\circ = \{z_1^\circ, \ldots, z_m^\circ\}$. Пусть также $\Omega_i^{(1)}(t, \tau)$ и $\Omega_i^{(2)}(t, \tau)$ — матриканты систем $z_i^{\cdot} = C_i^{(1)}(t)\, z_i$ и $z_i^{\cdot} = C_i^{(2)}(t)\, z_i$, соответственно, с начальными условиями

$$\Omega_i^{(j)}(\tau,\tau) = E \ (j = 1, 2; \ i = 1, \ldots, m) \ \ D_i^{(1)}(t, \tau_i, s) =$$
$$= \pi_i \Omega_i^{(2)}(t, \tau_i) B_i(\tau_i) \Omega_i^{(1)}(\tau_i, s) \ \ D_i^{(2)}(t, \tau_i, s) = \pi_i \Omega_i^{(2)}(t, s)$$

Предположение 1. Существуют непрерывно зависящие от времени матрицы $A_i^{(j)}(t)$ $(i = 1, \ldots, m; \ j = 1, 2)$, такие, что для $t \geqslant 0$, $0 \leqslant \tau_i \leqslant t$, $\tau_i \leqslant \theta$ непусты следующие множества:

$$W_i(t, \tau_i, s) = D_i^{(1)}(t, \tau_i, s) f_i^{(1)}(P_i^{(1)}) \overset{*}{-}$$
$$\overset{*}{-} A_i^{(1)}(\tau_i - s) D_i^{(1)}(t, \tau_i, s) g_i^{(1)}(Q) \neq \varnothing, \quad s \in [0, \tau_i)$$
$$W_i(t, \tau_i, s) = D_i^{(2)}(t, \tau_i, s) f_i^{(2)}(P_i^{(2)}) \overset{*}{-}$$
$$\overset{*}{-} A_i^{(2)}(t - s) D_i^{(2)}(t, \tau_i, s) g_i^{(2)}(Q) \neq \varnothing, \ s \in [\tau_i, +\infty)$$
$$M_i^3(t, \tau_i) = M_i^2 \overset{*}{-} \Big[\int_0^{\tau_i} (A_i^{(1)}(\tau_i - s) - E) D_i^{(1)}(t, \tau_i, s) g_i^{(1)}(Q)\, ds +$$
$$+ \int_{\tau_i}^{t} (A_i^{(2)}(t - s) - E) D_i^{(2)}(t, \tau_i, s) g_i^{(2)}(Q)\, ds \Big] \neq \varnothing$$

а также существуют полунепрерывные сверху по s функции $\gamma_i(t, \tau_i, s)$: $\gamma_i(t, \tau_i, s) \in W_i(t, \tau_i, s)$, $s \in [0, t]$.

Положим

$$\lambda_i(t, \tau_i, s, v, z_i^\circ, m_i^3) = \max \Big\{ \lambda, \lambda \geqslant 0, -\lambda \times$$
$$\times \Big[D_i^{(1)}(t, \tau_i, 0) z_i^\circ - m_i^3 + \int_0^{\tau_i} \gamma_i(t, \tau_i, s)\, ds \Big] \in$$
$$\in D_i^{(1)}(t, \tau_i, s) f_i^{(1)}(P_i^{(1)}) - A_i^{(1)}(\tau_i - s) D_i^{(1)}(t, \tau_i, s) g_i^{(1)}(v) -$$
$$- \gamma_i(t, \tau_i, s) \Big\}, \quad s \in [0, \tau_i)$$
$$\lambda_i(t, \tau_i, s, v, z_i^\circ, m_i^3) = \max \Big\{ \lambda, \lambda \geqslant 0, -\lambda \times$$
$$\times \Big[D_i^{(1)}(t, \tau_i, 0) z_i^\circ - m_i^3 + \int_{\tau_i}^{t} \gamma_i(t, \tau_i, s)\, ds \Big] \in$$
$$\in D_i^{(2)}(t, \tau_i, s) f_i^{(2)}(P_i^{(2)}) - A_i^{(2)}(t - s) D_i^{(2)}(t, \tau_i, s) g_i^{(2)}(v),$$
$$s \in [\tau_i, +\infty), \quad m_i^3 \in M_i^3(t, \tau_i)$$
$$\lambda_i(t, \tau_i, s, v, z_i^\circ, M_i^3(t, \tau_i)) = \max_{m_i^3 \in M_i^3(t, \tau_i)} \lambda_i(t, \tau_i, s, v, z_i^c, m_i^3),$$
$$s \in [0, t], \quad i = 1, \ldots, m$$
$$\rho(t, \tau_1, \ldots, \tau_m, z^\circ) = \inf_{v(\cdot)} \max_{i \in N} \int_0^t \lambda_i(t, \tau_i, s, v(s), z_i^\circ, M_i^3(t, \tau_i))\, ds$$

Предположение 2. Существуют t°, τ_i° $(i = 1, \ldots, m)$, $0 \leqslant \tau_i^\circ \leqslant t^\circ$, $\tau_i^\circ \leqslant \theta$, такие, что $\rho(t^\circ, \tau_1^\circ, \ldots, \tau_m^\circ, z^\circ) = 1$.

Теорема. Пусть для игры (1), (2) с начальными позициями z° выполнены предположения 1 и 2, тогда игра преследования разрешима, причем t° — гарантированное время ее окончания.

Доказательство. Рассмотрим функцию $\lambda_i(t, \tau_i, s, v, z_i^\circ, m_i^3)$. При фиксированных i и z_i^c она полунепрерывна сверху по совокупности аргументов t, τ_i, s, v, m_i^3. Следовательно, многозначное отображение $G_i^3(t, \tau_i, s, v) = \{m_i^3 \in M_i^3(t, \tau_i): \lambda_i(t, \tau_i, s, v, z_i^\circ, m_i^3) = \lambda_i(t, \tau_i, s, v, z_i^\circ, M_i^3(t, \tau_i)\}$ полунепрерывно сверху относительно включения, и в силу известного свойства многозначных отображений существует измеримый по Борелю селектор [3] $m_i^3(t, \tau_i, s, v) \in G_i^3(t, \tau_i, s, v)$.

Пусть $v(s)$ — произвольное допустимое управление убегающего. Будем строить управление i-го преследующего следующим образом:

1) до переключения $0 \leqslant s \leqslant \tau_i^\circ \leqslant t^\circ$; если в момент s

$$\rho_i(s, v(\xi), 0 \leqslant \xi \leqslant s) = \int\limits_0^{s_i} \lambda_i(t^\circ, \tau_i^\circ, \xi, v(\xi), z_i^\circ, m_i^3(t^\circ, \tau_i^\circ, \xi, v(\xi)))\, d\xi < 1$$

то функция $u_i^{(1)}(s) \in P_i^{(1)}$ — решение уравнения

(3)
$$-\lambda_i(t^\circ, \tau_i^\circ, s, v(s), z_i^\circ, M_i^3(t^\circ, \tau_i^\circ))\Big(D_i^{(1)}(t^\circ, \tau_i^\circ, 0)\, z_i^\circ -$$
$$- m_i^3(t^\circ, \tau_i^\circ, s, v(s)) + \int\limits_0^{\tau_i^\circ} \gamma_i(t^\circ, \tau_i^\circ, \xi)\, d\xi\Big) =$$
$$= D_i^{(1)}(t^\circ, \tau_i^\circ, s)\, f_i^{(1)}(u_i^{(1)}(s)) - A_i^{(1)}(\tau_i^\circ - s)\, D_i^{(1)}(t^\circ, \tau_i^\circ, s)\, g_i^{(1)}(v(s)) -$$
$$- \gamma_i(t^\circ, \tau_i^\circ, s)$$

если s_i^1 — первый момент, когда $\rho_i(s_i^1, v(\xi), 0 \leqslant \xi \leqslant s_i^1) = 1$, то при $s \in (s_i^1, \tau_i^\circ)$ $u_i^1(s)$ — решение уравнения

(4)
$$D_i^{(1)}(t^\circ, \tau_i^\circ, s)\, f_i^{(1)}(u_i^{(1)}(s)) - A_i^{(1)}(\tau_i^\circ - s)\, D_i^{(1)}(t^\circ, \tau_i^\circ, s)\, g_i^{(1)}(v(s)) =$$
$$- \gamma_i(t^\circ, \tau_i^\circ, s)$$

2) после переключения $0 \leqslant \tau_i^\circ \leqslant s \leqslant t^\circ$; аналогично, если при данном s $\rho_i(s, v(\xi), 0 \leqslant \xi < s) \leqslant 1$, то функция $u_i^{(2)}(s) \in P_i^{(2)}$ будет выбираться как решение уравнения

(5)
$$-\lambda_i(t^\circ, \tau_i^\circ, s, v(s), z_i^\circ, M_i^3(t^\circ, \tau_i^\circ))\,(D_i^{(1)}(t^\circ, \tau_i^\circ, 0)\, z_i^\circ - m_i^3(t^\circ, \tau_i^\circ, s, v(s)) +$$
$$+ \int\limits_{\tau_i^\circ}^{t^\circ} \gamma_i(t^\circ, \tau_i^\circ, \xi)\, d\xi) = D_i^{(2)}(t^\circ, \tau_i^\circ, s)\, f_i^{(2)}(u_i^{(2)}(s)) -$$
$$- A_i^{(2)}(t^\circ - s)\, D_i^{(2)}(t^\circ, \tau_i^\circ, s)\, g_i^{(2)}(v(s)) - \gamma_i(t^\circ, \tau_i^\circ, s)$$

если s_i^1 — первый момент, когда $\rho_i(s_i^1, v(\xi), 0 \leqslant \xi \leqslant s_i^1) = 1$, то для $s \in (s_i^1, t^\circ]$ $u_i^{(2)}(s)$ — решение уравнения

(6)
$$D_i^{(2)}(t^\circ, \tau_i^\circ, s)\, f_i^{(2)}(u_i^{(2)}(s)) - A_i^{(2)}(t^\circ - s)\, D_i^{(2)}(t^\circ, \tau_i^\circ, s)\, g_i^{(2)}(v(s)) =$$
$$= \gamma_i(t^\circ, \tau_i^\circ, s)$$

Согласно теореме А. Ф. Филиппова, построенные функции $u_i^{(j)}(t) = U_i^{(j)}(s, z_i^\circ, v(s))$ $(j = 1, 2)$ будут измеримы по Лебегу и, кроме того, из построения вытекает включение $u_i^{(j)} \in P_i^{(j)}$ $(j = 1, 2)$. Таким образом определена стратегия i-го преследователя $(\tau_i^\circ, U_i^{(1)}, U_i^{(2)})$ $(i = 1, \ldots, m)$. Эти стратегии и будут гарантировать окончание преследования к моменту времени t°. Действительно, по предположению 2 для данного управления убегающего $v(s)$, $s \in [0, t^\circ]$ существуют номер $k \in N$ и момент времени s_k, $0 \leqslant s_k \leqslant t^\circ$, такие, что $\rho_k(s_k, v(\xi), 0 \leqslant \xi \leqslant s_k) = 1$. По формуле Коши для номера k имеем (см. (3)—(6))

$$\pi_k z_k(t^\circ) = \pi_k \Omega_k^{(2)}(t^\circ, \tau_k^\circ)\, B_k(\tau_k^\circ) \Big\{\Omega_k^{(1)}(\tau_k^\circ, 0)\, z_k^\circ +$$
$$+ \int\limits_0^{\tau_k^\circ} [\Omega_k^{(1)}(\tau_k^\circ, s)\, f_k^{(1)}(u_k^{(1)}(s)) - \Omega_k^{(1)}(\tau_k^\circ, s)\, g_k^{(1)}(v(s))]\, ds\Big\} +$$
$$+ \int\limits_{\tau_k^\circ}^{t^\circ} [\pi_k \Omega_k^{(2)}(t^\circ, s)\, f_k^{(2)}(u_k^{(2)}(s)) - \pi_k \Omega_k^{(2)}(t^\circ, s)\, g_k^{(2)}(v(s))]\, ds =$$
$$= \Big[D_k^{(1)}(t^\circ, \tau_k^\circ, 0)\, z_k^\circ + \int\limits_0^{t^\circ} \gamma_k(t^\circ, \tau_k^\circ, s)\, ds\Big] \times$$
$$\times \Big[1 - \int\limits_0^{s_k} \lambda_k(t^\circ, \tau_k^\circ, s, v(s), z_k^\circ, m_k^3(t^\circ, \tau_k^\circ, s, v(s))\, ds\Big] +$$
$$+ \int\limits_0^{s_k} \lambda_k(t^\circ, \tau_k^\circ, s, v(s), z_k^\circ, m_k^3(t^\circ, \tau_k^\circ, s, v(s))\, m_k^3(t^\circ, \tau_k^\circ, s, v(s))\, ds +$$

$$+\int_0^{\tau_k^\circ} (A_k^{(1)}(\tau_k^\circ - s) - E)\, D_k^{(1)}(t^\circ, \tau_k^\circ, s)\, g_k^{(1)}(v(s))\, ds +$$

$$+\int_{\tau_k^\circ}^{t^\circ} (A_k^{(2)}(t^\circ - s) - E)\, D_k^{(2)}(t^\circ, \tau_k^\circ, s)\, g_k^{(2)}(v(s))\, ds \in M_k^2$$

Таким образом, в момент t° k-й преследователь ловит убегающего. Теорема доказана.

Пример. Рассмотрим следующую дифференциальную игру группового преследования с переменной структурой. До переключения уравнения движения m преследователей и одного убегающего имеют вид

(7) $$x_i^{\cdot\cdot} + \alpha_i x_i^{\cdot} = u_i,\ i = 1, \ldots, m;\ y^{\cdot} = v,\ t \in (0, \tau_i)$$

после переключения

(8) $$x_i^{\cdot} = u_i,\ i = 1, \ldots, m;\ y^{\cdot} = v,\ t \in (\tau_i, +\infty)$$

Начальные значения $x_i(0) = x_i^\circ$, $y(0) = y^\circ$; $0 < \alpha < 1$. Преследователи обязаны переключиться до момента времени $\theta > 0$ включительно. Окончанием игры преследования служит выполнение в некоторый конечный момент времени хотя бы для одного номера i условия $\| x_i - y \| \leqslant R$, $R = -\alpha^{-1} + \alpha^{-2}(\alpha - 1)\ln(1-\alpha)$.

Здесь x_i, y, u_i, $v \in R^2$; $\| u_i \| \leqslant 1$, $\| v \| \leqslant 1$. После замен $z_i = (z_{i1}, z_{i2}) = (x_i - y, x_i^{\cdot})$ в (7), $z_i = x_i - y$ в (8) приходим к следующей дифференциальной игре:

(9) $$z_{i1}^{\cdot} = z_{i2} - v$$

$$z_{i2}^{\cdot} = -\alpha z_{i2} + u_i,\ i = 1, \ldots, m,\ t \in (0, \tau_i)$$

(10) $$z_i = u_i - v,\ i = 1, \ldots, m,\ t \in (\tau_i, +\infty)$$

Начальные значения

$$z_{i1}(0) = z_{i1}^\circ,\ z_{i2}(0) = z_{i2}^\circ;\ \pi_i = E$$

$$B_i(\tau_i) \equiv \begin{Vmatrix} E & 0 \\ 0 & 0 \end{Vmatrix},\quad C_i^{(1)}(t) \equiv \begin{Vmatrix} 0 & E \\ 0 & -\alpha E \end{Vmatrix},\quad C_i^{(2)}(t) \equiv 0$$

$$P_i^{(1)} = P_i^{(2)} = Q = S_1(0) = \{\xi \in R^2 : \|\xi\| \leqslant 1\}$$

Здесь E — единичная, а 0 — нулевая матрица размером 2×2.

Для этой игры

$$M_i = S_R(0)$$

$$\Omega_i^{(1)}(t, \tau) = \exp\{(t-\tau)\, C_i^{(1)}\} = \begin{Vmatrix} E & \alpha^{-1}(1 - \exp(-\alpha(t-\tau)))\, E \\ 0 & E - \alpha t E + (\alpha^2 t^3/2!)\, E - \ldots \end{Vmatrix}$$

$$\Omega_i^{(2)}(t, \tau) = \exp\{(t-\tau)\, C_i^{(2)}\} = E \quad (i = 1, \ldots, m)$$

Предположение 1 для игры (9), (10) выполняется, если положить $A_i^{(1)}(t) = \mu_i(t)\, E$, $A_i^{(2)}(t) \equiv E$, где

$$\mu_i(t) = \begin{cases} \alpha^{-1}(1 - e^{-\alpha t}),\ 0 \leqslant t \leqslant -\alpha^{-1}\ln(1-\alpha) \\ 1,\ t > -\alpha^{-1}\ln(1-\alpha) \end{cases}$$

При этом

$$\lambda_i(t, \tau_i, s, v, z_i^\circ, m_i^3) = \| \eta_i(\tau_i) \|^{-1} \mu_i(t - \tau_i)\, \{\omega_i(v, \tau_i) +$$
$$+ ((\omega_i(v, \tau_i))^2 + (\alpha\mu_i(\tau_i - s))^{-2}(1 - \exp(-\alpha(\tau_i - s)))^2 -$$
$$- \| v \|^2)^{1/2}\},\ s \in [0, \tau_i)$$

$$\lambda_i(t, \tau_i, s, v, z_i^\circ, m_i^3) = \| \eta_i(\tau_i) \|^{-1} \{\omega_i(v, \tau_i) + ((\omega_i(v, \tau_i))^2 + 1 -$$
$$- \| v \|^2)^{1/2}\},\ s \in [\tau_i, +\infty)$$

$$\eta_i(\tau_i) = z_{i1}^\circ + \alpha^{-1}(1 - e^{-\alpha\tau_i})\, z_{i2}^\circ - m_i^3,\ \omega_i(v, \tau_i) =$$
$$= (v,\ \| \eta_i(\tau_i) \|^{-1} \eta_i(\tau_i))$$

Для функции $\lambda_i(t, \tau_i, s, v, z_i^\circ, m_i^3)$ до переключения имеет место оценка

(11) $$0 \leqslant \int_0^{\tau_i} \lambda_i(t, \tau_i, s, v(s), z_i^\circ, m_i^3)\, ds \leqslant$$

$$\leqslant \tau_i(\alpha \| \eta_i(\tau_i) \|)^{-1}(\alpha + \sqrt{\alpha^2 + 1}) \leqslant \theta(\alpha \| \eta_i(\tau_i) \|)^{-1}(\alpha + \sqrt{\alpha^2 + 1})$$

Для функций же $\lambda_i(t, \tau_i, s, v(s), z_i^3, m_i^3)$ после переключения, если выполняется условие

$$0 \in \operatorname{int} \operatorname{co} \bigcup_{i=1}^{m} (z_{i1}^{\circ} + \alpha^{-1}(1 - e^{-\alpha\tau_i}) z_{i2}^{\circ} - M_i^3(t, \tau_i)) \tag{12}$$

справедливо условие

$$\inf_{v(\cdot)} \max_{i \in N} \int_{\tau_i}^{T} \lambda_i(t, \tau_i, s, v(s), z_i^{\circ}, M_i^3(t, \tau_i))\, ds \geqslant A > 0$$

для любого наперед заданного числа $A > 0$, если только взять T достаточно большим.

Пусть $m = 3$. Положим $\theta = 0{,}1R(\alpha + \sqrt{\alpha^2 + 1})^{-1}\alpha$ и в качестве примера возьмем следующие начальные позиции:

$$z_{11}^{\circ} = (-2R, R), \quad z_{21}^{\circ} = (0, 2R), \quad z_{31}^{\circ} = (2R, R), \quad z_{12}^{\circ} =$$
$$= (0, -2R(1 - e^{-\lambda\tau})^{-1}\alpha), \quad z_{22}^{\circ} = (0, 0), \quad z_{32}^{\circ} = z_{12}^{\circ}, \quad 0 \leqslant \tau \leqslant \theta$$

Для этих начальных позиций, как легко видеть, условие (12) выполняется для $\tau_i = \tau$ $(i = 1, 2, 3)$. При этом из (11) получаем оценку

$$\int_0^{\tau_i} \lambda_i(t, \tau_i, s, v(s), z_i^{\circ}, m_i^3)\, ds < 1, \quad \forall \tau_i \in [0, \theta], \quad i = 1, 2, 3$$

Следовательно, поимка убегающего в данной игре возможна только в случае, когда момент переключения $\tau_i \in (0, \theta]$, например $\tau_i = \tau$ $(i = 1, 2, 3)$.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Никольский М. С.* Линейные дифференциальные игры с переменной структурой.— Докл. АН СССР, 1984, т. 276, № 4, с. 791—794.
2. *Субботин А. И., Ченцов А. Г.* Оптимизация гарантии в задачах управления. М.: Наука, 1981. 287 с.
3. *Григоренко Н. Л.* Дифференциальные игры преследования несколькими объектами. М.: Изд-во МГУ, 1983. 79 с.

Москва

Поступила в редакцию 28.II.1985

УДК 62–50

О ПОСТРОЕНИИ ФУНКЦИОНАЛА В ЗАДАЧЕ ОПТИМАЛЬНОГО УПРАВЛЕНИЯ

Баймурзаева Ж. Х.

Задача построения функционала в теории управления материальными системами рассматривается как обратная задача динамики [1]. На практическую ценность обратных задач оптимального управления впервые обратил внимание А. М. Летов [2]. Им был решен ряд обратных задач выбора оптимизируемого функционала в задачах управления движением летательных аппаратов. Этот подход был успешно использован также в задачах робототехники [3]. Процедура решения обратных задач позволяет соединить достоинства инженерных приемов, основанных на формулировании законов управления из условий движения по заданной программе, с возможностями методов теории оптимального управления.

Рассмотрим управляемый объект, описываемый системой обыкновенных дифференциальных уравнений

$$\dot{x} = f(x, u, t), \quad x \in R^n, \quad u \in R^r \tag{1}$$

где f — непрерывно дифференцируемая вектор-функция, u — кусочно-непрерывное управление, $0 \leqslant t \leqslant T$. Начальное условие $a = x(0)$ и время T будем считать заданными. Пару $\{u(t), x(t)\}$ назовем допустимым процессом, если $u(t)$, $x(t)$ удовлетворяют (1).