Прикладная математика и механика. Том 49, вып. 5, 1985

УДК 539.3 : 534.1

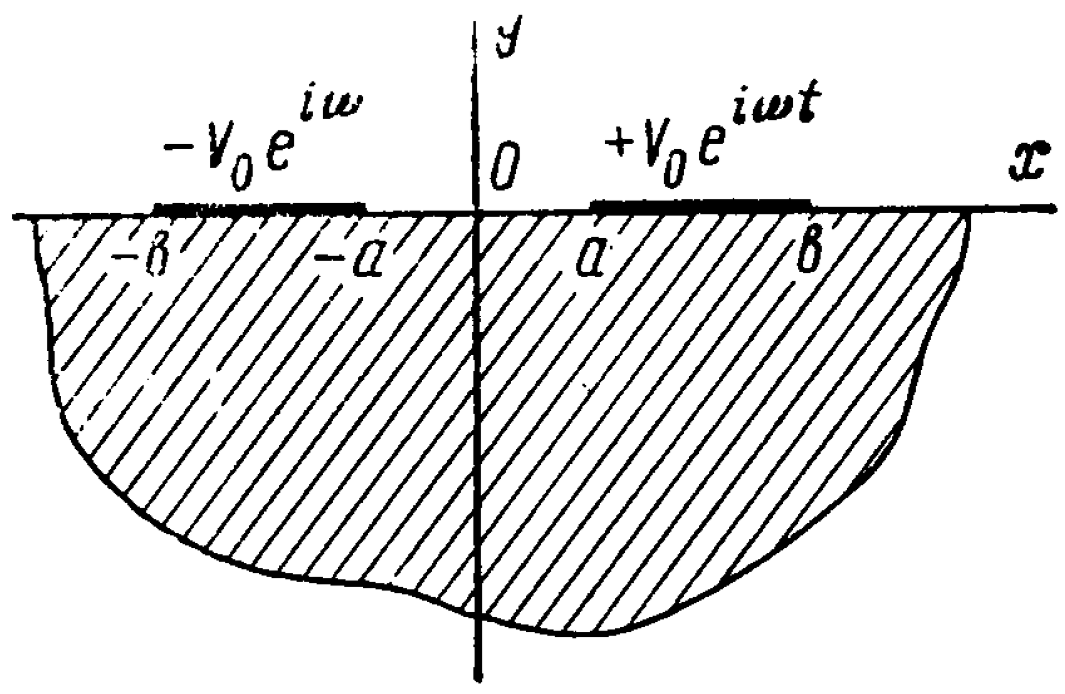
О ВОЛНАХ ГУЛЯЕВА—БЛЮСТЕЙНА В ПЬЕЗОЭЛЕКТРИЧЕСКИХ СРЕДАХ

Кудрявцев Б. А., Партон В. З.

Дается решение задачи о возбуждении сдвиговых поверхностных волн Гуляева — Блюстейна двумя ленточными электродами конечной ширины, расположенными на поверхности полубесконечного кристалла гексагонального класса $6mm$. Определяются функция плотности распределения электрических зарядов на электродах и характеристики поверхностной сдвиговой волны.

Постановка самосогласованной задачи о возбуждении в пьезоэлектрике поверхностных волн системой металлических электродов в общем виде изложена в [1], метод ее решения основан на использовании матрицы Грина для линейного заряда на поверхности пьезоэлектрика. При помощи матрицы Грина были получены [2, 3] сингулярные интегральные уравнения Фредгольма первого рода относительно неизвестной функции плотности распределения электрических зарядов на электродах. При исследовании возбуждения сдвиговых волн в гексагональном кристалле системой узких электродов интегральные уравнения [2, 3] допускают аналитическое решение.

1. Рассмотрим упругий полубесконечный кристалл гексагонального класса 6 mm, занимающий область $y < 0$, $|x| < \infty$ (z — гексагональная ось) (фигура). На границе полупространства с вакуумом ($y = 0$) нанесены два металлических электрода одинаковой ширины и бесконечной длины в направлении оси z, к которым приложено переменное электрическое напряжение $\pm V_0 e^{i\omega t}$. В этом случае внутри полупространства $y < 0$ будут существовать чисто сдвиговые электроупругие волны, имеющие только одну компоненту смещения $w \neq 0$ ($w = w(x, y)$, $u = 0$, $v = 0$).



Уравнения состояния для кристалла 6 mm имеют вид [4]

$$\tau_{xz} = c_{44}^E \frac{\partial w}{\partial x} + e_{15} \frac{\partial \varphi}{\partial x}, \quad \tau_{yz} = c_{44}^E \frac{\partial w}{\partial y} + e_{15} \frac{\partial \varphi}{\partial y} \tag{1.1}$$

$$D_x = e_{15} \frac{\partial w}{\partial x} - \varepsilon_{11}^S \frac{\partial \varphi}{\partial x}, \quad D_y = e_{15} \frac{\partial w}{\partial y} - \varepsilon_{11}^S \frac{\partial \varphi}{\partial y}$$

$$(E_x = -\partial\varphi/\partial x, \ E_y = -\partial\varphi/\partial y)$$

Здесь c_{44}^E — упругий модуль, e_{15} — пьезоэлектрическая постоянная, ε_{11}^S — диэлектрическая проницаемость, φ — электрический потенциал, определяющий компоненты вектора напряженности электрического поля при $y < 0$.

Учитывая соотношения (1.1), из уравнений движения и электростатики получим основные уравнения для амплитудных составляющих сдвиговой акустоэлектрической волны (временной множитель $e^{i\omega t}$ в них опущен), $\varkappa^2$ — коэффициент электромеханической связи

$$\nabla^2 w + k^2 w = 0, \ \nabla^2 \Phi = 0 \tag{1.2}$$

$$\left(k^2 = \frac{\rho\omega^2}{c_{44}^E (1 + \varkappa^2)}, \quad \varkappa^2 = \frac{e_{15}^2}{\varepsilon_{11}^S c_{44}^E}, \quad \nabla^2 = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2}\right.$$

$$\left.\varphi = \frac{e_{15}}{\varepsilon_{11}^S} w + \Phi\right)$$

Для области вакуума с диэлектрической проницаемостью ε_0 имеем

(1.3) $$\nabla^2\varphi_0 = 0$$

где φ_0 — электрический потенциал при $y > 0$.

С учетом симметрии электроупругого состояния представим решение уравнений (1.2), (1.3) в виде

(1.4) $$w(x, y) = \langle a\rangle, \; \Phi(x, y) = \langle b\rangle, \; y < 0$$

(1.5) $$\varphi_0(x, y) = \langle b_0\rangle, \; y > 0$$

Здесь

$$a = a(\xi, x, y) = A(\xi)\, e^{y\sqrt{\xi^2-k^2}} \sin \xi x, \quad b = b(\xi, x, y) = B(\xi)\, e^{\xi y} \sin \xi x$$

$$b_0 = b_0(\xi, x, y) = B_0(\xi)\, e^{-\xi y} \sin \xi x, \qquad \langle c\rangle = \int_0^\infty c(\xi, x, y)\, d\xi,$$

$$\sqrt{\xi^2-k^2} = \begin{cases} \sqrt{\xi^2-k^2}, & \xi > k \\ i\sqrt{k^2-\xi^2}, & \xi < k \end{cases}$$

Тогда для напряжений τ_{yz}, электрического потенциала φ и составляющей вектора электрической индукции D_y при $y < 0$, а также для нормальной составляющей вектора индукции $D_y^{(0)}$ при $y > 0$ получим

(1.6) $$\tau_{yz}(x, y) = c_{44}^E (1 + \varkappa^2)\langle\sqrt{\xi^2 - k^2}\, a\rangle + e_{15}\langle\xi b\rangle$$

$$\varphi(x, y) = \frac{e_{15}}{\varepsilon_{11}^S}\langle a\rangle + \langle b\rangle$$

(1.7) $$D_y(x, y) = -\varepsilon_{11}^S\langle\xi b\rangle, \quad D_y^{(0)}(x, y) = \varepsilon_0\langle\xi b_0\rangle$$

На свободной поверхности кристалла $y = 0$ должны выполняться следующие граничные условия:

(1.8) $$\tau_{yz}(x, 0) = 0, \; \varphi(x, 0) = \varphi_0(x, 0), \; 0 \leqslant x < \infty$$

(1.9) $$\varphi(x, 0) = \varphi_0(x, 0) = V_0, \; a < x < b$$

$$D_y(x, 0) - D_y^{(0)}(x, 0) = 0, \; 0 \leqslant x < a, \; x > b$$

Подстановка соотношений (1.5), (1.6) в условия (1.8) приводит к равенствам

(1.10) $$A(\xi) = -\frac{e_{15}}{c_{44}^E(1+\varkappa^2)}\frac{\xi B(\xi)}{\sqrt{\xi^2-k^2}}$$

$$B_0(\xi) = B(\xi)\left[1 - \frac{\varkappa^2\xi}{(1+\varkappa^2)\sqrt{\xi^2-k^2}}\right]$$

с учетом которых из условий (1.9) получаем тройные интегральные уравнения относительно функции $B_*(\xi) = B(\xi)\, F(\xi)$

(1.11) $$\int_0^\infty B_*(\xi)\left[1 - \frac{\bar\varepsilon_{11}\delta\xi}{\sqrt{\xi^2-k^2}F(\xi)}\right]\sin \xi x\, d\xi = V_0, \quad a < x < b$$

$$-\varepsilon_0(1 + \bar\varepsilon_{11})\int_0^\infty \xi B_*(\xi) \sin \xi x\, d\xi = 0, \quad 0 \leqslant x < a, \quad x > b$$

Здесь

$$F(\xi) = 1 - \frac{\delta\xi}{\sqrt{\xi^2-k^2}}, \quad \delta = \frac{\varkappa^2}{(\bar\varepsilon_{11}+1)(1+\varkappa^2)}, \quad \bar\varepsilon_{11} = \frac{\varepsilon_{11}^S}{\varepsilon_0}$$

Таким образом, задача сводится к определению функции $B_*(\xi)$ из решения тройных интегральных уравнений (1.11).

Заметим, что левая часть второго уравнения (1.11) при $a < x < b$ является неизвестной функцией плотности распределения электрических зарядов $q(x)$ на электроде, и, следовательно, обращая равенство

$$(1.12)\qquad -\varepsilon_0(1+\bar{\varepsilon}_{11})\int\limits_0^\infty \xi B_*(\xi)\sin\xi x\,d\xi = \begin{cases} q(x), & a<x<b, \\ 0, & 0\leqslant x<a, \quad x>b \end{cases}$$

получим

$$(1.13)\qquad \xi B_*(\xi) = -\frac{Q(\xi)}{\varepsilon_0(1+\bar{\varepsilon}_{11})}, \quad Q(\xi) = \frac{2}{\pi}\int\limits_a^b q(\eta)\sin\xi\eta\,d\eta$$

Используя теперь соотношения (1.10), (1.13), запишем формулы для смещения и электрического потенциала в области пьезоэлектрика. Подынтегральные выражения в этих формулах имеют простой полюс $\xi = \xi_0 = k(1-\delta^2)^{-1/2}$, находящийся на оси интегрирования, так как $F(\xi_0) = 0$ при $\xi_0 = k(1-\delta)^{-1/2}$. Существование этого полюса связано с тем, что в данной задаче не учитывается затухание акустоэлектрических волн. Если же учесть затухание волн, то следует положить $k = k' - i k''$ ($k'' > 0$) и тогда $\xi_0 = \xi_0' - i\xi_0''$ ($\xi_0'' > 0$). Таким образом, выделяя вклад от полюса $\xi = \xi_0$, необходимо выбрать путь интегрирования так, чтобы этот полюс обходился сверху. Произведя необходимые вычисления, получим (интегралы понимаются в смысле главного значения)

$$(1.14)\qquad w(x,y) = \frac{\delta\bar{\varepsilon}_{11}}{e_{15}}\int\limits_0^\infty \frac{Q(\xi)\,e^{y\sqrt{\xi^2-k^2}}}{F(\xi)\sqrt{\xi^2-k^2}}\sin\xi x\,d\xi -$$
$$-\frac{\pi\delta\bar{\varepsilon}_{11}Q(\xi_0)\,e^{y\sqrt{\xi_0^2-k^2}}}{e_{15}F'(\xi_0)\sqrt{\xi_0^2-k^2}}\,i\sin\xi_0 x$$
$$\varphi(x,y) = -\frac{1}{\varepsilon_0(1+\bar{\varepsilon}_{11})}\int\limits_0^\infty\left[e^{\xi y} - \frac{\varkappa^2\xi e^{y\sqrt{\xi^2-k^2}}}{(1+\varkappa^2)\sqrt{\xi^2-k^2}}\right]\frac{Q(\xi)\sin\xi x}{F(\xi)\,\xi}\,d\xi +$$
$$+\frac{\pi}{\varepsilon_0(1+\bar{\varepsilon}_{11})}\left[e^{\xi_0 y} - (1+\bar{\varepsilon}_{11})e^{y\sqrt{\xi_0^2-k^2}}\right]\frac{Q(\xi_0)}{F'(\xi_0)\,\xi_0}\,i\sin\xi_0 x$$

Последние слагаемые в (1.14) соответствуют поверхностной волне Гуляева—Блюстейна, которая распространяется в положительном и отрицательном направлениях оси x. В частности, для поверхностной волны, распространяющейся в положительном направлении оси x, из (1.14) получаются выражения для смещения и электрического потенциала, отличающиеся от последних слагаемых в (1.14) множителем $-{}^1/_2\exp[i(\omega t - \xi_0 x)]$ вместо $i\sin\xi_0 x$. На основании этих выражений запишем формулы для компонентов напряжений и вектора электрической индукции в поверхностной волне

$$(1.15)\qquad \tau_{xz}^{(w)} = -\frac{\pi i e_{15}}{2\varepsilon_0(1+\bar{\varepsilon}_{11})}\left[(1+\bar{\varepsilon}_{11})\frac{(1+\varkappa^2)}{\varkappa^2}e^{y\sqrt{\xi_0^2-k^2}} -\right.$$
$$\left.-e^{\xi_0 y}\right]\frac{Q(\xi_0)}{F'(\xi_0)}e^{i(\omega t-\xi_0 x)}$$
$$\tau_{yz}^{(w)} = \frac{\pi e_{15}}{2\varepsilon_0(1+\bar{\varepsilon}_{11})}\left[e^{y\sqrt{\xi_0^2-k^2}} - e^{\xi_0 y}\right]\frac{Q(\xi_0)}{F'(\xi_0)}e^{i(\omega t-\xi_0 x)}$$
$$D_x^{(w)} = -iD_y^{(w)} = -\frac{\pi i\bar{\varepsilon}_{11}}{2(1+\bar{\varepsilon}_{11})}\frac{Q(\xi_0)\,e^{\xi_0 y}}{F'(\xi_0)}e^{i(\omega t-\xi_0 x)}$$

Выражения (1.14), (1.15) позволяют теперь определить вектор плотности потока энергии, переносимой волной Гуляева—Блюстейна от электродного излучателя. Полная плотность потока энергии представляет собой сумму плотностей потоков упругой энергии P_k^s и электромагнитной энергии $P_k{}^E$ (в квазистатическом приближении [1])

$$P_k = P_k{}^s + P_k{}^E, \quad P_k{}^s = -\tau_{ik}\frac{\partial u_i}{\partial t}, \quad P_k{}^E = \varphi\frac{\partial D_k}{\partial t}$$

Для монохроматических плоских волн (с временным множителем $e^{i\omega t}$) величины $P_k{}^s$ и $P_k{}^E$ можно осреднить по периоду колебаний. Тогда для поверхностной сдвиговой волны находим составляющие $\bar{P}_x$, $\bar{P}_y$ вектора плотности потока энергии (звездочка означает комплексно-сопряженную величину)

$$\bar{P}_x = \frac{\omega}{2}\,\mathrm{Im}\,[\tau_{xz}^* w - \varphi^* D_x], \qquad \bar{P}_y = \frac{\omega}{2}\,\mathrm{Im}\,[\tau_{yz}^* w - \varphi^* D_y] \tag{1.16}$$

Подставляя амплитудные значения соответствующих величин из (1.14), (1.15) в формулы (1.16), получим

$$\bar{P}_x = \frac{\pi\omega\,|\,Q(\xi_0)\,|^2\,\bar{\varepsilon}_{11}}{8\varepsilon_0\,[F'(\xi_0)]^2\,(1+\bar{\varepsilon}_{11})^2}\left[\frac{(\bar{\varepsilon}_{11}+1)}{\sqrt{\xi_0{}^2-k^2}}\,e^{2y\sqrt{\xi_0{}^2-k^2}} - \frac{e^{2\xi_0 y}}{\xi_0}\right], \qquad \bar{P}_y = 0 \tag{1.17}$$

2. Обратимся теперь к решению тройных интегральных уравнений (1.11), которое позволит определить функцию плотности распределения электрических зарядов на электроде $q(x)$ и величину $Q(\xi_0)$, входящую в выражения (1.14), (1.15), (1.17). Представим функцию $q(x)$ в виде ряда ($T_n(z)$ — полиномы Чебышева первого рода)

$$q(x) = \frac{2\varepsilon_0\,(1+\bar{\varepsilon}_{11})\,V_0}{\sqrt{(b-x)(x-a)}}\sum_{n=0}^{\infty} a_n T_n\left(2\,\frac{x-a}{b-a}-1\right), \qquad a < x < b \tag{2.1}$$

Из равенства (1.12) находим

$$\xi B_*(\xi) = -\frac{4V_0}{\pi}\sum_{n=0}^{\infty} a_n \int_a^b T_n\left(2\,\frac{x-a}{b-a}-1\right)\sin\xi x\,\frac{d\xi}{\sqrt{(b-x)(x-a)}} \tag{2.2}$$

Произведя замену переменной интегрирования в (2.2) и учитывая связь полиномов Чебышева с функциями Бесселя [5], получим

$$\xi B_*(\xi) = -2V_0\sum_{n=0}^{\infty} a_n S_n\left(\xi\,\frac{b+a}{2}\right) J_n\left(\xi\,\frac{b-a}{2}\right) \tag{2.3}$$

$$S_n\left(\xi\,\frac{b+a}{2}\right) = \left\{[1-(-1)^n]\,(-1)^{(n-1)/2}\cos\left(\xi\,\frac{b+a}{2}\right) + \right.$$
$$\left. + [1+(-1)^n]\,(-1)^{n/2}\sin\left(\xi\,\frac{b+a}{2}\right)\right\}$$

Подставляя теперь первое уравнение (2.3) в (1.11), произведем замену переменной

$$x = \frac{b-a}{2}\,x_1 + \frac{b+a}{2} \quad (\,|\,x_1\,| < 1)$$

и воспользуемся разложением

$$\sin\xi x = \sum_{m=0}^{\infty}\varepsilon_m J_m\left(\xi\,\frac{b-a}{2}\right) S_m\left(\xi\,\frac{b+a}{2}\right) T_m(x_1)$$
$$\varepsilon_0 = 1/2, \quad \varepsilon_m = 1 \quad (m = 1,\ 2,\ \ldots)$$

В результате получим бесконечную систему алгебраических уравнений для определения коэффициентов a_n разложения (2.1)

$$\sum_{n=0}^{\infty} a_n\,(\omega_{nm} - \bar{\varepsilon}_{11}\delta\gamma_{nm}) = -\delta_{m0} \quad (m = 0, 1, 2\ldots) \tag{2.4}$$

Здесь

$$(2.5)\qquad \omega_{nm}=\int_0^\infty J_n(\eta)\,J_m(\eta)\,S_n\left(\frac{\eta}{\alpha}\right)S_m\left(\frac{\eta}{\alpha}\right)\frac{d\eta}{\eta}$$

$$\gamma_{nm}=\int_0^\infty \frac{J_n(\eta)\,J_m(\eta)}{\sqrt{\eta^2-k_1^2}F_1(\eta)}\,S_n\left(\frac{\eta}{\alpha}\right)S_m\left(\frac{\eta}{\alpha}\right)d\eta$$

$$\alpha=\frac{b-a}{b+a},\quad k_1^2=k^2\frac{b-a}{2},\quad F_1(\eta)=1-\frac{\delta\eta}{\sqrt{\eta^2-k_1^2}}$$

При преобразовании интегралов ω_{nm}, γ_{nm} введена новая переменная интегрирования $\eta=\xi\,(b-a)/2$.

Так как

$$S_{2n}\left(\frac{\eta}{\alpha}\right)=2\,(-1)^n\sin\frac{\eta}{\alpha}$$

$$S_{2n+1}\left(\frac{\eta}{\alpha}\right)=2\,(-1)^n\cos\frac{\eta}{\alpha}\qquad (n=0,1,2,\ldots)$$

то при вычислении коэффициентов ω_{nm} необходимо найти значения следующих интегралов:

$$(2.6)\qquad I_{2n,\,2m}=\int_0^\infty J_{2n}(\eta)\,J_{2m}(\eta)\sin^2\frac{\eta}{\alpha}\,\frac{d\eta}{\eta}$$

$$I_{2n+1,\,2m+1}=\int_0^\infty J_{2n+1}(\eta)\,J_{2m+1}(\eta)\cos^2\frac{\eta}{\alpha}\,\frac{d\eta}{\eta}$$

$$I_{2n+1,\,2m}=\int_0^\infty J_{2n+1}(\eta)\,J_{2m}(\eta)\sin\frac{\eta}{\alpha}\cos\frac{\eta}{\alpha}\,\frac{d\eta}{\eta}\qquad (n,m=0,1,2,\ldots)$$

Интегралы (2.6) можно преобразовать к виду, удобному для вычислений, если воспользоваться формулой Неймана [5]

$$J_n(\eta)\,J_m(\eta)=\frac{2}{\pi}\int_0^{\pi/2} J_{n+m}(2\eta\cos\theta)\cos(n-m)\,\theta\,d\theta$$

и значениями разрывных интегралов

$$\int_0^\infty J_\mu(a\eta)\begin{Bmatrix}\cos\\ \sin\end{Bmatrix}b\eta\,\frac{d\eta}{\eta}=\frac{a^\mu}{\mu}\begin{Bmatrix}\cos\\ \sin\end{Bmatrix}\frac{\pi\mu}{2}\left(b+\sqrt{b^2-a^2}\right)^{-\mu}\quad (b>a)$$

В частности, при $n+m>0$

$$I_{2n,\,2m}=\frac{2}{\pi}\int_0^{\pi/2}\cos(2n-2m)\,\theta\int_0^\infty J_{2n+2m}(2\eta\cos\theta)\sin^2\frac{\eta}{\alpha}\,\frac{d\eta}{\eta}\,d\theta=$$

$$=\frac{(-1)^{n+m+1}\alpha^{2n+2m}}{\pi\,(2n+2m)}\int_0^{\pi/2}\cos\left[(2n-2m)\,\theta\right]\left(\frac{\cos\theta}{\beta(\theta)}\right)^{2n+2m}d\theta+$$

$$+\begin{cases}1/(8n), & n=m\\ 0, & n\neq m\end{cases}$$

$$(\beta(\theta)=1+\sqrt{1-\alpha^2\cos^2\theta})$$

Преобразуя аналогичным образом другие интегралы (2.6), получим

$$(2.7)\qquad \omega_{nm}=\frac{\delta_{nm}}{n}-\frac{(-1)^{n+m}\alpha^{n+m}}{(n+m)}\,\frac{4}{\pi}\int_0^{\pi/2}\cos(n-m)\,\theta\times$$

$$\times\left(\frac{\cos\theta}{\beta(\theta)}\right)^{n+m}d\theta\quad (n+m>0)$$

$$(2.8)\qquad \omega_{00}=\frac{4}{\pi}\int_0^{\pi/2}\ln\beta(\theta)\,d\theta+2\ln\frac{2}{\alpha}$$

Заметим, что для узких электродов ($\alpha \ll 1$) из формул (2.7), (2.8) следует, что

$$\omega_{00} \approx 2\ln(4/\alpha), \quad \omega_{nm} \approx \delta_{nm}/n \quad (n + m > 0)$$

При вычислении интегралов (2.7) необходимо учесть, что подынтегральная функция имеет простой полюс в точке $\eta_0 = k_1/\sqrt{1-\delta^2}$. Производя обход этого полюса сверху, получим (второй интеграл понимается в смысле главного значения)

$$(2.9) \qquad \gamma_{nm} = \int_0^{k_1} \frac{J_n(\eta)\, J_m(\eta)}{i\sqrt{k_1^2-\eta^2}-\delta\eta} S_n\left(\frac{\eta}{\alpha}\right) S_m\left(\frac{\eta}{\alpha}\right) d\eta + \int_{k_1}^{\infty} \frac{J_n(\eta)\, J_m(\eta)}{\sqrt{\eta^2-k_1^2}-\delta\eta} S_n\left(\frac{\eta}{\alpha}\right) S_m\left(\frac{\eta}{\alpha}\right) d\eta - \frac{i\pi\delta}{1-\delta^2} J_n(\eta_0)\, J_m(\eta_0)\, S_n\left(\frac{\eta_0}{\alpha}\right) S_m\left(\frac{\eta_0}{\alpha}\right)$$

Для пьезоэлектрических материалов гексагонального класса $6mm$ диэлектрическая проницаемость ε_{11}^S значительно больше ε_0, поэтому параметр δ мал и, следовательно, при вычислении коэффициентов γ_{nm} можно воспользоваться формулой (2.10)

$$(2.10) \qquad \gamma_{nm} = \gamma_{nm}' - i\gamma_{nm}''$$

$$\gamma_{nm}' = \int_0^{\infty} J_n(k_1 \operatorname{ch}\xi)\, J_m(k_1 \operatorname{ch}\xi)\, S_n\left(\frac{k_1}{\alpha}\operatorname{ch}\xi\right) S_m\left(\frac{k_1}{\alpha}\operatorname{ch}\xi\right) d\xi$$

$$\gamma_{nm}'' = \int_0^{\pi/2} J_n(k_1 \sin\varphi)\, J_m(k_1 \sin\varphi)\, S_n\left(\frac{k_1}{\alpha}\sin\varphi\right) S_m\left(\frac{k_1}{\alpha}\sin\varphi\right) d\varphi$$

(была сделана замена переменной интегрирования $\eta = k_1 \operatorname{ch}\xi$, $\eta = k_1 \sin\varphi$).

Таким образом решение задачи сведено к бесконечной системе линейных алгебраических уравнений (2.4). При этом основной параметр $Q(\xi_0)$, определяющий характеристики поверхностной волны Гуляева — Блюстейна, выражается через решение этой системы по формуле

$$(2.11) \qquad Q(\xi_0) = 2\varepsilon_0(1+\bar{\varepsilon}_{11}) V_0 \sum_{n=0}^{\infty} a_n J_n\left(\frac{k_1}{\sqrt{1-\delta^2}}\right) S_n\left(\frac{k_1}{\alpha\sqrt{1-\delta^2}}\right)$$

В качестве примера был произведен расчет на ЭВМ величины $\bar{Q} = 10^3 Q(\xi_0)/(2\varepsilon_0(1+\bar{\varepsilon}_{11})V_0)$ для пьезоэлектрического материала CdS с характеристиками [4] $e_{15} = -0{,}21$ К/м^2, $\varepsilon_{11}^S = 8\cdot 10^{-11}$ Ф/м, $c_{44}^E = 1{,}49\cdot 10^{10}$ Н/м^2, $\varkappa^2 = 0{,}037$, $\delta = 3{,}57\cdot 10^{-3}$.

Ниже представлены значения $\bar{Q}$, вычисленные при некоторых значениях k_1 и α, в результате усечения бесконечной системы алгебраических уравнений (2.4) и замены ее системой из четырех уравнений

	α	0,2	0,4	0,6	0,8
$\bar{Q}$	($k_1 = 2$)	$23{,}2-0{,}729i$	$106-4{,}16i$	$-89{,}5+5{,}67i$	$-256+10{,}8i$
$\bar{Q}$	($k_1 = 4$)	$123-2{,}13i$	$-94{,}3+1{,}25i$	$75{,}9+0{,}109i$	$97{,}4-1{,}47i$

Численный анализ на ЭВМ показал, что при увеличении числа уравнений более четырех уточнение значений величины $\bar{Q}$ незначительно.

Авторы благодарят Г. П. Никишкова за проведенные расчеты.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Балакирев М. К., Гилинский И. А.* Волны в пьезокристаллах. Новосибирск: Наука, 1982. 239 с.
2. *Гилинский И. А., Попов В. В.* К теории возбуждения волн в пьезокристаллах узкими металлическими электродами.— Радиотехника и электроника, 1978, т. 23, № 2, с. 392—402.
3. *Гилинский И. А., Попов В. В.* Возбуждение волн в пьезокристаллах металлическими электродами.— В кн.: Докл. 9-й Всесоюз. акуст. конф. Секц. В. М.: Изд-е Акуст. ин-та, 1977, с. 143—146.
4. *Дьелесан Э., Руайе Д.* Упругие волны в твердых телах. Применение для обработки сигналов. М.: Наука, 1982. 424 с.
5. *Бейтмен Г., Эрдейн А.* Высшие трансцендентные функции. Т. 2, М.: Наука, 1974. 295 с.

Москва — Поступила в редакцию 26.VI.1984