

УДК 539.3

## АВТОМОДЕЛЬНАЯ ЗАДАЧА О ДЕЙСТВИИ ВНЕЗАПНОЙ НАГРУЗКИ НА ГРАНИЦУ УПРУГОГО ПОЛУПРОСТРАНСТВА

Куликовский А. Г., Свешникова Е. И.

Исследуется решение нелинейной задачи о действии постоянного напряжения, внезапно приложенного к плоской границе упругого полупространства, обладающего предварительной однородной деформацией. Задача автомодельна, и ее решение строится из исследованных ранее [1—5] ударных и автомодельных простых волн. Рассматриваемая задача представляет собой необходимый элемент, который должен содержаться в решениях различных нестационарных задач, например в задаче о распаде произвольного начального разрыва. Кроме того, построенное ниже автомодельное решение представляет асимптотику при больших временах соответствующих неавтомодельных задач, когда напряжения на границе полупространства меняются от одних значений до других по произвольному закону в течение ограниченного времени.

**1. Постановка задачи.** Однородная изотропная нелинейно-упругая среда задается своей внутренней энергией  $U(\varepsilon_{ij}, S)$  в виде [1—5]

$$(1.1) \quad \Phi = \rho_0 U = \frac{1}{2} \lambda I_1^2 + \mu I_2 + \beta I_1 I_2 + \gamma I_3 + \delta I_1^3 + \xi I_2^2 + \\ + \rho_0 T_0 (S - S_0) + \text{const} \\ I_1 = \varepsilon_{ii}, \quad I_2 = \varepsilon_{ij} \varepsilon_{ij}, \quad I_3 = \varepsilon_{ij} \varepsilon_{jk} \varepsilon_{ki} \\ \varepsilon_{ij} = \frac{1}{2} \left( \frac{\partial w_i}{\partial \xi_j} + \frac{\partial w_j}{\partial \xi_i} + \frac{\partial w_k}{\partial \xi_i} \frac{\partial w_k}{\partial \xi_j} \right)$$

Здесь  $S$  — энтропия,  $\varepsilon_{ij}$  — компоненты тензора деформаций Грина,  $w_i$  — вектор перемещения,  $\rho_0$  — плотность в ненапряженном состоянии,  $\xi_i$  — лагранжевы координаты, в ненапряженном состоянии — декартовы прямоугольные.

Среда, обладающая малой однородной начальной деформацией, занимает полупространство  $\xi_3 \geq 0$ . В момент  $t = 0$  к ее границе  $\xi_3 = 0$  приложено и далее остается постоянным напряжение, которое изменяет деформированное состояние на границе. Задача автомодельна, решение зависит от  $\xi_3, t$ . Возмущение от границы в область  $\xi_3 > 0$  распространяется в виде плоских волн деформации, в которых меняются только следующие компоненты градиента перемещений:  $\partial w_1 / \partial \xi_3 = u$ ,  $\partial w_2 / \partial \xi_3 = v$ ,  $\partial w_3 / \partial \xi_3 = w$ . Начальные величины этих компонент деформации будем обозначать  $U, V, w^\circ$  соответственно. А те значения, которые они приобретают на границе под действием внезапно подействовавшего напряжения, обозначим соответственно  $u_*, v_*, w_*$ .

Кроме указанных среда обладает и другими компонентами деформации, не изменяющимися в данной задаче и играющими роль параметров. Это компоненты  $\varepsilon_{11}$  и  $\varepsilon_{22}$ . Величину  $\varepsilon_{12}$  можно считать равной нулю, если направления осей  $\xi_1$  и  $\xi_2$  выбраны подходящим образом.

Начальные и граничные деформации будем считать небольшими, одного порядка малости, который условимся обозначать  $\varepsilon$ . Разложение (1.1) функции  $\Phi$  по малым деформациям  $\sim \varepsilon$  дает представление потенциала для произвольной изотропной упругой среды с точностью до  $\varepsilon^4$  [1—3].

В положительную сторону оси  $\xi_3$  могут идти одна квазипродольная и две квазипоперечные простые или ударные волны. Они и будут использованы для построения решения.

**2. Использование в решении квазипродольных волн.** Скорости квазипродольных волн, и простых и ударных, на конечную величину  $\lambda + \mu$  превосходят скорости любых квазипоперечных волн. В этих волнах основное изменение претерпевает компонента  $w$ . Изменение  $u$  и  $v$  мало, второго порядка по  $\varepsilon$  или еще меньше.

Таким образом, деформированное состояние за прошедшей квазипродольной волной определяется компонентами  $\varepsilon_{11}$ ,  $\varepsilon_{22}$ ,  $w_*$ ,  $U + O(\varepsilon^2)$ ,  $V + O(\varepsilon^2)$ . Примем его за новое начальное состояние, по которому идут квазипоперечные волны, и для простоты начальные сдвиговые деформации в нем будем обозначать по-прежнему  $U$ ,  $V$ . Теперь можно решать задачу для одних квазипоперечных волн. То изменение, которое они внесут в компоненту  $w$ , будет второго порядка малости по  $\varepsilon$ . Если эту поправку необходимо учесть, решение задачи можно продолжить методом последовательных приближений.

**3. Решение с квазипоперечными волнами.** В квазипоперечных волнах компонента  $w$  может быть исключена [1, 3] из исследования (выражена через  $u$  и  $v$ ). Дальнейшее построение решения можно вести на плоскости  $uv$ , где надо непрерывным образом соединить точку  $U$ ,  $V$ , изображающую начальное состояние, и точку  $u_*$ ,  $v_*$  (конечное состояние), пользуясь интегральными кривыми квазипоперечных простых волн [2] и эволюционными участками ударной адиабаты [3]. При этом необходимо соблюдение очередности следования волн в зависимости от их скоростей.

Интегральные кривые простых волн описываются дифференциальными уравнениями

$$(3.1) \quad \frac{dv}{du} = \frac{v^2 - u^2 - G \pm [(v^2 - u^2 - G)^2 + 4u^2v^2]^{1/2}}{2uv}$$

$$G = (2\mu + 3/2\gamma)(\varepsilon_{22} - \varepsilon_{11})/\kappa$$

$$\kappa = \mu + (\mu + \beta + 3/2\gamma)^2/(\lambda + \mu) - 2\xi$$

Вид этих линий и изменение характеристических скоростей вдоль них исследованы в [2]. Так как простые волны при определенных направлениях изменения параметров в них имеют тенденцию к опрокидыванию, то решение автомодельной задачи может состоять только из неопрокидывающихся простых волн и ударных волн.

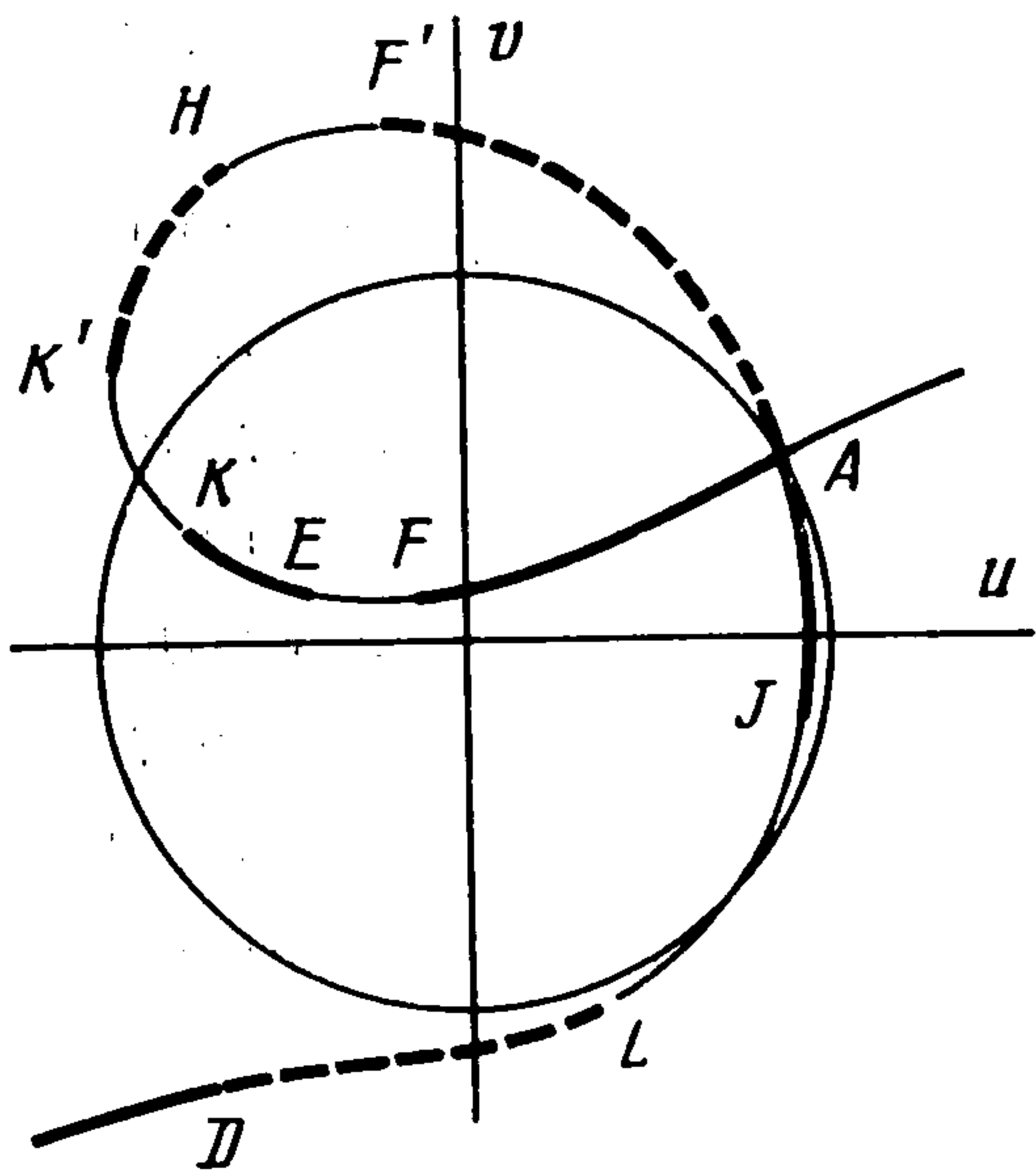
Ударная адиабата квазипоперечных ударных волн на плоскости  $uv$  задается уравнением

$$(3.2) \quad (u^2 + v^2 - R^2)(Uv - Vu) + 2G(u - U)(v - V) = 0$$

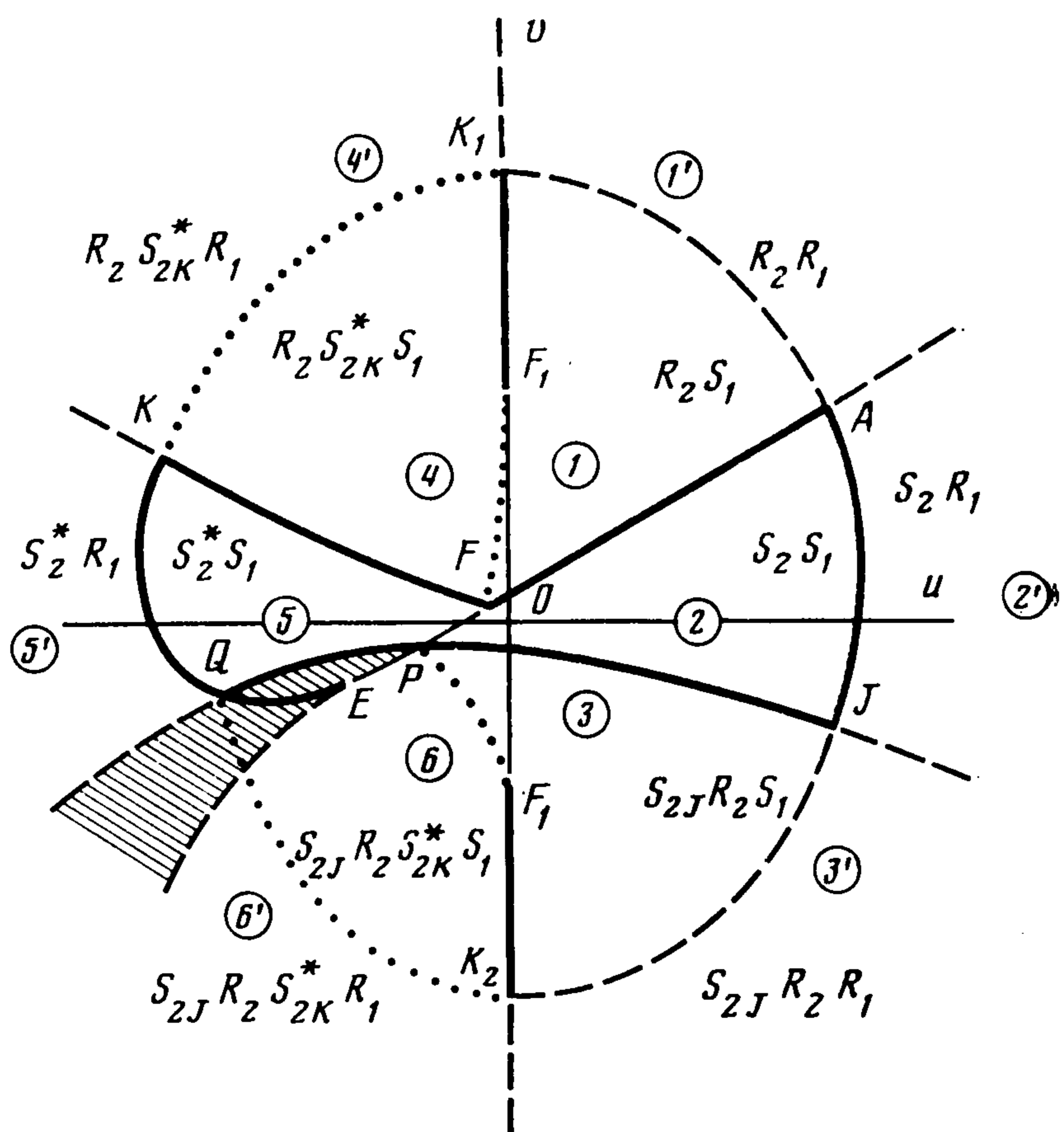
(здесь обозначено  $R^2 = U^2 + V^2$ ). Ударная адиабата и выделенные на ней отрезки, удовлетворяющие одновременно условиям неубывания энтропии и эволюционности [1, 3], изображены на фиг. 1 (жирной сплошной линией для сред с  $\kappa > 0$  и жирной штриховой линией для сред с  $\kappa < 0$ ).

Начальную точку  $A(U, V)$  всегда можно располагать в первой четверти плоскости  $uv$ . Произвольное конечное (граничное) состояние  $u_*v_*$  может изображаться любой точкой этой плоскости. Из-за анизотропии начального деформированного состояния квазипоперечные волны как простые, так и ударные разделяются на быстрые, у которых скорость скачка  $W$  удовлетворяет условиям

$$c_2^- \leq W \leq c_2^+, c_1^+ \leq W$$



Фиг. 1



Фиг. 2

и медленные, для которых

$$c_1^- \leq W \leq c_1^+, 0 \leq W \leq c_2^-$$

Здесь  $c_i^+$  и  $c_i^-$  — характеристические скорости за и перед разрывом соответственно. В том случае, когда эволюционный отрезок ударной адиабаты примыкает к начальной точке  $A(U, V)$ , соответствующие ему ударные волны будем называть волнами первого типа, в остальных случаях — волнами второго типа.

Будем обозначать буквами  $R_1, R_2$  соответственно медленную и быструю простые волны, буквами  $S_1, S_2$  — медленную и быструю ударные волны первого типа,  $S_1^*$  и  $S_2^*$  — медленную и быструю ударные волны второго типа.

Когда это полезно для понимания, будем у скорости скачка  $W$  указывать его начальную и конечную точку на плоскости  $uv$ .

Особое значение при построении решений имеют ударные волны Жуге [1, 3], для которых скорость волны  $W$  совпадает с одной из характеристических скоростей  $c_i^\pm$ , т. е. выполняются знаки равенства в условиях эволюционности. На фиг. 1 в точках  $K, F, K', F', D$  скорость ударной волны  $W = c_2^-$ , в других точках Жуге  $W_L = c_1^-$ ,  $W_E = c_1^+$ ,  $W_H = c_1^+$ ,  $W_J = c_2^+$ . Если  $W = c^+$ , то вслед за ударной волной Жуге может идти простая волна того же типа. Если  $W = c^-$ , то ударная волна Жуге может идти непосредственно за простой волной того же типа.

Вид ударной адиабаты, а также количество и расположение эволюционных отрезков на ней зависят от знака функции  $D$  при  $\kappa > 0$  и  $D_1$  при  $\kappa < 0$  [3]

$$(3.3) \quad D(U, V, G) \equiv c_2^- - c_1^+ (E), \quad D_1(U, V, G) \equiv c_2^- - c_1^+ (H)$$

Уравнения  $D = 0$  и  $D_1 = 0$  на плоскости начальных деформаций  $UV$  изображаются замкнутыми линиями, содержащими начало координат и имеющими размеры  $\sim \sqrt{G}$  [3]. Внутри соответствующих кривых  $D$  и  $D_1$  положительны, вне — отрицательны. На фиг. 1 изображена ударная адиабата при максимальном количестве участков эволюционности, что соот-

ветствует  $D < 0$  (при  $\kappa > 0$ ) и  $D_1 > 0$  (при  $\kappa < 0$ ). Когда  $D = 0$ , точки  $K, E, F$  сливаются в одну точку  $E$ , когда  $D_1 = 0$ , точки  $K', H, F'$  сливаются в точку  $H$ .

Построение решения в каждом из таких случаев следует рассматривать отдельно.

4. Случай  $\kappa > 0, G/R^2 \ll 1$ . Начальная точка  $A$  лежит в первой четверти плоскости  $uv$  вне кривой  $D = 0$ , т. е. в области  $D < 0$ . В этом случае существуют две быстрые ударные волны  $S_2$  и  $S_2^*$  и одна медленная  $S_1$ . Пусть сначала  $R^2$  настолько больше  $G$ , что весь эволюционный участок  $AJ$  ударной адиабаты тоже лежит вне кривой  $D = 0$ . Решение строится отдельно в каждой из областей 1—6, 1'—6', изображенных на фиг. 2. Прокомментируем построение этих решений.

На фиг. 2 эволюционные участки  $AF, EK, AJ$  ударной адиабаты начальной точки  $A$  изображены жирной линией (здесь и на последующих фигурах). Тонкой линией  $FPE$  изображен неэволюционный участок той же ударной адиабаты. Очевидно, из точки  $A$  медленной ударной волной  $S_1$  можно попасть в любую точку отрезка  $AF$ . Чтобы попасть в область 1 выше  $AF$ , надо сначала пройти по отрезку интегральной кривой  $AK_1$  быстрой простой волны  $R_2$ . При этом непрерывное автомодельное решение существует только до вертикальной оси. На фиг. 2 и всех последующих фигурах используемые участки интегральных кривых простых волн изображены штриховой линией. Из любой точки дуги  $AK_1$  медленной простой волной  $R_1$  идем в область 1' и медленной ударной волной  $S_1$  в область 1. Эволюционные участки этих волн  $S_1$  кончаются в точках отрезка  $FF_1$  во второй четверти. В этих точках  $W = c_2^-$ . Точка  $F_1$  на ударной адиабате из точки  $K_1$  имеет координаты  $u = 0, v = 2G/R$  [4]. Итак, в области 1 ( $AFF_1K_1$ ) решение имеет вид  $R_2S_1$ , в области 1' —  $R_2R_1$ .

В точки отрезка  $AJ$  приводит быстрая ударная волна  $S_2$  с  $W_1 \ll c_2(A)$ . Идущая за ней медленная простая волна  $R_1$  приводит в любую точку области 2', и решение в ней имеет вид  $S_2R_1$ .

Из любого состояния на  $AJ$  вслед за первой быстрой волной  $S_2$ , имеющей скорость  $W_1$ , может идти медленная волна  $S_1$  со скоростью  $W_2 \ll W_1$ . Эволюционные отрезки медленных волн  $S_1$  из состояний  $AJ$  ведут в область 2 и должны кончаться точками, где  $W_2 = c_2^-$  (так как все точки  $AJ$  по условию находятся в области  $D < 0$ ). Как показано в [5], адиабаты этих медленных волн обязательно пересекают начальную адиабату на участке  $FP$ , т. е. заполняют всю область 2. В точках пересечения  $W_2 = W_1$ . Использовать для решения отрезки адиабат  $S_1$  за точкой пересечения с  $FP$  нельзя, так как было бы  $W_2 > W_1$  и вторая волна догнала бы первую. Таким образом, последовательность  $S_2S_1$  дает решение в области 2 ( $APJ$ ). Нижней границей этой области  $PJ$  служит эволюционная часть ударной адиабаты  $S_1$ , построенной для точки  $J$ , причем точка  $P$  является концом этого эволюционного отрезка, так как в ней  $W_2 = W_{AJ} = c_2^-(J)$ . При малых  $G/R^2$  она лежит между точками  $E$  и  $F$  [5].

Для построения решения в областях 3 — 3' используется ударная волна Жуге  $S_{2J}$  в точку  $J$ . Следом за ней может идти быстрая простая волна  $R_2$ . По ее интегральной кривой  $JK_2$  можно идти до вертикальной оси. Далее построение решения такое же, как для областей 1 — 1'. Полученное решение имеет вид: в области 3 ( $JPF_2K_2$ ) —  $S_{2J}R_2S_1$ , в области 3' —  $S_{2J}R_2R_1$ .

Для перехода в левую полуплоскость плоскости  $uv$  используем быструю ударную волну второго типа  $S_2^*$ . Одна такая волна соответствует скачку из состояния  $A$  в точки отрезка  $KE$  начальной адиабаты, для нее  $W_1 \geq c_2(A)$ . По каждому из полученных состояний может идти медленная простая волна  $R_1$  в состояния области  $5'$ . Решение для любой точки области  $5'$  имеет вид  $S_2^* R_1$ . Нижней границей этой области служит интегральная кривая простой волны  $R_1$ , касающаяся ударной адиабаты в точке  $E$  ( $W_{AE} = c_1^+$ ) [3].

По каждому из состояний  $KE$  может идти медленная ударная волна  $S_1$ . Эволюционные участки ударных адиабат медленных волн пересекают начальную ударную адиабату на участке  $EF$  [5] и покрывают, таким образом, всю область  $5$ . В точках пересечения  $W_1 = W_2 = c_2^-$ . Но  $c_2^- \geq c_2(A)$ . Поэтому части этих эволюционных отрезков  $S_1$  после пересечения с  $EF$  для решения непригодны, так как на них было бы  $W_2 > W_1$ . Таким образом, в области  $5$  решение состоит из последовательности двух скачков  $S_2^* S_1$ .

Для областей  $4 - 4'$  решение строится следующим образом. Быстрая простая волна  $R_2$  из начального состояния  $A$  приводит в любую точку дуги  $AK_1$ . За ней идет быстрая ударная волна Жуге второго типа  $S_{2K}^*$  со скоростью  $W = c_2^-$ . В [4] показано, что, чем ближе к вертикальной оси начальная точка, тем ближе со своей стороны к вертикальной оси точка  $K$ . Поэтому, выбирая соответствующим образом состояние на дуге  $AK_1$ , волной  $S_{2K}^*$  можно прийти в любую точку дуги  $KK_1$ . Идущая за ней медленная простая волна  $R_1$  завершает решение для области  $4'$ :  $R_2 S_{2K}^* R_1$ . Если за  $S_{2K}^*$  идет медленная ударная волна, то ее эволюционные участки идут в область  $4$ . В точках  $KK_1$  имеем  $W = c_2^-$ . Для решения можно использовать эволюционные участки  $S_1$  лишь до состояний, где  $W_2 = W_1$ , а так как  $W_1 = c_2^-$ , то это есть точки отрезка  $FF_1$  — границы области  $1$ . Итак, найдено решение  $R_2 S_{2K}^* S_1$  во всей области  $4$ .

Подобным образом находится решение в области  $6$  ( $QPF_2K_2$ ) —  $S_{2J} R_2 S_{2K}^* S_1$  и в области  $6'$ :  $S_{2J} R_2 S_{2K}^* R_1$ .

Точка  $Q$ , через которую проходит верхняя граница области  $6$ , является точкой Жуге ударной адиабаты, построенной для точки  $J$ , и, следовательно, лежит в третьей четверти плоскости  $uv$ . Она представляет состояние за быстрой волной  $S_{2K}^*$ , идущей за другой быстрой волной  $S_{2J}$ . Две быстрые волны могут идти друг за другом только с одинаковой скоростью  $W_1 = W_2 = c_2(J)$ . Эту комбинацию из двух волн можно рассматривать как один составной скачок, так как состояния перед первой и за второй волной удовлетворяют законам сохранения с теми же константами, что и для первой волны. Поэтому состояние за второй волной (точка  $Q$ ) лежит также на ударной адиабате начальной точки  $A$ . Вдоль этой (начальной) адиабаты скорость  $W$  меняется так, что  $W_P = W_Q = c_2(J)$ , а в точке  $E$  она достигает максимума. Отсюда ясно, что точка  $Q$  всегда лежит на отрезке  $KE$  [5]. Это ведет к тому, что верхняя граница областей  $6$  и  $6'$  проходит внутри областей  $5$  и  $5'$ . Области  $5$  и  $6$ ,  $5'$  и  $6'$  имеют пересечение, а решение в заштрихованной на фиг. 2 зоне — неединственно. Неоднозначным, как видно из построения решения в областях  $2$  и  $5$ , будет еще решение на отрезке  $PF$ .

При  $G/R^2 \rightarrow 0$  точки  $P$  и  $F$  стремятся к началу координат, все границы областей приближаются к окружностям и лучам, а область неоднозначности превращается в угловой сектор с вершиной в точке  $O$ .

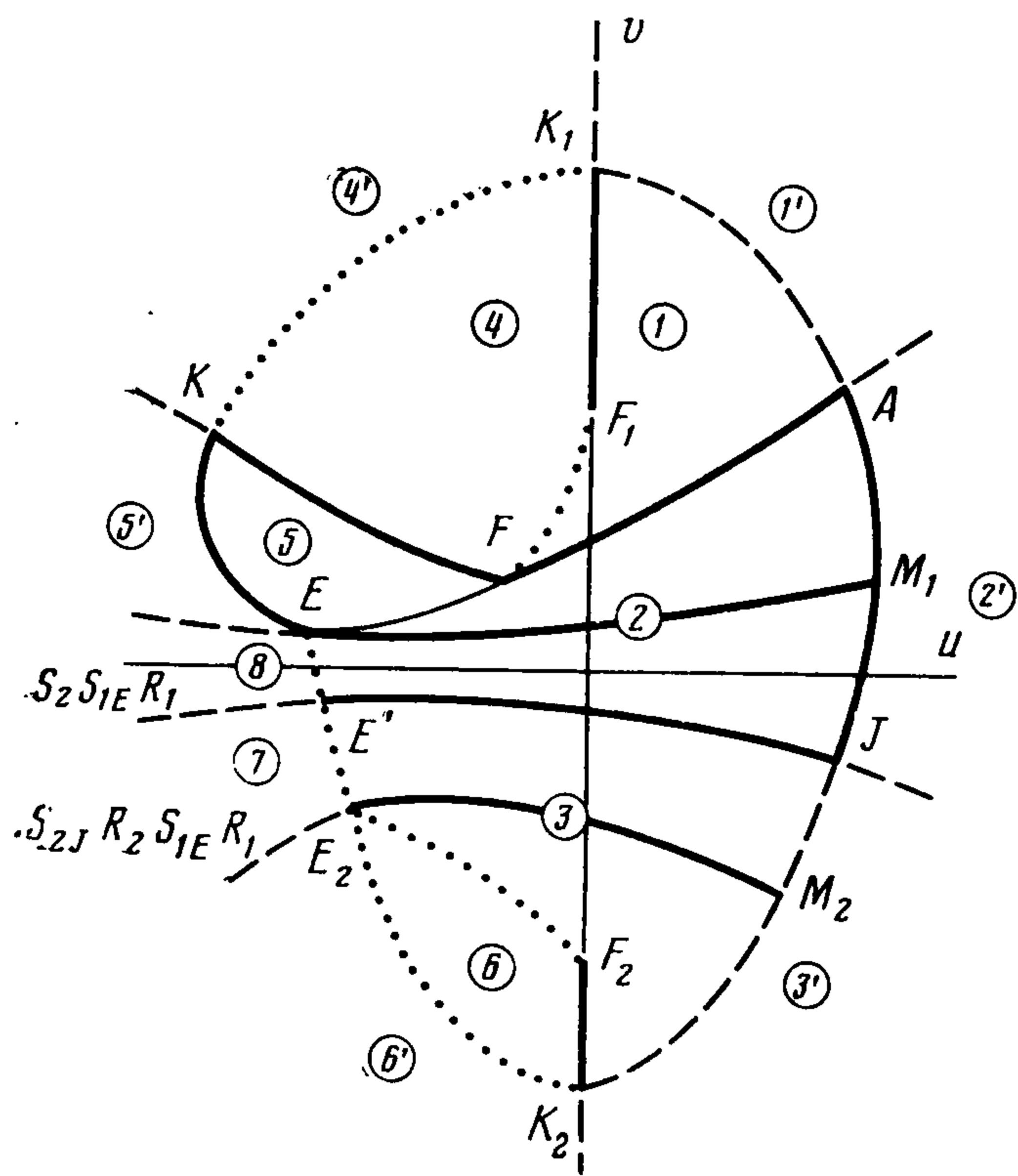
5. Случай  $\kappa > 0$ ,  $D < 0$ . Будем теперь увеличивать  $G/R^2$ , сохраняя требование  $D(A) < 0$ , так, чтобы начальная точка  $A$  оставалась вне кривой  $D = 0$ . С некоторого момента изменения  $G/R^2$  часть эволюционного отрезка  $AJ$  начальной ударной адиабаты попадает в область  $D \geq 0$ .

Для ударной адиабаты медленной волны, идущей из точки пересечения начальной ударной адиабаты с линией  $D = 0$ , на конце эволюционного отрезка в соответствии с (3.3) должно быть  $W_2 = c_1^+ = c_1^-$ . Если  $W = W_{AJ}$ , то условие  $c_1^+ = c_2^- = c_2(J)$  означает, что точки  $P$  и  $Q$  на фиг. 2 сливаются в одну точку  $E$  касания ударных адиабат первой и второй волн. Все ударные адиабаты, начинающиеся в точках отрезка  $AJ$ , пересекают начальную ударную адиабату в двух точках по разные стороны от точки  $E$  [5]. Поэтому точкой касания указанных адиабат может быть только точка  $E$ , где на них обеих выполнено условие Жуке  $W_{AE} = W_{AJ} = W_{JE} = c_1(E)$ , и они касаются также интегральной кривой  $R_1$ . С учетом монотонности изменения  $W$  на отрезке  $AJ$  отсюда заключаем, что отрезок  $AJ$  пересекается с кривой  $D = 0$  только в одной точке. Таким образом, точка  $J$  первой из состояний отрезка  $AJ$  попадает в область  $D \geq 0$ .

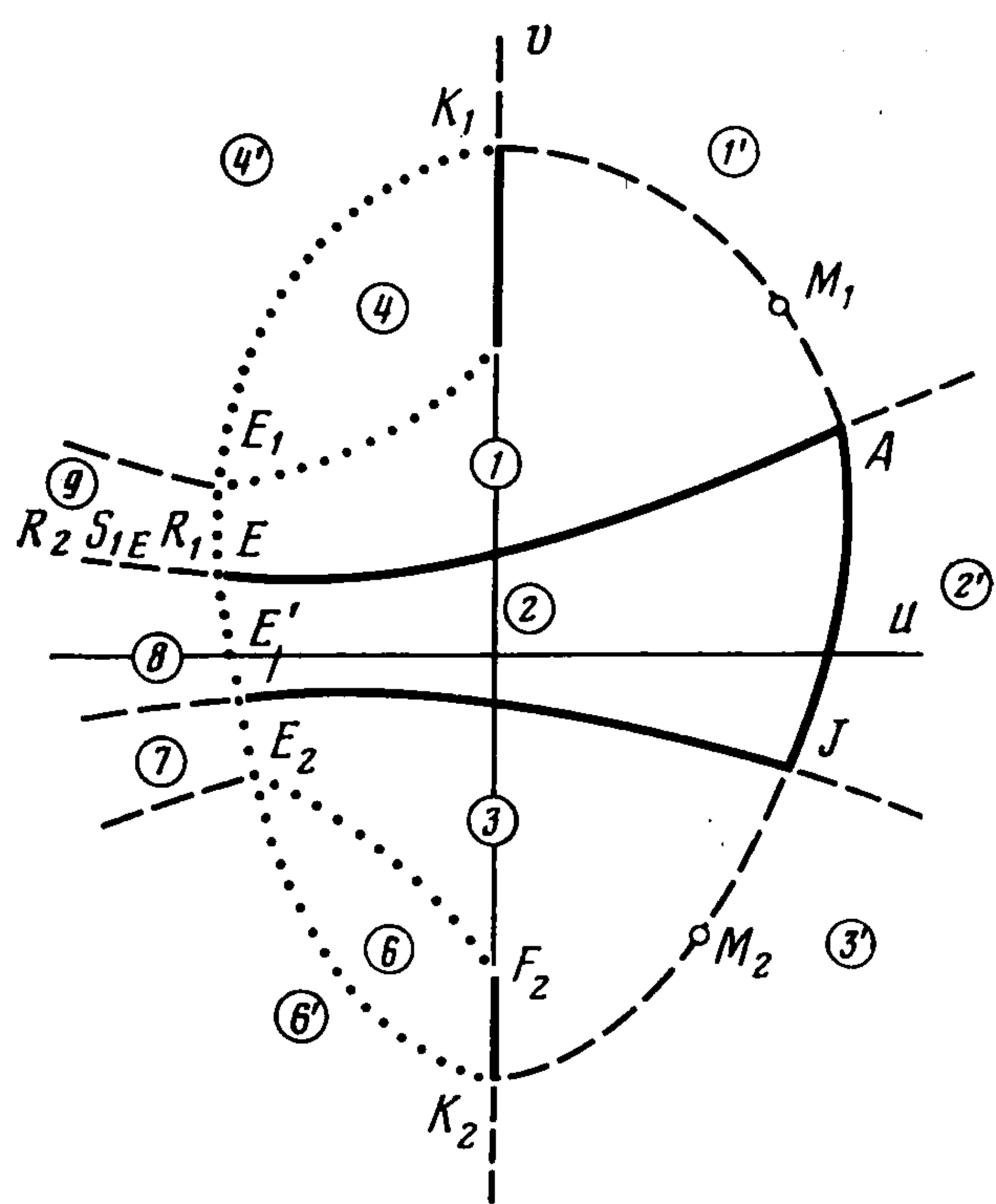
Пусть теперь точка  $J$  оказалась внутри  $D > 0$ . Пересечение начальной ударной адиабаты с линией  $D = 0$  происходит в другой точке  $M_1$  отрезка  $AJ$  (фиг. 3). Для медленной волны, идущей из этой точки,  $c_2^- = c_1^+ = W_{AM_1} < W_{AJ}$  и теперь ее ударная адиабата касается начальной адиабаты в точке  $E$ . А эволюционные отрезки ударных адиабат из состояний  $M_1J$  (внутри  $D > 0$ ) кончаются точками  $EE'$ , в которых  $W_2 = c_1^+$  и, следовательно, ударные адиабаты касаются в точках  $EE'$  интегральных кривых  $R_1$ . Таким образом, область 2 с решением  $S_2S_1$  ограничена линией  $AFEE'J$ .

Во всех областях 1 — 6, 1' — 6' решения строятся так же, как в п. 4, и имеют тот же вид, что в областях с теми же номерами на фиг. 2. Точка  $E_2$  получена как конец эволюционного участка ударной адиабаты  $S_1$ , идущей из точки  $M_2$  — точки пересечения интегральной кривой быстрой простой волны, выходящей из точки  $J$ , с линией  $D = 0$ . В отличие от предыдущего появляются две новые области 7 и 8. На их правые границы  $EE_2$  можно попасть с помощью ударных волн  $S_1$  со скоростями  $W = c_1^+$ . Поэтому влево от линии  $EE_2$  решение можно продолжить по интегральным кривым простых волн  $R_1$ , которые в точках  $EE_2$  касаются соответствующих ударных адиабат. Решением в области 8 будет  $S_2S_{1E}R_1$ , а в области 7 —  $S_{2J}R_2S_{1E}R_1$ .

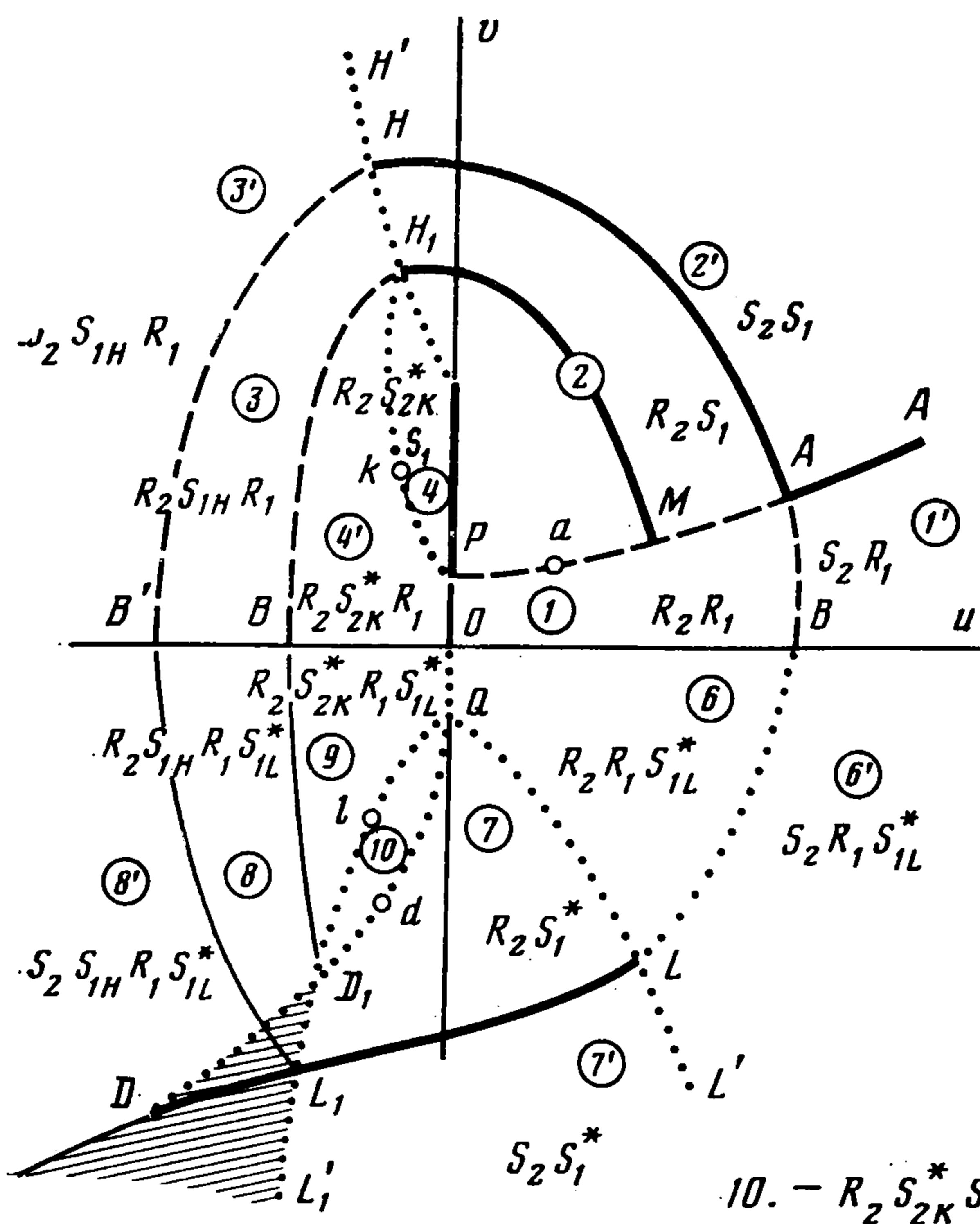
6. Случай  $\kappa > 0$ ,  $D > 0$ . Теперь начальная точка  $A$  лежит в области  $D > 0$ . Там же находится весь участок  $AJ$  ударной адиабаты и служащее его продолжением отрезки  $M_1A$  и  $JM_2$  интегральных кривых семейства  $R_2$  (фиг. 4). Дуги  $K_1M_1$  и  $K_2M_2$  интегральных кривых лежат в области  $D \leq 0$ . Точки  $E_1$  и  $E_2$  служат концами эволюционных участков медленных волн, идущих из пограничных точек  $M_1$  и  $M_2$  соответственно. В точках  $E_1$  и  $E_2$  скорость скачка  $W = c_1^+$  и вслед за такими ударными волнами Жуке могут непосредственно идти простые волны  $R_1$ . Их интегральные кривые являются соответственно верхней границей области 9 и нижней для области 7. Решение в области 9 имеет вид  $R_2S_{1E}R_1$ . В остальных областях структура решения такая же, как на фиг. 1 и 2 в областях с теми же номерами. При дальнейшем уменьшении величины  $R^2/G$  области 4, 4', 6, 6' уходят в бесконечность. В пределе, когда  $R^2 \ll G$  и  $u_*^2 + v_*^2 \ll G$ , ин-



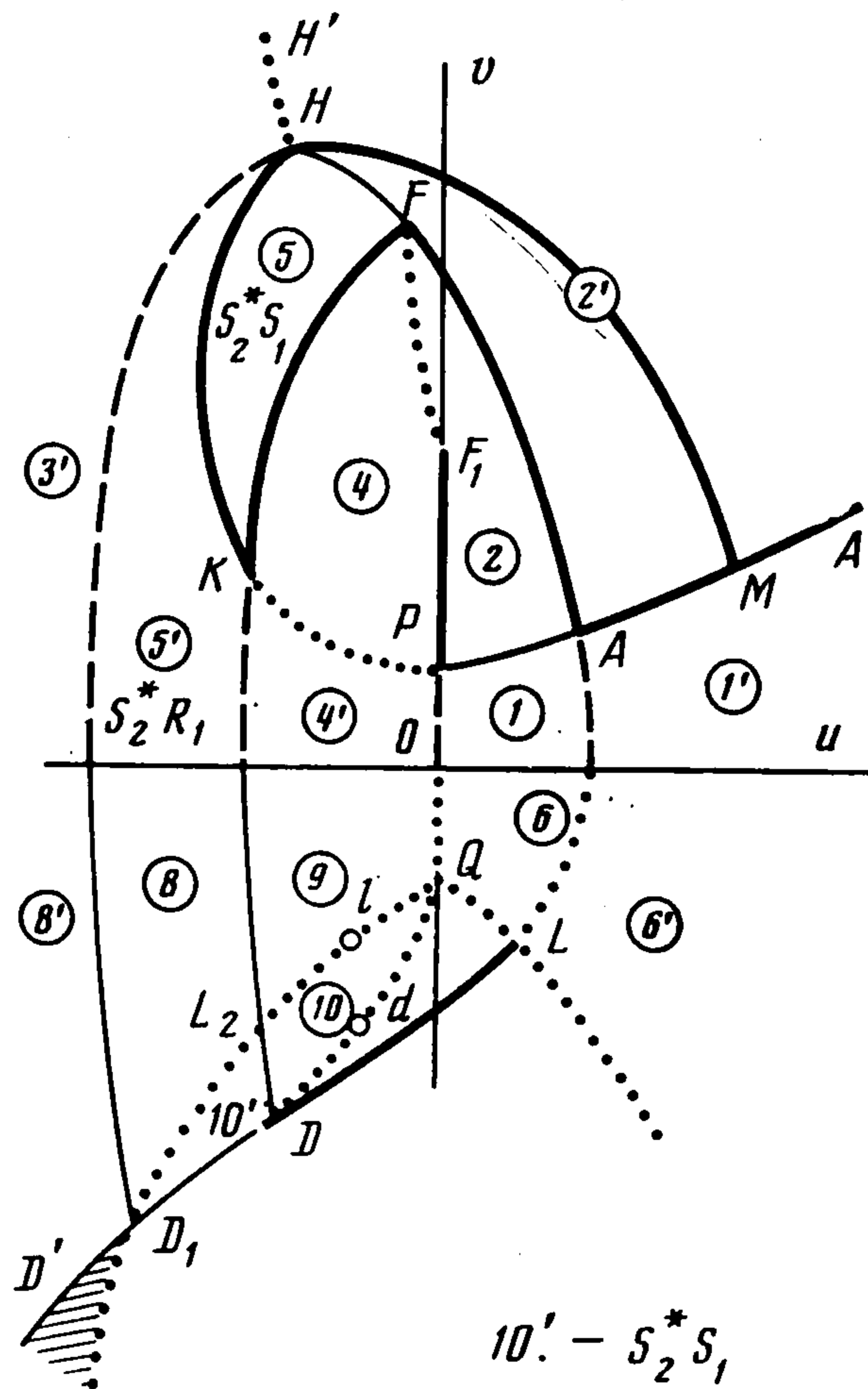
Фиг. 3.



Фиг. 4.



Фиг. 5.



Фиг. 6.

тегральные кривые простых волн и используемые в решении части ударных адиабат близки к прямым, параллельным осям  $u$  и  $v$ . Это решение приводилось в [6].

7. **Случай  $\kappa < 0$ .** Для сред с  $\kappa < 0$  процедура построения решения аналогична предыдущему, только вместо функции  $D(U, V, R)$  в такой же роли выступает функция  $D_1(U, V, R)$ . Из-за того, что при  $\kappa < 0$  существует больше различных ударных волн (см. фиг.1), при построении решения исследуемой автомодельной задачи получается большее число областей с разным видом структуры решения. Для случая, когда начальная точка  $A$  расположена в области  $D_1 > 0$ , картина решения изображена на фиг.5. Точкой  $M$  обозначено пересечение интегральной кривой (или ударной адиабаты) с линией  $D_1 = 0$ . В области, заштрихованной на фиг. 5, ре-

шение оказалось неоднозначным. При  $G/R^2 \rightarrow 0$  границы всех областей стремятся к окружностям и лучам, точки  $P, Q, H_1, D_1$  стремятся к началу координат, а сектор неоднозначности решения  $D'D_1L_1'$  имеет вершину в точке  $O$ .

Когда точка  $A$ , изображающая начальное состояние, лежит в области  $D_1 < 0$ , зоны с различным видом решения приведены на фиг. 6. Структура решения в каждой из областей такая же, как в зонах с теми же номерами на фиг. 5. Появляются новые области 5 и 5' вместо 3, а также область 10'.

Когда  $G \rightarrow \infty$ , все интегральные кривые и используемые в решении участки ударных адиабат в конечной части плоскости  $uv$  приближаются к прямым, параллельным осям координат. Точка  $D_1$  — вершина сектора неединственности — уходит в бесконечность.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Куликовский А. Г., Свешникова Е. И. Об ударных волнах, распространяющихся по напряженному состоянию в изотропных нелинейно-упругих средах.— ПММ, 1980, т. 44, вып. 3, с. 523—534.
2. Свешникова Е. И. Простые волны в нелинейно-упругой среде.— ПММ, 1982, т. 46, вып. 4, с. 642—646.
3. Куликовский А. Г., Свешникова Е. И. Исследование ударной адиабаты квазипоперечных ударных волн в предварительно напряженной упругой среде.— ПММ, 1982, т. 46, вып. 5, с. 831—840.
4. Свешникова Е. И. Квазипоперечные ударные волны в упругой среде при специальных видах начальной деформации.— ПММ, 1983, т. 47, вып. 4, с. 673—678.
5. Куликовский А. Г., Свешникова Е. И. О некоторых свойствах ударной адиабаты квазипоперечных упругих волн.— ПММ, 1984, т. 48, вып. 5, с. 793—798.
6. Kulikovskiy A. G., Sweshnikova E. I. Nonlinear deformation waves in previously stressed elastic media.— In: Nonlinear Deformation Waves. IUTAM Symposium, Tallinn, 1982. В.: Springer, 1983, p. 293—298.

Москва

Поступила в редакцию  
11.XI.1983