

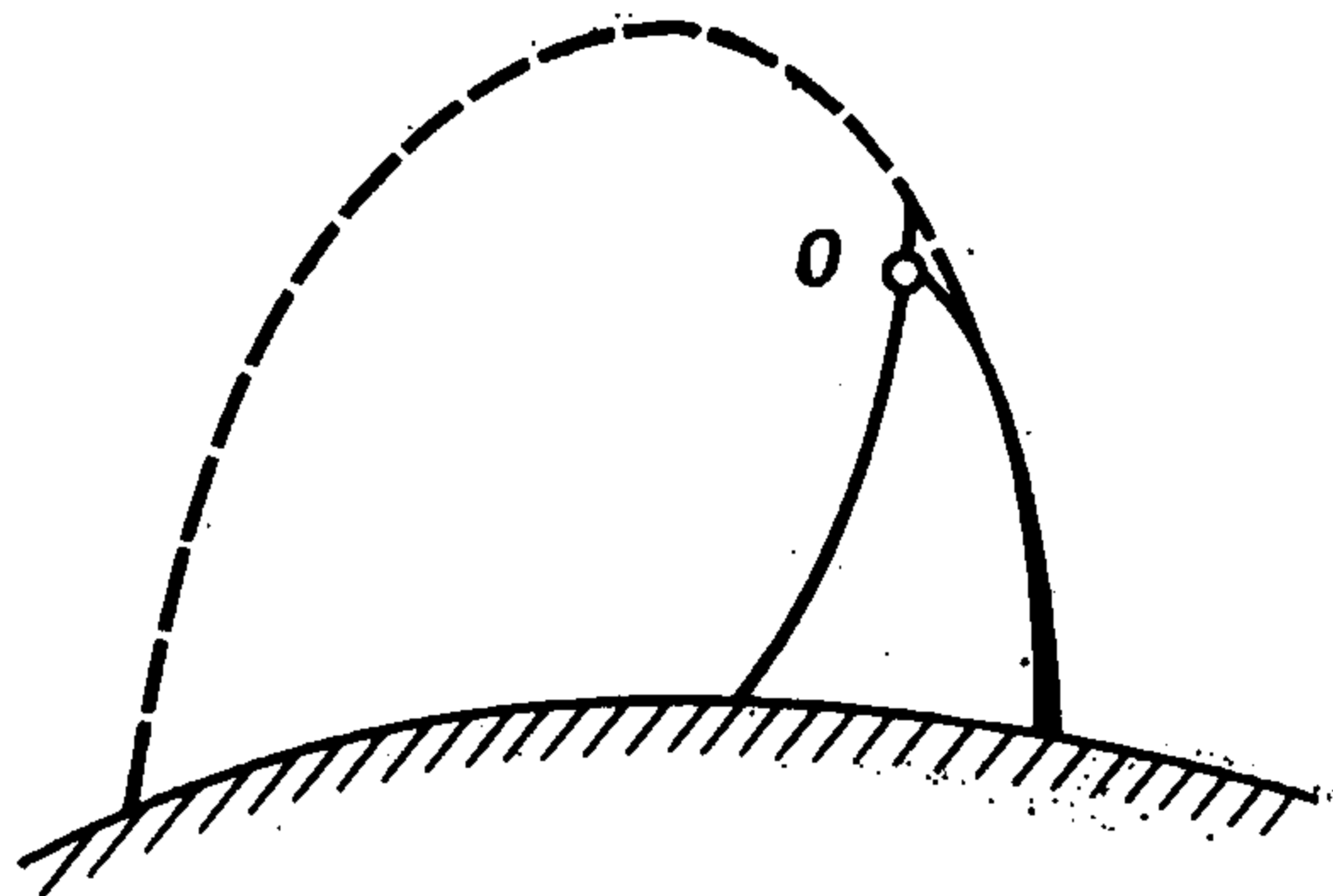
УДК 533.6.011

О КОНФИГУРАЦИИ СКАЧКОВ УПЛОТНЕНИЯ, ЗАМЫКАЮЩИХ МЕСТНУЮ СВЕРХЗВУКОВУЮ ЗОНУ

Крайко А. Н.

Рассматривается вопрос об ударных волнах, замыкающих местную сверхзвуковую зону (МСЗ). Показана возможность реализации «обратной λ -образной» конфигурации. Первый скачок такой конфигурации возникает внутри МСЗ. Из точки его зарождения вдоль c^+ -характеристики распространяется бесконечный разрыв вторых производных, приходящий на звуковую линию (ЗЛ). Это, в свою очередь, может послужить причиной появления второго скачка, образующего вместе с первым указанную конфигурацию.

1. Рассмотрим течение в МСЗ (фиг. 1), возникающей при околозвуковом обтекании профиля или тела вращения идеальным (невязким и нетеплопроводным) газом (фиг. 1), а также на соответствующих режимах в окрестности минимального сечения сопла Лавала. На фиг. 1 газ течет слева



Фиг. 1

направо, штриховая, жирная и тонкая кривые — звуковая линия, скачок уплотнения и характеристика.

Известно [1—7], что, несмотря на принципиальную возможность бескачковых течений с МСЗ, непрерывные решения являются исключительными и в общем случае МСЗ замыкается скачком (или скачками) уплотнения. В связи с вопросом о природе таких скачков значительные усилия были направлены на выяснение возможности так называемого

естественного решения, при котором в точку зарождения скачка на ЗЛ не приносятся вдоль характеристик разрывы каких-либо производных параметров потока. Анализ, выполненный Л. Д. Ландау и Е. М. Лифшицем [8] и В. Людвигом ([9], с. 388), показал невозможность естественного решения, имеющего вблизи точки зарождения скачка на ЗЛ автомодельную структуру. Несмотря на это, а также в силу других обстоятельств (в частности, из-за недостаточной разрешающей способности методов визуализации слабых скачков и ошибочности теоремы 8 из [1], утверждавшей невозможность возникновения скачка внутри МСЗ) предпринимались многочисленные попытки [4, 10—18] построения естественных решений со скачком, начинающимся на ЗЛ. Все подобные попытки окончились неудачей.

С другой стороны, в рамках уже упоминавшегося предположения об автомодельности в процессе изучения отражения от ЗЛ особенностей, приносимых со стороны тела по c -характеристике [8, 19—26], было установлено, что замыкающий скачок может начинаться на ЗЛ только в случае прихода на нее достаточно сильной особенности — конечного разрыва первых производных или бесконечного разрыва вторых производных от параметров потока. В результате восторжествовала точка зрения [9], согласно которой для достаточно гладкого тела скачок, замыкающий МСЗ, начинается внутри нее из-за пересечения характеристик (на фиг. 1 — второго семейства) — волн сжатия, идущих от ЗЛ. Данную точку зрения подтверждают также численные расчеты [27—30]. Правда, авторы последних подчас оговариваются, что при использованных ими сетках тонкая структура потока в окрестности точки зарождения («вершины») скачка (точка o на фиг. 1) не может быть разрешена. Другим свидетельством возможности зарождения скачка внутри МСЗ являются решения [31—33]. В этих решениях, построенных в переменных годографа, при переходе в физическую плоскость вблизи правой границы МСЗ появляется «складка», устранение которой требует введения скачка с началом внутри МСЗ.

В цитированных работах особенности, приносимые на ЗЛ, неизменно связывались с аналогичными особенностями обтекаемого контура. Именно поэтому для тел, не имеющих в МСЗ точек конечного разрыва кривизны или бесконечного разрыва ее первой производной, оправданными представлялись поиски только «естественного» решения. При этом, однако, упускалось из вида, что «разрывная» характеристика может зародиться внутри потока. На фиг. 1 такой характеристикой будет c^+ -характеристика, проходящая через точку o . Если возникающий разрыв окажется требуемой величины и знака, то из точки пересечения его и ЗЛ может «отразиться» еще один скачок. Оба скачка образуют «перевернутую» или «обратную λ -образную» конфигурацию, замыкающую МСЗ.

На малых скачках разрыв инварианта Римана, отвечающего характеристикам «противоположного» семейства (в случае фиг. 1 — первого), как и разрыв энтропии s , пропорционален кубу приращения давления $[p]$ (здесь и далее $[\psi] = \psi_+ - \psi_-$ — разность ψ справа и слева от разрыва). Отсюда, на первый взгляд, следует (см., например, [34], с. 522), что на c^+ -характеристике, выходящей из точки o , первые и вторые производные параметров непрерывны, и, следовательно, в силу сказанного второй скачок возникать не может. Данный вывод, однако, был бы справедлив, если бы точка o лежала на разрывной c^- -характеристике, несущей разрыв кривизны линий тока. Здесь $[p]$ с точностью до малых более высокого порядка — линейная функция расстояния τ , отсчитываемого вдоль скачка от его начальной точки. Если же, как в общем случае течения в МСЗ, скачок зарождается из-за пересечения «непрерывных» (по кривизне линий тока) c^- -характеристик, то [35, 36]: $[p] \sim \tau^{1/2}$ и вывод [34] о непрерывности вторых производных оказывается неверным. Более того, в такой ситуации из o вдоль c^+ -характеристики распространяется бесконечный разрыв второй производной инварианта Римана I^+ , отвечающего c^+ -характеристикам.

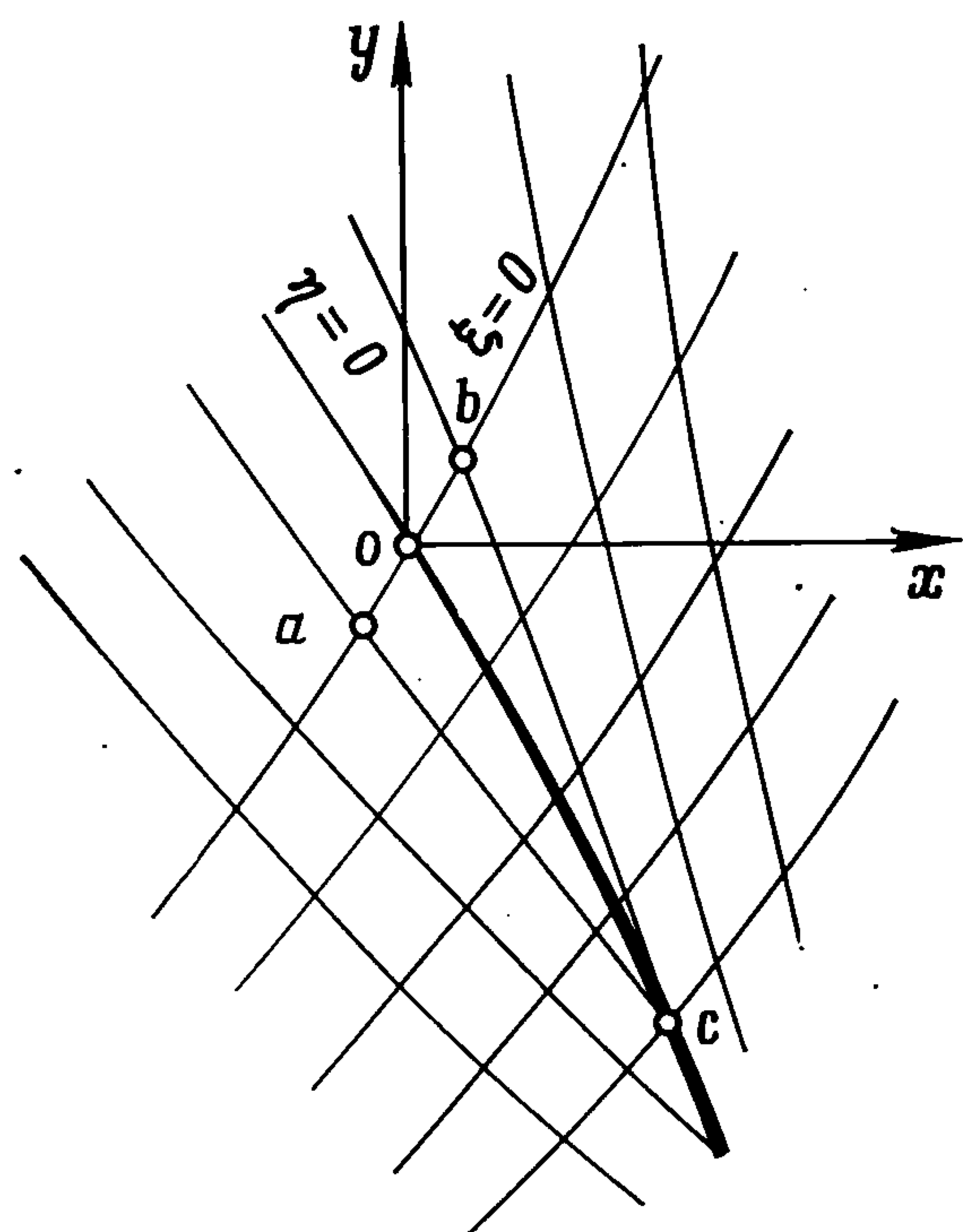
2. При отражении характеристики, несущей бесконечный разрыв второй производной I^+ , от ЗЛ, где $p = \text{const}$, для возникновения в точке отражения ударной волны знак указанного разрыва должен соответствовать волне разрежения. В связи с этим требуется выяснить, какой разрыв возникает на c^+ -характеристике, проходящей через точку o — вершину внутреннего скачка. Выясняя это, ограничимся плоскими изоэнергетическими и изэнтропическими (до скачка) течениями, хотя можно показать, что основной результат сохраняется в общем случае неизоэнергетического и неизэнтропического, а также и осесимметричного потока. Начало декартовых координат xu поместим в вершину внутреннего скачка, направив ось x по вектору скорости \mathbf{q} . Пусть ϑ — угол, образуемый \mathbf{q} с осью x , a — скорость звука, $M = q/a$ — число Маха ($q = |\mathbf{q}|$), $\alpha = \arcsin(1/M)$ — угол Маха и ρ — плотность. Параметрам в точке o , как правило, будем приписывать нижний индекс « o ». Инварианты I^+ и I^- , которые в подобластях непрерывности и изэнтропичности потока сохраняются соответственно на c^+ - и на c^- -характеристиках, вводятся формулами

$$(2.1) \quad I^\pm = I^\pm(\vartheta, p) = \vartheta \pm \int_{p_0}^p \frac{\text{ctg } \alpha}{\rho q^2} dp$$

с естественным соответствием индексов и знаков. Интеграл в (2.1) вычисляется при $s = s_0$, и потому при фиксированном p_0 — функция только p .

Можно показать, что, несмотря на наличие искривленного скачка, инварианты I^\pm , введенные таким образом, с требуемой для дальнейшего точностью сохраняются и в прилегающей к вершине скачка малой зоне слабой неизэнтропичности потока. В то же время приращения I^+ и s при переходе через скачок должны учитываться.

Сетка характеристик обоих семейств и скачок в окрестности начала координат изображены на фиг. 2. Как известно, одно из свойств слабых скачков состоит в том, что они идут по биссектрисе угла между характеристиками того же семейства, приходящими на него с разных сторон. Благодаря этому вершина скачка делит основание ab криволинейного характеристического треугольника abc пополам (ab — отрезок c^+ -характеристики, ac и bc — отрезки c^- -характеристик). Введем характеристические переменные $\xi\eta$, где $\xi = \text{const}$ вдоль c^+ -характеристик, а $\eta = \text{const}$ вдоль c^- -характеристик. Выберем их так, чтобы $\xi_0 = \eta_0 = 0$. В качестве η возьмем инвариант I^- , удовлетворяющий указанным условиям и монотонно убывающий при движении от a к b . В общем случае последнее есть следствие того, что c^- -характеристики в окрестности o образуют волну сжатия. Для течения в МСЗ монотонное убывание I^- при движении к ЗЛ имеет место на всех c^+ -характеристиках [1, 2]. Так как $\eta_0 = I_o^- = 0$, то, согласно сказанному, $\eta_a > 0$, а $\eta_b < 0$.



Фиг. 2

Если x и y считать функциями ξ и η , то в вершине скачка, возникающего внутри возмущенного потока, должны выполняться равенства [34]

$$(2.2) \quad \frac{\partial x}{\partial \eta} = \frac{\partial y}{\partial \eta} = 0, \quad \frac{\partial^2 x}{\partial \eta^2} = \frac{\partial^2 y}{\partial \eta^2} = 0$$

Поэтому на характеристике $\xi = 0$ в окрестности точки o

$$(2.3) \quad x = A\eta^3 + o(\eta^3), \quad y = A \operatorname{tg} \alpha_0 \eta^3 + o(\eta^3), \quad A < 0$$

где постоянная A определяет сжатие потока, приведшее к зарождению скачка. В силу (2.3) и равенства отрезков ao и ob имеем: $\eta_a = -\eta_b$. Вспомнив, что в точке c $[I^+] \sim [p]^3$, найдем: $[p] \sim [I^-] = [\eta] = 2\eta_b$. По той же причине угол при вершине c треугольника abc — также величина порядка η_b . Поскольку для длины l отрезка ab в силу (2.3) $l \sim \eta_b^3$, то это дает $\tau \equiv \tau_c \sim \eta_b^2 = [\eta]^2 / 4$. Отсюда и из приведенной выше формулы для $[p]$ следует, что $[p] \sim \tau^{1/2}$. Именно благодаря «узости» треугольника abc , основание которого в η_b раз меньше высоты ($|\eta_b| \ll 1$), основной результат работы сохраняется в общем случае неизэнтропического, неизоэнергетического и осесимметричного потока. Заметим, кстати, что для скачков, зарождающихся на разрывной (по кривизне линий тока) c^- -характеристике, выполняются лишь первые равенства из (2.2). Поэтому здесь $l \sim [\eta]^2$, $\tau \sim [\eta]$ и в отличие от рассматриваемой ситуации $[p] \sim \tau$, а $[I^+] \sim \tau^3$.

Знак особенности, распространяющейся по характеристике $\xi = 0$ из точки o к ЗЛ, определяется знаком коэффициента G в формуле $[I^+] \simeq$

$\simeq G\tau^{3/2}$, причем, если полученные выше соотношения записать в виде

$$(2.4) \quad [p] = B [\eta] + o([\eta]), \quad [\eta] = C\tau^{1/2} + o(\tau^{1/2}), \quad [I^+] = \\ = D [p]^3 + o([p]^3)$$

то $G = B^3 C^3 D$.

Найдем коэффициенты (2.3), однако сначала покажем, что особенность на линии $\xi = 0$ характеризуется нулевым разрывом первых и бесконечным разрывом вторых производных от I^+ при $\eta = \text{const} < 0$. Для этого в качестве ξ возьмем τ точки пересечения c^+ -характеристики со скачком или с c^- -характеристикой, приходящей в o . Учтем, что изменение I^+ на отрезке c^+ -характеристики в области неизэнтропичности потока за скачком есть $O(\tau^{5/2})$. Тогда в силу сохранения I^+ на c^+ -характеристиках при малых $\xi \geq 0$

$$(2.5) \quad \left(\frac{\partial I^+}{\partial \xi}\right)_+ = \left(\frac{\partial I^+}{\partial \xi}\right)_- + \frac{3}{2} G \xi^{1/2}, \quad \left(\frac{\partial^2 I^+}{\partial \xi^2}\right)_+ = \left(\frac{\partial^2 I^+}{\partial \xi^2}\right)_- + \frac{3}{4} G \xi^{-1/2}$$

Здесь $(\partial I^+ / \partial \xi)_-$ и $(\partial^2 I^+ / \partial \xi^2)_-$ — регулярные функции ξ , которые при $\xi \rightarrow +0$ совпадают с соответствующими частными производными (η фиксировано) слева от характеристики $\xi = 0$.

Теперь, чтобы доказать сделанное выше утверждение, требуется найти $\tau_\xi \equiv (\partial \tau / \partial \xi)_\eta$ как функцию η при $\xi = 0$ и $\eta < 0$, т. е. над точкой o . Здесь для произвольной c^- -характеристики τ — расстояние, отсчитываемое вдоль нее (как и вдоль скачка) от характеристики $\xi = 0$. С учетом определения ξ и того, что в o скачок касается c^- -характеристики, $\tau_{\xi 0} = 1$.

Чтобы найти $\tau_\xi(0, \eta)$, запишем уравнения характеристик в виде

$$x_\eta = y_\eta \text{ctg}(\vartheta + \alpha), \quad x_\xi = y_\xi \text{ctg}(\vartheta - \alpha)$$

Продифференцируем первое уравнение по ξ , а второе — по η , вычтем одно из другого, а затем, воспользовавшись равенством $y_\xi = \tau_\xi \sin(\vartheta - \alpha)$ и результатом его дифференцирования по η , исключим y_ξ и $y_{\xi\eta}$. Вычислим производные от ϑ и α по η и ξ с учетом того, что $\eta = I^-$, формул (2.1) и выражения

$$(2.6) \quad \alpha_p \equiv \left(\frac{\partial \alpha}{\partial p}\right)_{s, H} = \frac{\text{ctg} \alpha}{\rho q^2} \left(\frac{\varphi}{2 \cos^2 \alpha} - 1\right), \quad \varphi = \varphi(p, s) = \rho^3 a^4 \omega_{pp}$$

которое есть следствие определения угла Маха, полной энтальпии H и скорости звука и известных термодинамических связей. В (2.6) $\omega = 1/\rho$ — удельный объем, а $\omega_{pp} = (\partial^2 \omega / \partial p^2)_s$. Для совершенного газа $\varphi = \kappa + 1$, где κ — показатель адиабаты. Окончательно найдем, что изменение τ_ξ на характеристике $\xi = 0$ описывается уравнением

$$(2.7) \quad \tau_{\xi\eta} - \frac{\varphi \text{ctg} 2\alpha}{4 \cos^2 \alpha} \tau_\xi = y_\eta Q, \quad Q = \frac{-\varphi I_\xi^+}{4 \cos^2 \alpha \sin 2\alpha \sin(\vartheta + \alpha)}$$

где коэффициент при τ_ξ и $y_\eta Q$ вычисляются при $\xi = 0$ и поэтому являются известными функциями η . Согласно (2.5), I_ξ^+ при $\xi = 0$ определяется первым слагаемым. В рассматриваемом случае оно отрицательно, поскольку c^+ -характеристики образуют волну разрежения [1, 2]. Интегрируя (2.7) с учетом начального условия $\tau_\xi = \tau_{\xi 0} = 1$ при $\eta = 0$, получим

$$(2.8) \quad \tau_\xi = E(\alpha, \alpha_0) \left\{ 1 + \int_0^\eta Q(y') E_1(\alpha', \alpha_0) dy' \right\} \\ E(\alpha, \alpha_0) = E_1^{-1}(\alpha, \alpha_0) = \exp \left\{ - \int_{\alpha_0}^\alpha P(\alpha') d\alpha' \right\}, \quad P(\alpha) = \frac{\varphi \text{ctg} 2\alpha}{\varphi - 2 \cos^2 \alpha}$$

В случае совершенного газа, для которого, как уже указывалось, $\varphi = \kappa + 1$

$$E(\alpha, \alpha_0) = \left(\frac{\sin \alpha_0}{\sin \alpha}\right)^{\kappa_1} \left(\frac{\cos \alpha_0}{\cos \alpha}\right)^{1/2} \left(\frac{\kappa - 1 + 2 \sin^2 \alpha}{\kappa - 1 + 2 \sin^2 \alpha_0}\right)^{\kappa_2}, \quad \kappa_1 = \frac{\kappa + 1}{2(\kappa - 1)}, \quad \kappa_2 = \frac{\kappa}{2(\kappa - 1)}$$

Так как $I_{\xi}^+ < 0$ при $\xi = 0$, величина φ для «обычных» газов положительна, а величина $\sin(\vartheta + \alpha)$ на характеристике $\xi = 0$ над точкой o также положительна, то $Q > 0$ и, согласно (2.8), τ_{ξ} при движении к звуковой линии остается положительной и конечной при $\alpha_0 \leq \alpha < \pi/2$. Следовательно, производные I_{τ}^+ и $I_{\tau\tau}^+$ ведут себя здесь так же, как I_{ξ}^+ и $I_{\xi\xi}^+$, для которых справедливы оценки (2.5).

Из трех коэффициентов (2.4) проще всего находится B . Именно, учтя, что, согласно последнему равенству (2.4), $[I^+] \sim [p]^3$, в силу определения $\eta \equiv I^-$ из (2.1) сразу получаем: $B = -(\rho q^2 \operatorname{tg} \alpha)_0 / 2$. Чтобы найти коэффициент C , проинтегрируем уравнение c^- -характеристики $dx/dy = \operatorname{ctg}(\vartheta - \alpha)$ соответственно от a и от b до c . Учтем «узость» треугольника abc , малое изменение I^+ на отрезках ac и bc , где $\eta = \eta_a$ и $\eta = \eta_b = -\eta_a$, а также то, что координаты точек a и b определяются из (2.3) с $\eta_b = -\eta_a$. Приравняв значения x_c , найденные таким путем для обеих характеристик, получим выражение для y_c , которое с точностью до малых более высокого порядка дает y_c как линейную функцию $\eta_a^2 = [\eta]^2 / 4$. Найдем затем по y_c с той же точностью из любого уравнения для x_c величину последнего (также $\sim [\eta]^2$). Определив затем $\tau_c = \sqrt{x_c^2 + y_c^2}$ и опустив индекс c , придем ко второй формуле из (2.4) с коэффициентом $C = -\{-\varphi / (A \sin 2\alpha \cos \alpha)\}_0^{1/2}$.

Здесь φ — то же, что в (2.6). В интересующих нас случаях «обычного» газа $\varphi > 0$ и при $A < 0$, что, как уже отмечалось, имеет место в рассматриваемой ситуации, выражение в фигурной скобке положительно. Знак минус перед ней взят в связи с тем, что в (2.4) $[\eta] < 0$, а $\tau^{1/2}$, как и τ , положительно.

Вычисляя третий коэффициент (2.4), воспользуемся формулой (2.6) и ее следствием.

$$(2.9) \quad \alpha_{pp} \equiv \left(\frac{\partial^2 \alpha}{\partial p^2} \right)_{s, H} = \frac{\operatorname{ctg} \alpha}{\rho^2 q^4} \left(\frac{\varphi}{\cos^2 \alpha} - 2 \right) \left(1 - \varphi \frac{\operatorname{ctg} 2\alpha}{\sin 2\alpha} \right) + \frac{\varphi_p}{\rho q^2 \sin 2\alpha}$$

в котором $\varphi_p = (\partial\varphi/\partial p)_s$. Для совершенного газа $\varphi_p = 0$.

С учетом (2.6) и (2.9) и того, что $(p_{\pm} - p_0) = \pm[p] / 2$, а $[s] = O([p]^3)$, из выражения для I^+ получим (интеграл берется при $s = s_0$)

$$(2.10) \quad [I^+] = [\vartheta] + \int_{p_-}^{p_+} \frac{\operatorname{ctg} \alpha}{\rho q^2} dp + o([p]^3) = [\vartheta] + \left(\frac{\operatorname{ctg} \alpha}{\rho q^2} \right)_- [p] + \\ + \frac{1}{2} \left(\frac{\operatorname{ctg} \alpha}{\rho q^2} \right)_{p_-} [p]^2 + \frac{1}{6} \left(\frac{\operatorname{ctg} \alpha}{\rho q^2} \right)_{pp} [p]^3 + o([p]^3), \\ \left(\frac{\operatorname{ctg} \alpha}{\rho q^2} \right)_p = \frac{2 \operatorname{ctg} \alpha}{\rho^2 q^4} \left(1 - \frac{\varphi}{\sin^2 2\alpha} \right), \quad \left(\frac{\operatorname{ctg} \alpha}{\rho q^2} \right)_{pp} = \\ = \frac{\operatorname{ctg} \alpha}{\rho^3 q^6} \left\{ 4 - \frac{1}{\sin^2 \alpha} - \frac{\varphi}{\sin^2 2\alpha} \left(4 + \frac{\cos 2\alpha}{\sin^2 \alpha} \right) + \right. \\ \left. + 2\varphi^2 \frac{1 + 2 \cos 2\alpha}{\sin^4 2\alpha} \right\} - \frac{\varphi_p \operatorname{ctg}^2 \alpha}{\rho^2 q^4 \sin^2 2\alpha}$$

Далее из соотношений на скачке последовательно найдем $[s]$ и $\operatorname{ctg}(\vartheta_- - \sigma)$, где σ — угол его наклона к оси x , а затем и $[\vartheta]$ как функции $[p]$. При этом воспользуемся равенствами

$$a^2 = \frac{\rho h_p}{1 - \rho h_p}, \quad \omega_s = \frac{-T}{\rho^2 h_p}, \quad \omega_{ppp} \equiv \left(\frac{\partial^3 \omega}{\partial p^3} \right)_s = \\ = \frac{\rho a^2 \varphi_p + (1 - 2\varphi) \varphi}{\rho^4 a^6}$$

в которых $h = h(p, \rho)$ — удельная энтальпия, $\omega_s = (\partial\omega/\partial s)_p$, T — абсолютная температура, $h_p = (\partial h/\partial p)_\rho$ и $h_\rho = (\partial h/\partial \rho)_p$. Указанные со-

отношения таковы

$$[s] = \left(\frac{\omega_{pp}}{12T} \right)_- [p]^3 + o([p]^3), \quad \text{ctg}(\vartheta_- - \sigma) = \left\{ 1 - \frac{\varphi [p]}{\rho q^2 \sin^2 2\alpha} - \left(\chi + \frac{\varphi}{4 \cos^2 \alpha} \right) \frac{[p]^2}{2\rho^2 q^4 \sin^3 \alpha \sin^2 2\alpha} + o([p]^2) \right\}_- \text{ctg} \alpha_-,$$

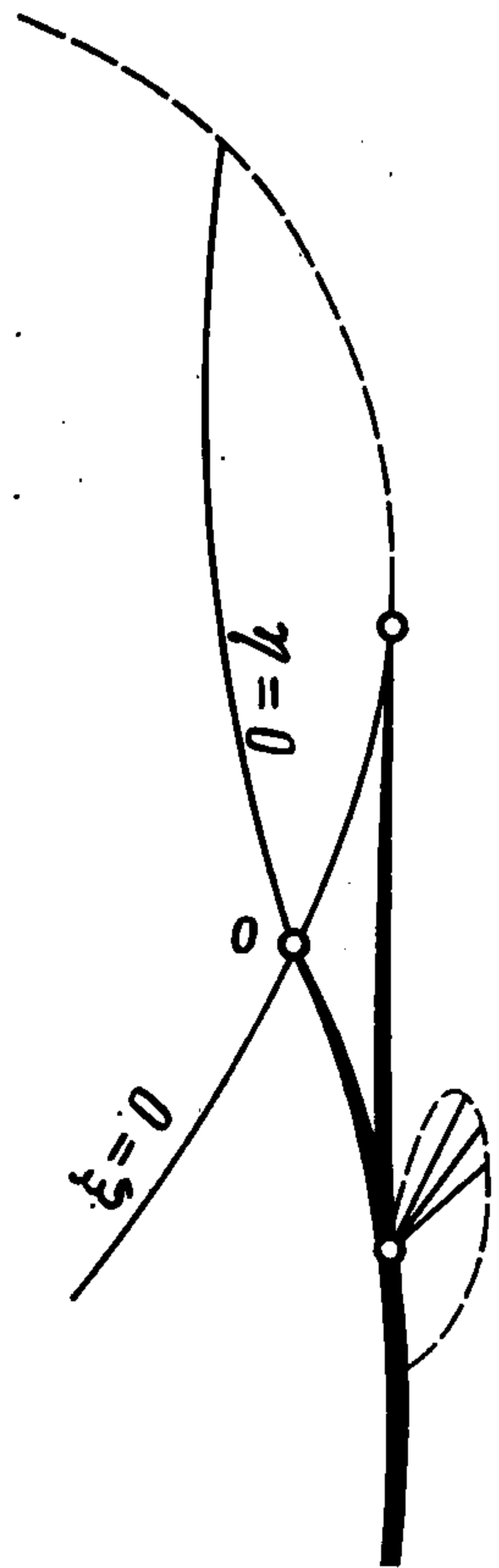
$$[\vartheta] = \left\{ -1 + \left(\frac{\varphi}{\sin^2 2\alpha} - 1 \right) \frac{[p]}{\rho q^2} + \left(\frac{\text{ctg}^2 \alpha}{3} - 1 + \frac{\varphi}{\sin^2 2\alpha} \left(1 + \frac{1}{2 \sin^2 2\alpha} + \frac{\beta - 4\varphi}{6 \sin^2 \alpha} \right) \right) \frac{[p]^2}{\rho^2 q^4} \right\}_- \left(\frac{\text{ctg} \alpha}{\rho q^2} \right)_- [p] + o([p]^3)$$

$$\chi = \{(\beta - 4\varphi) \varphi + \rho a^2 \varphi_p\} / 3, \quad \beta = (2\rho h_p - 1) (\rho h_p - 1)^{-1}$$

причем для совершенного газа $\beta = \kappa + 1$. Первое из выписанных равенств хорошо известно. Из второго и третьего вытекает, в частности, также известный и уже упоминавшийся результат о наклоне слабого скачка уплотнения. Наконец, подстановка выражения для $[\vartheta]$ в (2.10) дает формулу для коэффициента D из (2.4)

$$D = \left\{ \frac{\text{ctg}^2 \alpha}{6} - \frac{1}{2} + \frac{\varphi}{\sin^2 2\alpha} \left(\frac{2}{3} + \frac{1}{2 \sin^2 2\alpha} + \frac{\mu}{6 \sin^2 \alpha} - \varphi \frac{1 + 4 \cos^2 \alpha}{3 \sin^2 2\alpha} \right) \right\}_0 \left(\frac{\text{ctg} \alpha}{\rho^3 q^6} \right)_0, \quad \mu = \frac{\rho h_p}{\rho h_p - 1} + \frac{\rho a^2 \varphi_p}{\varphi}$$

Согласно полученным ранее выражениям для B и C , произведение BC в интересующем нас случае положительно. Поэтому знак коэффициента G в (2.5) совпадает со знаком D . Расчеты для совершенного газа, когда $\varphi = \kappa + 1$, $\varphi_p = 0$ и $\mu = \kappa$, при $1 \leq \kappa \leq 5/3$ показали, что во всем возможном диапазоне углов Маха ($0 \leq \alpha_0 \leq \pi/2$) D , а следовательно, и G меньше нуля. Поэтому при $\xi > 0$ последние слагаемые в правых частях (2.5) также отрицательны, стремясь во втором равенстве к $-\infty$ при $\xi \rightarrow +0$. Это соответствует дополнительной волне разрежения, распространяющейся из точки o к звуковой линии. Данное обстоятельство делает возможным отражение от ЗЛ второй «ножки» скачка, замыкающего МСЗ. Возникающее при этом течение схематически изображено на фиг. 3. На ней помимо c^+ -характеристики, проходящей через точку o , скачков и «основной» звуковой линии показана «дополнительная» сверхзвуковая зона с пучком c^+ -характеристик в ней. Такая зона возникает справа от точки взаимодействия обеих ножек скачка из-за отсутствия пересечения ударных поляр на трансзвуке [9].



Фиг. 3

Итак, несмотря на гладкость обтекаемого тела, возможна такая конфигурация скачков, при которой «правая ножка» замыкающего скачка начинается на звуковой линии, хотя первопричиной этого служит пересечение c^- -характеристик и возникновение «левой ножки» скачка внутри сверхзвуковой зоны. Скачок подобного типа назовем «обратным λ -образным». Рассмотренная выше конфигурация, с одной стороны, делает необходимым привлечение результатов по отражению особенностей от звуковой линии, которые, казалось бы, имеют отношение только к негладким контурам, а с другой стороны, позволяет по-новому взглянуть на усилия Ф. И. Франкля и его последователей, искавших для гладких тел естественное решение со скачком, начинающимся на звуковой линии.

Автор благодарит Г. Г. Черного, О. С. Рыжова, В. Н. Диесперова, Ю. Б. Лифшица и И. А. Чернова за обсуждения, а также В. Л. Григоренко, выполнившего численный расчет коэффициента D .

1. *Никольский А. А., Таганов Г. И.* Движение газа в местной сверхзвуковой зоне и некоторые условия разрушения потенциального течения.— ПММ, 1946, т. 10, вып. 4, с. 481—502.
2. *Никольский А. А.* Теоретические исследования по механике жидкости и газа.— Тр. ЦАГИ, 1981, вып. 2122. 285 с.
3. *Франкль Ф. И.* К образованию скачков уплотнения в дозвуковых течениях с местными сверхзвуковыми скоростями.— ПММ, 1947, т. 11, вып. 1, с. 199—202.
4. *Франкль Ф. И.* Избранные труды по газовой динамике. М.: Наука, 1973. 711 с.
5. *Vusemann A.* The drag problem at high supersonic speeds.— J. Aeronaut. Sci., 1949, v. 16, No. 6, p. 337—344.
6. *Гудерлей Г.* Необходимость существования скачков уплотнения в смешанных потоках.— В кн.: Проблемы механики. М.: Изд-во иностр. лит., 1955, с. 455—488.
7. *Morawetz C. S.* On the non-existence of continuous transonic flows past profiles.— Commun Pure and Appl. Math. I. 1956, v. 9, No. 1, p. 45—68; II. 1957, v. 10, No. 1, p. 107—131; III. 1958, v. 11, No. 1, p. 129—144.
8. *Ландау Л. Д., Лифшиц Е. М.* Исследование особенностей течения при помощи уравнений Эйлера—Трикоми.— Докл. АН СССР, 1954, т. 96, № 4, с. 725—728.
9. *Гудерлей К. Г.* Теория околосвуковых течений. М.: Изд-во иностр. лит., 1960. 421 с.
10. *Франкль Ф. И.* Пример околосвукового течения газа с областью сверхзвуковых скоростей, ограниченной вниз по течению скачком уплотнения, оканчивающимся внутри течения.— ПММ, 1955, т. 19, вып. 4, с. 385—392.
11. *Франкль Ф. И.* Обтекание профилей потоком дозвуковой скорости со сверхзвуковой зоной, оканчивающейся прямым скачком уплотнения.— ПММ, 1956, т. 20, вып. 2 с. 196—202.
12. *Франкль Ф. И.* Обтекание профиля дозвуковым потоком с местной сверхзвуковой зоной, оканчивающейся искривленным скачком уплотнения.— ПММ, 1957, т. 21, вып. 1, с. 141—143.
13. *Бийбосунов И.* Пример околосвукового течения газа с областью сверхзвуковых скоростей, ограниченной вниз по течению искривленным скачком уплотнения, оканчивающимся внутри течения.— ПММ, 1958, т. 22, вып. 3, с. 311—319.
14. *Франкль Ф. И.* О задаче симметричного обтекания заданного симметричного профиля при дозвуковой скорости на бесконечности и местных сверхзвуковых скоростях.— ПММ, 1959, т. 23, вып. 4, с. 776—780.
15. *Франкль Ф. И.* Исследования в области околосвуковых течений.— Инж. ж., 1961, т. 1, вып. 1, с. 29—34.
16. *Ланин И. Н.* Приближенное построение обтекания заданного профиля дозвуковым потоком с местной сверхзвуковой областью, оканчивающейся скачком уплотнения.— Изв. вузов. Авиац. техника, 1961, № 3, с. 155—162.
17. *Бийбосунов И., Рыскулов А.* Плоскопараллельное околосвуковое течение с разрывом.— Изв. АН СССР, МЖГ, 1970, № 4, с. 95—100.
18. *Чернов И. А., Шевырев С. П.* О первом примере Франкля течения в местной сверхзвуковой зоне с ударной волной.— В кн.: Аэродинамика. Вып. 2 (5). Саратов: Изд-во Саратов. ун-та, 1973, с. 11—17.
19. *Germain P., Gillon G.* Écoulements transsoniques au voisinage d'un point de rencontre d'une onde de choc et d'une ligne sonique.— Publ. O. N. E. R. A., 1961, No. 102, p. 47—66.
20. *Горьков Л. П., Потаевский Л. П.* Возникновение ударной волны при отражении слабого разрыва от звуковой линии.— Докл. АН СССР, 1962, т. 144, № 2, с. 293—296.
21. *Лифшиц Ю. Б., Рыжов О. С.* О некоторых точных решениях уравнений трансзвуковых течений газа.— Ж. вычисл. матем. и матем. физ., 1964, т. 4, № 5, с. 954—958.
22. *Germain P.* Écoulements transsoniques homogènes.— In: Progress in Aeronautical Sciences. V. 5. Oxford, e. a.: Pergamon Press, 1964, p. 143—273.
23. *Лифшиц Ю. Б.* О течении в окрестности точки встречи звуковой линии со скачком уплотнения.— Инж. ж., 1965, т. 5, вып. 1, с. 29—34.
24. *Цветков А. П., Чернов И. А.* Автомодельные околосвуковые течения, аналитические на предельной характеристике.— В кн.: Аэродинамика. Вып. 1 (4). Саратов: Изд-во Саратов. ун-та, 1972, с. 23—37.
25. *Цветков А. П.* Течение в местной сверхзвуковой зоне со скачком уплотнения.— В кн.: Аэродинамика. Вып. 2 (5). Саратов: Изд-во Саратов. ун-та, 1973, с. 27—35.
26. *Цветков А. П., Чернов И. А.* Задача о местной сверхзвуковой зоне в классе автомодельных течений.— Уч. зап. ЦАГИ, 1974, т. 5, № 2, с. 105—114.
27. *Murman E. M.* Analysis of embedded shock waves calculated by relaxation methods.— AIAA Journal, 1974, v. 12, No. 5, p. 626—633.
28. *Moretti G.* Accuracy and efficiency in the numerical analysis of transonic flows.— In: Symposium Transonicum. 2. Göttingen, 1975. B.: Springer, 1976, p. 439—448.
29. *Yu N. J., Seebass A. R.* Inviscid transonic flow computations with shock fitting.— In: Symposium Transonicum. 2. Göttingen, 1975. B.: Springer, 1976, p. 449—456.
30. *Ерёменко В. А., Рыжов О. С.* О течении в местной сверхзвуковой зоне у профиля крыла бесконечного размаха.— Докл. АН СССР, 1978, т. 240, № 3, с. 560—563.
31. *Иванов В. А., Чернов И. А.* Обобщение решения Франкля на случай дозвуковой скорости потока вдали от профиля.— В кн.: Аэродинамика. Вып. 7 (10). Саратов: Изд-во Саратов. ун-та, 1979, с. 40—54.

32. *Иванов В. А., Чернов И. А.* К вопросу о возникновении ударной волны внутри местной сверхзвуковой зоны.— ПММ, 1979, т. 43, вып. 6, с. 1117—1118.
33. *Иванов В. А., Чернов И. А.* Пример решения трансзвуковых уравнений для безударного обтекания симметричного профиля.— ПММ, 1982, т. 46, вып. 1, с. 159—162.
34. *Ландау Л. Д., Лифшиц Е. М.* Механика сплошных сред. М.: Гостехиздат, 1953. 788 с.
35. *Friedrichs K. O.* Formation and decay of shock waves.— *Communs Appl. Math.*, 1948, v. 1, No. 3, p. 211—245.
36. *Черный Г. Г.* Возникновение и форма поверхностей разрыва в потоках газа.— В кн.: Теоретическая гидромеханика. Вып. 2./Под ред. Л. И. Седова. М.: Оборонгиз, 1952, с. 42—62.

Москва

Поступила в редакцию
17.IV.1984

