

УДК 533 : 538

ЭВОЛЮЦИЯ СЛАБОГО СИГНАЛА В МАГНЕТИКЕ

Седова Г. Л.

Исследуется изменение во времени некоторого слабого произвольного возмущения магнитного поля в магнетике. Предполагается, что для рассматриваемого магнетика справедлива кубическая зависимость величины напряженности H от величины индукции B магнитного поля. Такая зависимость является частным случаем связи между этими величинами при начальном намагничивании большинства магнетиков [1]. Показано, что за некоторое конечное время сигнал деформируется в простую волну и замыкающий задний ударный фронт. При этом площадь профиля остается постоянной, равной площади первоначального сигнала.

Образование ударных волн на фронте и спаде электромагнитных волн рассматривалось ранее [2, 3] для магнетика, намагниченного до насыщения, а также для случая прецессии постоянного вектора намагниченности.

Пусть в момент времени t_0 в магнетике создается некоторый слабый сигнал $B(x, t_0)$, идущий по нулевому фону в положительном направлении оси x (фиг. 1). Рассмотрим изменение во времени заданного профиля в случае, когда зависимость H от B имеет вид

$$(1) \quad H = a_0 (B + B^*) + \gamma (B - B_0)^3$$

Здесь a_0, γ — некоторые постоянные, причем $a_0 \gg \gamma B_0^2$; B_0 — значение индукции магнитного поля, при которой $d^2H/dB^2 = 0$; B^* выбирается таким образом, чтобы при $B = 0$ величина H также равнялась бы нулю.

Эволюция слабого сигнала в магнетике в случае квадратичной зависимости H от B исследовалась в [4].

При заданной зависимости $H(B)$ скорость малых возмущений $u = c\sqrt{a_0}$ близка к скорости возникающих разрывов [5]

$$v_p = c \{a_0 + \gamma [(B - B_0)^2 + (B - B_0)(B_1 - B_0) + (B_1 - B_0)^2]\}^{1/2}$$

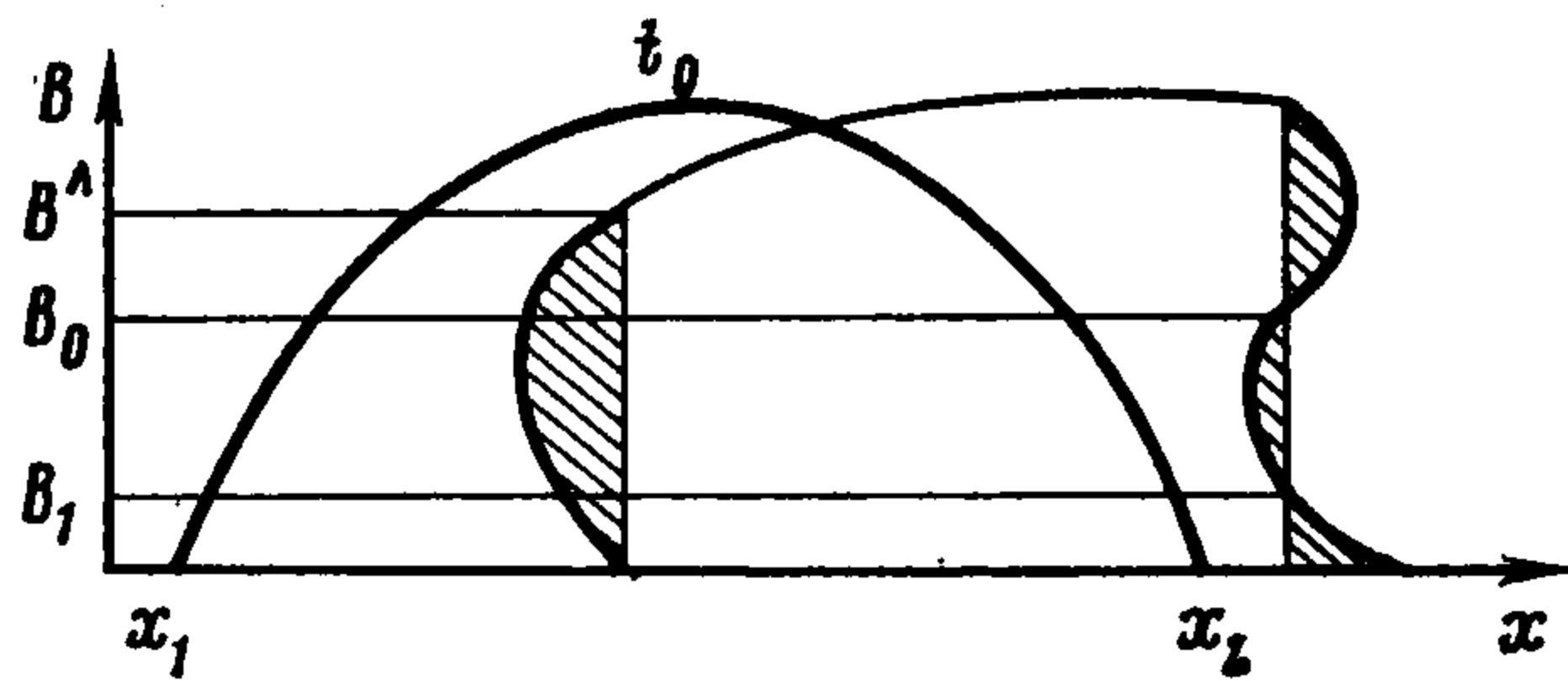
Следовательно, отраженными от разрыва возмущениями можно пренебречь и первоначально заданный сигнал будет распространяться в одну сторону (например, вправо) в виде простой волны с сохранением площади сигнала

$$s = \int_{x_1}^{x_2} B dx$$

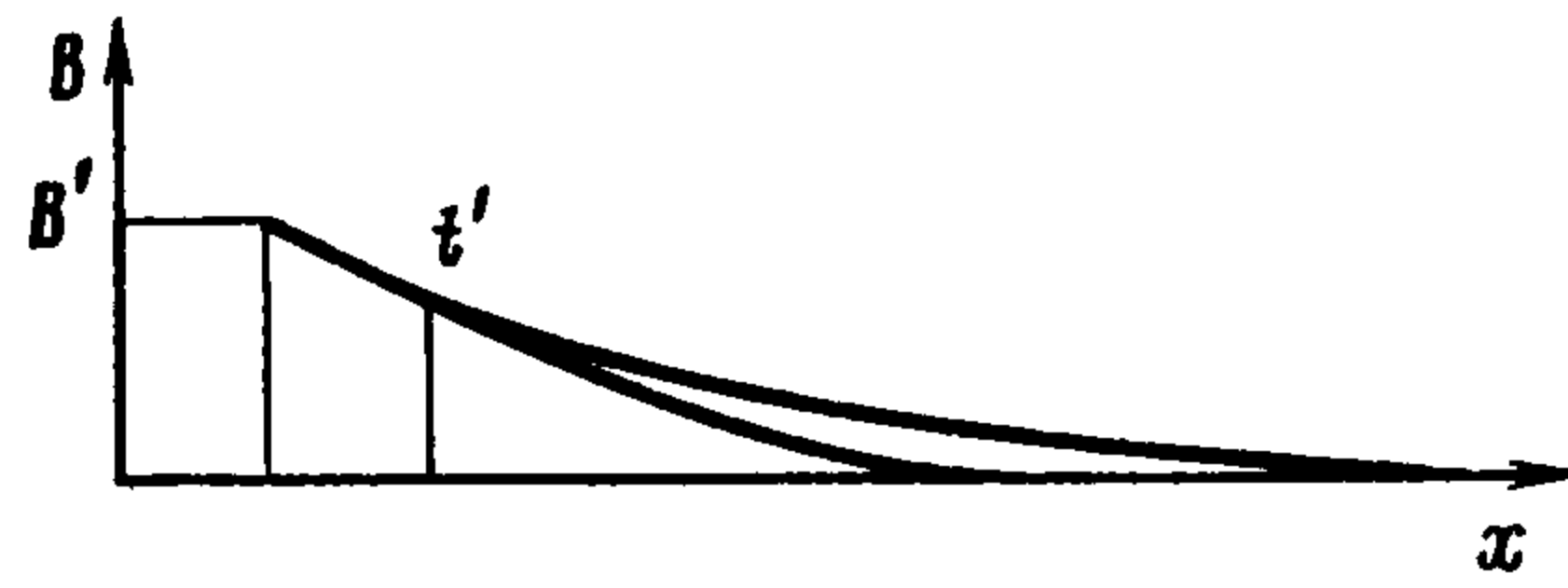
В силу того что скорость распространения простых волн $a = c\sqrt{dH/dB}$ зависит от B , разные точки профиля будут распространяться по магнетик с разными скоростями, что приводит к искажению сигнала, возникновению неоднозначности решения и появлению разрывов.

При деформации профиля сигнала площадь s_1 , соответствующая прохождению ударной зоны, равна площади s_2 , которую проходила бы за то же время простая волна при наличии неоднозначности. Действительно

$$\begin{aligned} s_1 &= v (B - B_1) = c \left(\frac{H - H_1}{B - B_1} \right)^{1/2} (B - B_1) = \\ &= c \left[\frac{a_0 (B - B_1) + \gamma (B - B_0)^3 - \gamma (B_1 - B_0)^3}{B - B_1} \right]^{1/2} (B - B_1) \approx \\ &\approx ca_0^{1/2} + \frac{\gamma c}{2a_0^{1/2}} \left[(B - B_0)^3 - (B_1 - B_0)^3 \right] \approx \\ &\approx s_2 = \int_{B_1}^{B_2} a dB = \int_{B_1}^{B_2} c \left(\frac{dH}{dB} \right)^{1/2} = c \int_{B_1}^{B_2} [a_0 + 3\gamma (B - B_0)^2]^{1/2} dB \end{aligned}$$



Фиг. 1



Фиг. 2

Решение с течением времени приобретает следующий вид: спереди и сзади образуются скачки, между которыми распространяется простая волна. Будем считать, что ширина первоначального импульса мала по сравнению с характерными размерами магнетика. В этом случае простую волну можно считать центрированной.

Поскольку решение состоит из простых плоскополяризованных волн и скачков, то магнитное поле будет оставаться параллельным некоторому направлению, например $\mathbf{B} = B e_y$, а электрическое поле перпендикулярно магнетика: $\mathbf{E} = E e_z$.

Из уравнений Максвелла для центрированной простой волны получаем

$$(2) \quad B = B_0 + \frac{1}{c} \left(\frac{\xi^2 - a_0 c^2}{3\gamma} \right)^{1/2}, \quad \xi = \frac{x}{t}$$

Будем считать, что у первоначально заданного профиля значение $B_{\max} > B^{\wedge}$, где B^{\wedge} — значение индукции магнитного поля, при котором выполняется соотношение

$$(3) \quad \left. \frac{dH}{dB} \right|_{B^{\wedge}} = \frac{H(B^{\wedge})}{B^{\wedge}}$$

В этом случае задний скачок будет эволюционным [5] и магнитное поле на скачке меняется от величины B^{\wedge} до нуля.

Из формулы (3) получим $B = 3/2 B_0$.

Передний скачок, в котором поле возрастает от нуля до некоторого значения B , будет ослабляться за счет взаимодействия с набегающей сзади центрированной волной. Когда магнитная индукция за скачком уменьшится до значения B^{**} , где $v(B^{**}, 0) = a(0)$, скачок перестает быть эволюционным и распадется на скачок и обгоняющую его спереди простую волну (фиг. 1).

Из условия, что скорость простой волны при значении индукции магнитного поля B_1 (в точке B_1 простая волна переходит в скачок) равна скорости скачка, можно определить значение магнитного поля B_1 за скачком

$$(4) \quad B - B_0 = 2(B - B_1)$$

Согласно (4), скорость распространения переднего разрыва можно вычислить из условия

$$(5) \quad v_p = \frac{dx}{dt} = c \left(\frac{H - H_1}{B - B_1} \right)^{1/2} = a(B_1)$$

Поскольку

$$(6) \quad v_p/c = \{a_0 + \gamma [(B - B_0)^2 + (B - B_0)(B_1 - B_0) + (B_1 - B_0)^2]\} = \\ = [a_0 + 3/4 \gamma (B - B_0)]^{1/2} \approx a_0^{1/2} - 3\gamma a_0^{-1/2}$$

то

$$v_p/c - a_0^{1/2} = 1/4 [a(B)/c - a_0^{1/2}]$$

(скорость центрированной волны в точке B : $a(B) = c (dH/dB)^{1/2} = \xi$).

Дифференциальное уравнение (5) с учетом соотношения (6), которое выполняется для зависимости (1) при $a_0 \gg \gamma B_0^2$, запишем в виде

$$\frac{dx}{dt} = v_p = \frac{1}{4} \left(\frac{x}{t} - c a_0^{1/2} \right) + c a_0^{1/2}$$

Перейдя по формулам $x' = x - c a_0^{1/2} t$; $t' = t$ к системе координат, движущейся относительно рассматриваемой с постоянной скоростью $c a_0^{1/2}$, получаем уравнение

$$(7) \quad \frac{dx'}{dt'} = \frac{1}{4} \frac{x'}{t'}$$

Проинтегрируем уравнение (7) в пределах от некоторых значений x_0', t_0' до текущих значений x_1', t_1' (штрихи в дальнейшем опустим). Значения x_0, t_0 можно вычислить исходя из заданной формы первоначального профиля, после слияния заднего и переднего фронтов.

$$(8) \quad x = At^{1/4}; \quad A = x_0 t_0^{-1/4}$$

Уравнение (8) представляет собой уравнение линий скачка на плоскости xt . Эта линия пересекает семейство характеристик центрированной волны и при $x = (8a_0^{1/2} A^{4/3} \gamma B_0^2 c)^{1/3}$ пересекает крайнюю левую характеристику, соответствующую заднему ударному фронту. При этом передний и задний скачки сольются. Из формулы (8) можно найти, что время t , за которое задний скачок нагонит передний, можно вычислить по формуле

$$(9) \quad t = \left(\frac{8a_0^{1/2} A}{3\gamma c B_0^2} \right)^{4/3}$$

Таким образом, первоначальный сигнал $B(x, t)$ с $B_{\max} > B^*$, распространяющийся по нулевому фону в магнетике в случае зависимости H от B в виде (1), деформируется с сохранением площади сигнала в два ударных фронта, соединенных центрированной простой волной. С течением времени передний фронт начинает ослабевать за счет выхода спереди простой волны и набегания центрированной волны сзади. За время t (9) задний скачок нагонит передний и первоначальный сигнал деформируется в простую волну и замыкающий скачок, идущий по нулевому фону и изменяющий поле до значения $B = 3/4 B_0$. Постепенно величина скачка уменьшится из-за расплывания простой волны, в то время как площадь сигнала будет оставаться постоянной (фиг. 2).

Поскольку зависимость H от B в виде (1) является частным случаем, описывающим первоначальный участок кривой намагничивающая большинства магнетиков [1], найденное аналитическое решение качественно отражает картину эволюции слабого сигнала при начальном намагничивании.

Полученные выводы о характере изменения сигнала находятся в хорошем качественном соответствии с экспериментальным исследованием образования ударных волн при распространении по магнетику электромагнитного импульса в случае, когда перемагничивание магнетика происходит по петле гистерезиса [6].

ЛИТЕРАТУРА

1. Бозорт Р. Ферромагнетизм. М.: Изд-во иностр. лит., 1956. 461 с.
2. Гапонов А. В., Островский Л. А., Фрейдман Г. И. Ударные электромагнитные волны.— Изв. вузов. Радиофизика, 1967, т. 10, № 9—10, с. 1376—1413.
3. Гапонов А. В., Фрейдман Г. И. Об ударных электромагнитных волнах в ферритах.— ЖЭТФ, 1959, т. 36, вып. 3, с. 957—958.
4. Коробейников В. П. Задачи теории точечного взрыва в газах. М.: Наука, 1973. 278 с.
5. Седова Г. Л. Распространение электромагнитных волн при произвольной зависимости магнитной проницаемости от магнитной индукции.— ПММ, 1970, т. 44, вып. 3, с. 465—469.
6. Белянцев А. М., Гапонов А. В., Дауме Э. Я., Фрейдман Г. И. Экспериментальное исследование распространения электромагнитных волн конечной амплитуды в волноводах, заполненных ферритом.— ЖЭТФ, 1964, т. 47, вып. 5, с. 1699—1710.

Москва

Поступила в редакцию
26.IV.1984

УДК 532.5

ОДНА ТОЧНАЯ ОЦЕНКА КОЭФФИЦИЕНТОВ ПРИСОЕДИНЕННЫХ МАСС

Вигдергауз С. Б.

Для произвольной системы твердых тел, поступательно движущихся в безграничном потенциальном потоке идеальной несжимаемой жидкости, получено неравенство, усиливающее известный результат Поля — Шиффера [1, 2]. Указаны нетривиальные примеры достижения в оценке равенства, устанавливающие аналогию с обратной задачей теории упругости.