

УДК 532.526

## О ЗАТЯГИВАНИИ ПЕРЕХОДА ПОГРАНИЧНОГО СЛОЯ ЭЛЕКТРОГИДРОДИНАМИЧЕСКИМ МЕТОДОМ

Курячий А. П.

Рассматривается возможность смещения вниз по потоку точки перехода ламинарного пограничного слоя в турбулентный в результате электрогидродинамического (ЭГД) воздействия на течение в пограничном слое. Метод, основанный на использовании объемных сил электростатической природы, возникающих при течении заряженной среды в электрическом поле, может оказаться одним из новых эффективных и экономичных способов управления пограничным слоем [1]. Ниже оценка результата ЭГД воздействия на положение точки перехода получена на основании расчета коэффициентов пространственного усиления малых возмущений типа волн Толмина—Шлихтинга в ЭГД пограничном слое и использования  $e^n$ -метода предсказания перехода [2].

1. Рассматривается обтекание полубесконечной диэлектрической пластины с относительной диэлектрической проницаемостью  $\epsilon_w$  потоком вязкого несжимаемого газа со скоростью  $u_\infty$ . Выбрана система координат с началом на передней кромке пластины, ось  $x$  направлена вдоль поверхности параллельно вектору скорости потока, ось  $y$  — перпендикулярно поверхности. Предполагается, что на пластине перпендикулярно набегающему потоку установлены полубесконечные сетчатые электроды  $\Gamma_1$  и  $\Gamma_2$ , не возмущающие течение газа (фиг. 1). Расстояние между электродами —  $l$ , их безразмерные координаты —  $x_1$  и  $x_2$ . Заземленный электрод  $\Gamma_2$  является коллектором ионов, а электрод-эмиттер  $\Gamma_1$  моделирует источники униполярного заряда, расположенные выше по потоку [3]. Внутри пластины параллельно ее поверхности на расстоянии  $y_3$  между  $\Gamma_1$  и  $\Gamma_2$  расположен электрод  $\Gamma_3$ , моделирующий электроды, служащие для создания определенной формы ионной струи.

Предполагается, что  $x_1 \leq 0$  (1), так что число Рейнольдса, определенное по длине  $l$ , является характерным для пограничного слоя между электродами.

Система уравнений электрогазодинамики, описывающая стационарное течение вязкого несжимаемого униполярно заряженного газа, в безразмерной форме имеет следующий вид [3, 4]:

$$(1.1) \quad \left( \frac{\partial \psi}{\partial y} \frac{\partial}{\partial x} - \frac{\partial \psi}{\partial x} \frac{\partial}{\partial y} - \epsilon^2 \nabla^2 \right) \nabla^2 \psi = N \left( E_x \frac{\partial q}{\partial y} - E_y \frac{\partial q}{\partial x} \right)$$

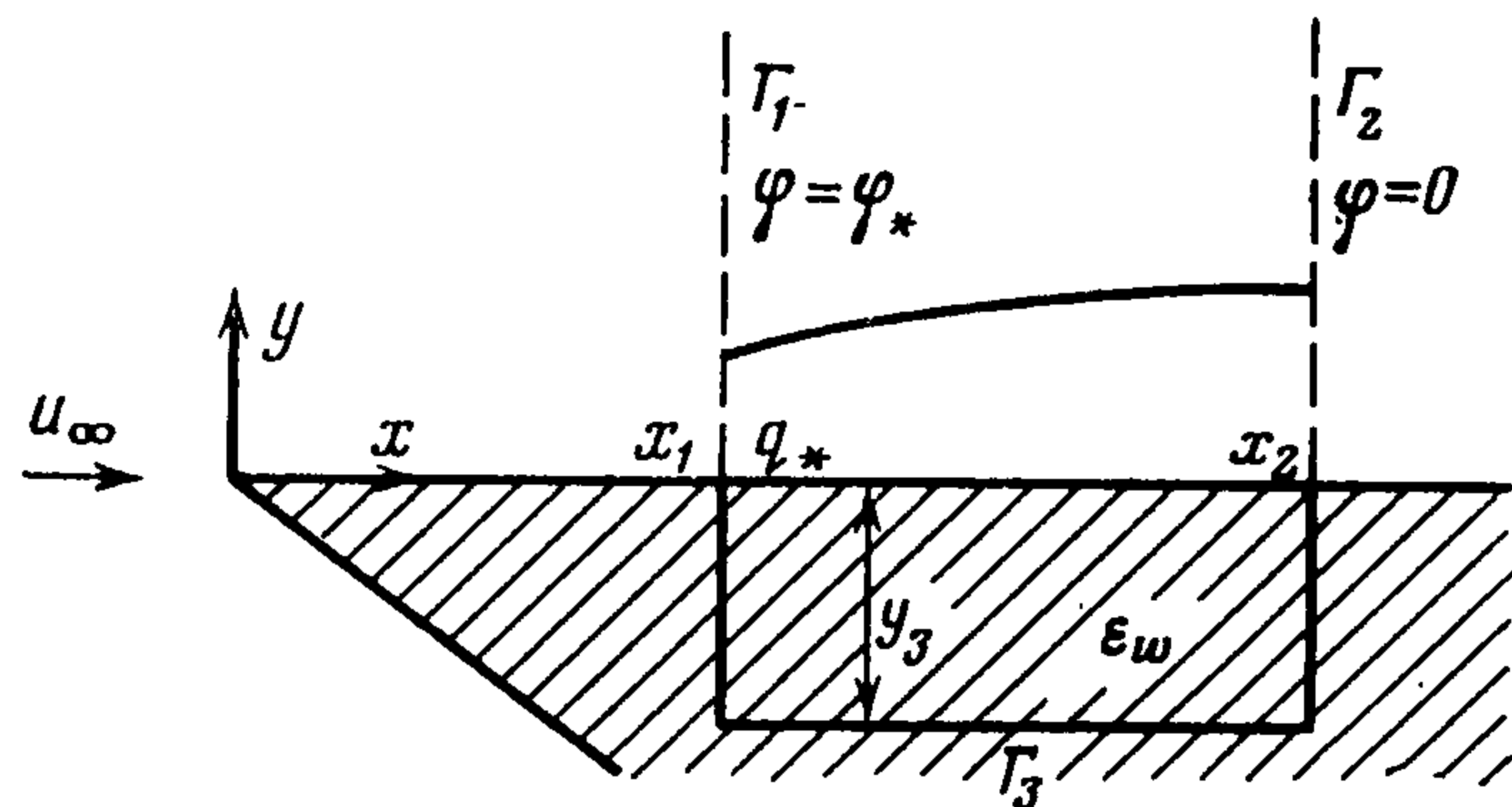
$$(1.2) \quad \left( \frac{\partial \psi}{\partial y} + E_x \right) \frac{\partial q}{\partial x} - \left( \frac{\partial \psi}{\partial x} - E_y \right) \frac{\partial q}{\partial y} + q^2 = \frac{\epsilon^2}{\lambda} \nabla^2 q$$

$$\nabla \times \mathbf{E} = 0, \quad \nabla \mathbf{E} = q$$

Здесь  $\psi$  — гидродинамическая функция тока,  $\mathbf{E} = (E_x, E_y)$  — вектор напряженности электрического поля,  $q$  — плотность объемного заряда,  $Re = u_\infty l / \nu$  — число Рейнольдса,  $\epsilon = Re^{-1/2}$ ,  $\lambda = \nu / D$  — отношение кинематической вязкости газа к коэффициенту диффузии ионов,  $N = \epsilon_0 / (\rho b^2)$  — параметр ЭГД взаимодействия,  $\rho$  и  $\epsilon_0$  — плотность и абсолютная диэлектрическая проницаемость газа,  $b$  — подвижность ионов.

Если в качестве источника униполярного заряда используется коронный разряд, то  $\lambda \sim 1$  [5],  $N \sim 10^{-3}$  [3]. В этом случае для диапазона чисел Рейнольдса от  $10^5$  до  $10^7$  можно положить  $N = k\varepsilon$ , где  $k = O(1)$ .

Решение системы уравнений (1.1), (1.2) должно удовлетворять следующим граничным условиям. Для функции тока имеются условия прилипания на поверхности пластины и равномерный поток на бесконечности. Для определения электрических параметров в области между электродами



Фиг. 1

на последних задаются распределения электрического потенциала, на эмиттере задается начальное распределение плотности объемного заряда, при  $y \rightarrow \infty$  между  $\Gamma_1$  и  $\Gamma_2$  компонента вектора напряженности электрического поля  $E_x$  имеет постоянное значение. На диэлектрической поверхности пластины должны выполняться условия

$$(1.3) \quad E_{1x} = E_{2x}, \quad E_{1y} + \varepsilon_w E_{2y} = \sigma, \quad E_{1y}q - \frac{\varepsilon^2}{\lambda} \frac{\partial q}{\partial y} = 0$$

где индексы 1 и 2 относятся соответственно к области течения и области внутри пластины,  $\sigma$  — плотность поверхностного заряда. В дальнейшем рассматривается диэлектрическая поверхность, не адсорбирующая электрический заряд. В этом случае  $\sigma = 0$ .

Кроме того, для последнего эллиптического уравнения (1.2), вообще говоря, необходимо задавать значения заряда на коллекторе и при  $y \rightarrow \infty$ . Однако если не исследовать структуру приколлекторного диффузионного слоя [5] и диффузионной области на внешней границе ионной струи, что выходит за рамки работы, то в задании этих условий, как будет видно в дальнейшем, нет необходимости.

2. Решение уравнений (1.1) — (1.2) строится в виде разложений по малому параметру  $\varepsilon$  [6].

В области с характерными размерами  $x \sim 1$ ,  $y \sim 1$  для скорости газа в главном приближении имеем  $u = \partial\psi/\partial y = 1$ ,  $v = -\partial\psi/\partial x = 0$ , а электрические параметры описываются системой уравнений

$$(2.1) \quad \nabla^2\varphi = -q, \quad \left(1 - \frac{\partial\varphi}{\partial x}\right) \frac{\partial q}{\partial x} - \frac{\partial\varphi}{\partial y} \frac{\partial q}{\partial y} + q^2 = 0$$

в области течения и уравнением Лапласа

$$(2.2) \quad \nabla^2\varphi = 0$$

внутри пластины. Здесь введен электрический потенциал  $\varphi$ .

Для построения решения системы (2.1), (2.2), удовлетворяющего кроме краевых условий условиям (1.3), необходимо рассмотреть ионный диффузионный слой на диэлектрической поверхности пластины, возникающий вследствие последнего условия (1.3). Толщина слоя зависит, очевидно, от прижимающей ионную струю компоненты электрического поля  $E_y$ , значением которой можно управлять при помощи электрода  $\Gamma_3$ , меняя либо распределение потенциала на нем, либо расстояние  $y_3$ . Величина разгоняющего поля  $E_x$  определяется в основном разностью потенциалов между  $\Gamma_1$  и  $\Gamma_2$ . Для значения напряженности разгоняющего поля, близкого к пробойному, и скорости потока  $u_\infty \sim 100$  м/с, имеем  $E_x \sim 1$ . Можно строить различные решения задачи в зависимости от величины  $E_y$ .

Пусть  $E_y \sim \varepsilon^n$ , где  $n < 1$  — некоторый параметр. Из последнего условия (1.3) определяется оценка для толщины диффузионного слоя  $\delta_d \sim \varepsilon^{2-n}$ , в котором вводятся независимые переменные  $x$ ,  $Y = \lambda \varepsilon^{n-2} y$  и разложения

$$(2.3) \quad \begin{aligned} E_x(x, y; \varepsilon) &= E_{x0}^\circ(x, Y) + \varepsilon^2 E_{x1}^\circ(x, Y) + \dots \\ E_y(x, y; \varepsilon) &= \varepsilon^n E_{y0}^\circ(x, Y) + \varepsilon^{2-n} E_{y1}^\circ(x, Y) + \dots \\ q(x, y; \varepsilon) &= \varepsilon^{2n-2} Q_0(x, Y) + Q_1(x, Y) + \dots \\ u(x, y; \varepsilon) &= \varepsilon^{1-n} u_0(x, Y) + \dots, v(x, y; \varepsilon) = \\ &= \varepsilon^{3-2n} v_0(x, Y) + \dots \end{aligned}$$

В результате подстановки (2.3) в (1.2) получается система уравнений ионного диффузионного слоя в главном приближении

$$(2.4) \quad \frac{\partial E_{x0}^\circ}{\partial Y} = 0, \quad \lambda \frac{\partial E_{y0}^\circ}{\partial Y} = Q_0, \quad E_{y0}^\circ \frac{\partial^2 E_{y0}^\circ}{\partial Y^2} + \left( \frac{\partial E_{y0}^\circ}{\partial Y} \right)^2 = \frac{\partial^3 E_{y0}^\circ}{\partial Y^3}$$

Во внешней области течения при характерной плотности заряда в коронном разряде  $10^{-5}$  К/м<sup>3</sup>,  $l \sim 1$  м,  $u_\infty > 100$  м/с имеем  $q \sim 1$  и разложения

$$(2.5) \quad \begin{aligned} E_x(x, y; \varepsilon) &= E_{x0}(x, y) + \dots, E_y(x, y; \varepsilon) = \\ &= \varepsilon^n E_{y0}(x, y) + \dots \\ q(x, y; \varepsilon) &= q_0(x, y) + \dots \end{aligned}$$

На основании двух последних условий (1.3) и сращивания (2.3) с (2.5) для последнего уравнения (2.4) получим следующие краевые условия:

$$(2.6) \quad \begin{aligned} Y=0: E_{y0}^\circ \frac{\partial E_{y0}^\circ}{\partial Y} &= \frac{\partial^2 E_{y0}^\circ}{\partial Y^2}, \quad E_{y0}^\circ = \varepsilon_w E_{y0}^{(2)} \\ Y \rightarrow \infty: \frac{\partial E_{y0}^\circ}{\partial Y} &\rightarrow 0 \end{aligned}$$

где  $E_{y0}^{(2)}$  — главный член в разложении электрического поля внутри пластины, имеющего вид (2.5).

Кроме того, из сращивания (2.3) с (2.5) получим условия

$$(2.7) \quad E_{x0}^\circ(x) = E_{x0}(x, 0), \quad E_{y0}^\circ(x, \infty) = E_{y0}(x, 0)$$

Решение уравнений (2.4) с краевыми условиями (2.6) имеет вид

$$(2.8) \quad \begin{aligned} E_{y0}^\circ(x, Y) &= E_\infty \frac{1 + \bar{\beta}}{1 - \bar{\beta}}, \quad Q_0(x, Y) = 2\lambda E_\infty^2 \frac{\bar{\beta}}{(1 - \bar{\beta})^2} \\ E_\infty(x) &= E_{y0}^\circ(x, \infty), \quad \beta(x) = \frac{\varepsilon_w E_{y0}^{(2)}(x, 0) - E_\infty}{\varepsilon_w E_{y0}^{(2)}(x, 0) + E_\infty} \\ \bar{\beta}(x, Y) &= \beta(x) \exp(E_\infty Y) \end{aligned}$$

Функция  $E_{y0}^{(2)}(x, 0)$ , входящая в решение (2.8), определяется из первого условия (1.3), а для определения функции  $E_\infty(x)$  необходимо рассмотреть следующее приближение в диффузионном слое. Для функций  $E_{y1}^\circ$  и  $Q_1$  получим задачу

$$(2.9) \quad \frac{\partial E_{x0}^\circ}{\partial x} + \lambda \frac{\partial E_{y1}^\circ}{\partial Y} = Q_1$$

$$(2.10) \quad E_{x0}^\circ \frac{\partial Q_0}{\partial x} + \lambda \left( E_{y0}^\circ \frac{\partial Q_1}{\partial Y} + \frac{\partial Q_0}{\partial Y} E_{y1}^\circ \right) + 2Q_0 Q_1 = \lambda \frac{\partial^2 Q_1}{\partial Y^2}$$

$$(2.11) \quad Y=0: E_{y1}^\circ = \varepsilon_w E_{y1}^{(2)}, \quad E_{y0}^\circ Q_1 + Q_1 E_{y1}^\circ = \frac{\partial Q_1}{\partial Y}$$

$$Y \rightarrow \infty: Q_1 \rightarrow q_0(x, 0)$$

Интегрируя уравнение (2.10) по  $Y$  от 0 до  $\infty$  и по  $x$  от  $x_1$  до  $x$ , с учетом (2.9), (2.6), (2.7), (2.11) получим соотношение

$$(2.12) \quad E_{x0}(x, 0) \int_0^{\infty} Q_0(x, Y) dY = -\lambda \int_{x_1}^x q_0(x, 0) E_{y0}(x, 0) dx$$

Уравнение (2.12) имеет простой физический смысл: электрический ток в диффузионном слое через некоторое сечение  $x$  равен току, текущему до этого сечения перпендикулярно поверхности пластины во внешней бездиффузионной области. На основании (2.12) получим интегральное уравнение для определения функции  $E_{\infty}(x) = E_{y0}(x, 0)$

$$(2.13) \quad E_{y0}(x, 0) = \varepsilon_w E_{y0}^{(2)}(x, 0) - E_{x0}^{-1}(x, 0) \int_{x_1}^x q_0(x, 0) E_{y0}(x, 0) dx$$

Электрические параметры течения рассчитывались на основании следующего алгоритма. В узлах разностной сетки, построенной между электродами, на поверхности пластины задаются некоторые значения функции  $E_{y0}^{(2)}(x, 0)$ . Методом последовательных приближений решается система уравнений (2.1) [7]. При этом задан потенциал на электродах  $\Gamma_1$  и  $\Gamma_2$  и при  $y \rightarrow \infty$ , на  $\Gamma_1$  задана начальная плотность заряда. На границе  $y = 0$  берется распределение  $\partial\varphi/\partial y = -\varepsilon^n E_{y0}(x, 0)$ , где функция  $E_{y0}(x, 0)$  определяется уравнением (2.13), в правую часть которого входят значения этой функции, полученные на предыдущей итерации, причем на первой итерации берется  $E_{y0}(x, 0) = \varepsilon_w E_{y0}^{(2)}(x, 0)$ . Затем при заданном распределении  $\partial\varphi(x, 0)/\partial y = -\varepsilon^n E_{y0}^{(2)}(x, 0)$  и потенциалах электродов  $\Gamma_1, \Gamma_2, \Gamma_3$  решается уравнение (2.2). Эта процедура повторяется при втором заданном распределении  $E_{y0}^{(2)}(x, 0)$ , а затем правильные значения этой функции в каждом узле разностной сетки определяются методом секущих с использованием первого условия (1.3).

Рассчитанные таким образом функции  $E_{\infty}(x) = E_{y0}(x, 0)$ ,  $E_{y0}^{(2)}(x, 0)$  позволяют определить распределения электрического поля и заряда в диффузионном слое (2.8).

3. Рассчитав в главном приближении электрические параметры, можно найти возмущение гидродинамических функций, обусловленное электрогидродинамическим воздействием. В результате подстановки в уравнение (1.1) разложений для функции тока  $\psi(x, y; \varepsilon) = y + \varepsilon\psi_2(x, y) + \dots$  и электрических параметров (2.5) в невязкой области течения получается задача второго приближения с учетом толщины вытеснения пограничного слоя [6] и ЭГД воздействия (параметр  $k$  определен выше)

$$(3.1) \quad \nabla^2 \left( \frac{\partial\psi_2}{\partial x} \right) = k E_{x0} \frac{\partial q_0}{\partial y}$$

$$(3.2) \quad \psi_2(x, 0) = \begin{cases} 0, & x < 0 \\ -1,72/\sqrt{2x}, & x > 0 \end{cases}$$

$\psi_2(x, y) = o(y)$  в набегающем потоке.

В силу линейности задачи (3.1), (3.2) ее решение можно искать в виде суперпозиции  $\psi_2 = \psi_{20} + \psi_{21}$ , где функция  $\psi_{20}$  удовлетворяет уравнению Лапласа и граничным условиям (3.2) и является известной [6], а  $\psi_{21}$  удовлетворяет уравнению (3.1) с нулевыми граничными условиями.

При рассмотрении течения в пограничном слое вводятся новые переменные  $x, z = y/\varepsilon$  и разложения для функции тока  $\psi(x, y; \varepsilon) = \varepsilon\chi_1(x, z) + \varepsilon^2\chi_2(x, z) + \dots$ , подстановка которого в (1.1) приводит к следующему уравнению для  $\chi_1$ :

$$(3.3) \quad \frac{\partial^3 \chi_1}{\partial z^3} + \frac{\partial \chi_1}{\partial x} \frac{\partial^2 \chi_1}{\partial z^2} - \frac{\partial \chi_1}{\partial z} \frac{\partial^2 \chi_1}{\partial x \partial z} = 0$$

Граничные условия для этого уравнения определяются из сращения  $\chi_1$  с решениями в невязкой области течения и в диффузионном слое

и, как будет показано ниже, имеют обычный вид

$$(3.4) \quad \frac{\partial \chi_1}{\partial z}(x, \infty) = 1, \quad \chi_1(x, 0) = \frac{\partial \chi_1}{\partial z}(x, 0) = 0$$

Для второго приближения с учетом условий сращивания на внешней границе пограничного слоя имеем уравнение и одно граничное условие

$$(3.5) \quad \frac{\partial^3 \chi_2}{\partial z^3} + \frac{\partial \chi_1}{\partial x} \frac{\partial^2 \chi_2}{\partial z^2} - \frac{\partial \chi_1}{\partial z} \frac{\partial^2 \chi_2}{\partial x \partial z} + \frac{\partial^2 \chi_1}{\partial z^2} \frac{\partial \chi_2}{\partial x} - \\ - \frac{\partial^2 \chi_1}{\partial x \partial z} \frac{\partial \chi_2}{\partial z} = - \frac{\partial^2 \psi_2}{\partial x \partial y}(x, 0)$$

$$(3.6) \quad \frac{\partial \chi_2}{\partial z}(x, \infty) = \frac{\partial \psi_2}{\partial y}(x, 0)$$

Решение в диффузионном слое будет найдено для случая  $n = 2/3$ .

Используя переменные диффузионного слоя  $x, Y = \varepsilon^{-1/3} y$  и подставляя разложение (2.3) и разложение  $\psi = \varepsilon^{1/3} \Psi_1(x, Y) + \varepsilon^{2/3} \Psi_2 + \dots$  в (1.1), получим уравнения

$$\frac{\partial^4 \Psi_1(x, Y)}{\partial Y^4} = 0, \quad \frac{\partial^4 \Psi_2(x, Y)}{\partial Y^4} = -kE_{x0}(x, 0) \frac{\partial Q_0(x, Y)}{\partial Y}$$

интегрирование которых с учетом выражений (2.8) и условий прилипания приводит к следующему результату:

$$(3.7) \quad \frac{\partial \Psi_1}{\partial Y} = A_1(x) Y^2 + A_2(x) Y \\ \frac{\partial \Psi_2}{\partial Y} = A_3(x) Y^2 + \left[ \frac{2k\beta}{1-\beta} E_\infty E_{x0}(x, 0) + A_4(x) \right] Y + \\ + 2k\lambda^{-1} E_{x0}(x, 0) \ln \frac{1-\beta \exp(\lambda E_\infty Y)}{1-\beta}$$

Срачивая эти выражения с решением в пограничном слое, определяем входящие в (3.7) неизвестные функции и граничные условия для уравнений (3.3), (3.5)

$$(3.8) \quad A_1(x) = 0, \quad A_2(x) = \frac{\partial^2 \chi_1}{\partial z^2}(x, 0), \quad A_3(x) = 0 \\ A_4(x) = - \frac{2k\beta(x)}{1-\beta(x)} E_\infty(x) E_{x0}(x, 0) \\ \chi_1(x, 0) = \frac{\partial \chi_1}{\partial z}(x, 0) = \chi_2(x, 0) = 0 \\ \frac{\partial \chi_2}{\partial z}(x, 0) = -2k\lambda^{-1} E_{x0}(x, 0) \ln(1-\beta)$$

Переходя к переменным Блазиуса  $x, \eta = z/\sqrt{x}, \chi_1 = \sqrt{x} f_1(\eta), \chi_2 = \sqrt{x} f_2(x, \eta)$ , на основании (3.3) — (3.8) получим следующие задачи в пограничном слое (штрих означает дифференцирование по  $\eta$ ):

$$f_1''' + \frac{1}{2} f_1 f_1'' = 0, \quad f_1(0) = f_1'(0) = 0, \quad f_1'(\infty) = 1 \\ f_2''' + \frac{1}{2} (f_1 f_2'' + f_1'' f_2) = x \left[ f_1 \frac{\partial f_2'}{\partial x} - f_1'' \frac{\partial f_2}{\partial x} - \frac{\partial^2 \psi_2}{\partial x \partial y}(x, 0) \right] \\ f_2(x, 0) = 0, \quad f_2'(x, 0) = -2k\lambda^{-1} E_{x0}(x, 0) \ln(1-\beta) \\ f_2'(x, \infty) = \partial \psi_2(x, 0) / \partial y$$

Равномерно пригодные двучленные разложения для продольной скорости и кривизны ее профиля в пограничном слое имеют вид

$$(3.9) \quad f'(x, \eta) = f_1'(\eta) + \varepsilon \{ f_2'(x, \eta) + 2k\lambda^{-1} E_{x0} \ln [1 - \\ - \beta \exp(\lambda E_\infty \varepsilon^{-1/3} \sqrt{x} \eta)] \}$$

$$(3.10) \quad f''(x, \eta) = f_1''(\eta) - \varepsilon^{1/3} 2k\lambda\beta x E_{x0} E_\infty^2 \exp(\lambda E_\infty \varepsilon^{-1/3} \sqrt{x} \eta) \times \\ \times [1 - \beta \exp(\lambda E_\infty \varepsilon^{-1/3} \sqrt{x} \eta)]^{-2} + \varepsilon f_2'''(x, \eta)$$

4. Уравнения, описывающие развитие малых возмущений в электрогидродинамическом пограничном слое, выводятся, как обычно в линейной теории устойчивости, путем линеаризации полной системы уравнений электрогидродинамики и соответствующих граничных условий. При этом можно показать, что в первом приближении возмущения электрических параметров течения не входят в уравнения, описывающие возмущения гидродинамических параметров. Таким образом, исследование устойчивости ЭГД пограничного слоя можно проводить в рамках анализа уравнения Орра—Зоммерфельда.

Следует отметить, что хотя члены в уравнениях пограничного слоя, связанные с непараллельностью течения, имеют тот же порядок, что и члены, обусловленные ЭГД воздействием, однако в силу линейности задачи устойчивости выполняется принцип суперпозиции и указанные эффекты можно учитывать независимо.

Двумерные возмущения функции тока  $\psi(x, y, t)$  ищутся в виде [8]

$$(4.1) \quad \psi = v(\eta) \exp \left\{ i \left[ \operatorname{Re} l^{1/2} \int_{x_0}^x x^{-1/2} \alpha(x) dx - tFR \right] \right\}$$

что приводит к задаче на собственные значения Орра — Зоммерфельда

$$(4.2) \quad v^{IV} - 2\alpha^2 v'' + \alpha^4 v = iR [( \alpha f' - FR ) (v'' - \alpha^2 v) - \alpha f''' v] \\ v(0) = v'(0) = 0; v \rightarrow 0, v' \rightarrow 0 \text{ при } \eta \rightarrow \infty$$

Здесь  $\eta$  — переменная Блазиуса, введенная выше,  $R = (x \operatorname{Re} l)^{1/2}$ ,  $t$  — время,  $\alpha(x) = \alpha_r(x) + i\alpha_i(x)$  — комплексная функция,  $F = \omega v / u_\infty^2$  — частотный параметр,  $\omega$  — частота возмущения,  $x_0$  — координата некоторого фиксированного сечения, функции  $f'(x, \eta)$ ,  $f'''(x, \eta)$  определяются выражениями (3.9), (3.10).

Решение задачи (4.2) осуществлялось на основании сведения (4.2) к задаче Коши с использованием процедуры ортогонализации [9].

Оценка положения точки перехода ламинарного пограничного слоя в турбулентный осуществлялась путем расчета коэффициентов пространственного усиления малых возмущений [10], представляющих собой при  $\omega = \text{const}$  отношение амплитуды возмущения в точке  $x$  к ее величине в точке  $x_0$  нижней ветви кривой нейтральной устойчивости

$$a = \exp \left[ - \int_{x_0}^x \left( \frac{\operatorname{Re} l}{x} \right)^{1/2} \alpha_i dx \right] = \exp \left( - 2 \int_{R_0}^R \alpha_i dR \right)$$

На основании решения задачи (4.2) в каждом сечении  $x$  определяются значения скорости нарастания возмущения  $\alpha_i$  как функции частотного параметра  $F$ . Затем строится огибающая кривых  $\ln a = f(\operatorname{Re}_x)$ , где  $\operatorname{Re}_x = x \operatorname{Re} l$ , которая определяет значения максимальных коэффициентов нарастания  $a_m$ . Принимая определенное значение  $\ln a_m$  в точке перехода, можно определить число Рейнольдса  $\operatorname{Re}_x$  перехода.

5. Были проведены расчеты при следующих значениях параметров задачи:  $\operatorname{Re} l = 1,5 \cdot 10^6$ ,  $K = 1$ ,  $\epsilon_w = 3$ ,  $\lambda = 0,3$ ,  $x_1 = 2/3$ ,  $y_3 = 0,5$ . На всем эмиттере  $\Gamma_1$  задавался потенциал  $\varphi_* = 3$ , а на его участке  $0 \leq y \leq 0,05$  — начальная плотность заряда  $q_* = 3$ . Распределение потенциала на управляющем электроде  $\Gamma_3$  задавалось в виде

$$\varphi(x, -y_3) = \varphi_* \{ (x - x_2) + A \sin [\pi (x - x_2)] \}, \quad A = 0,1$$

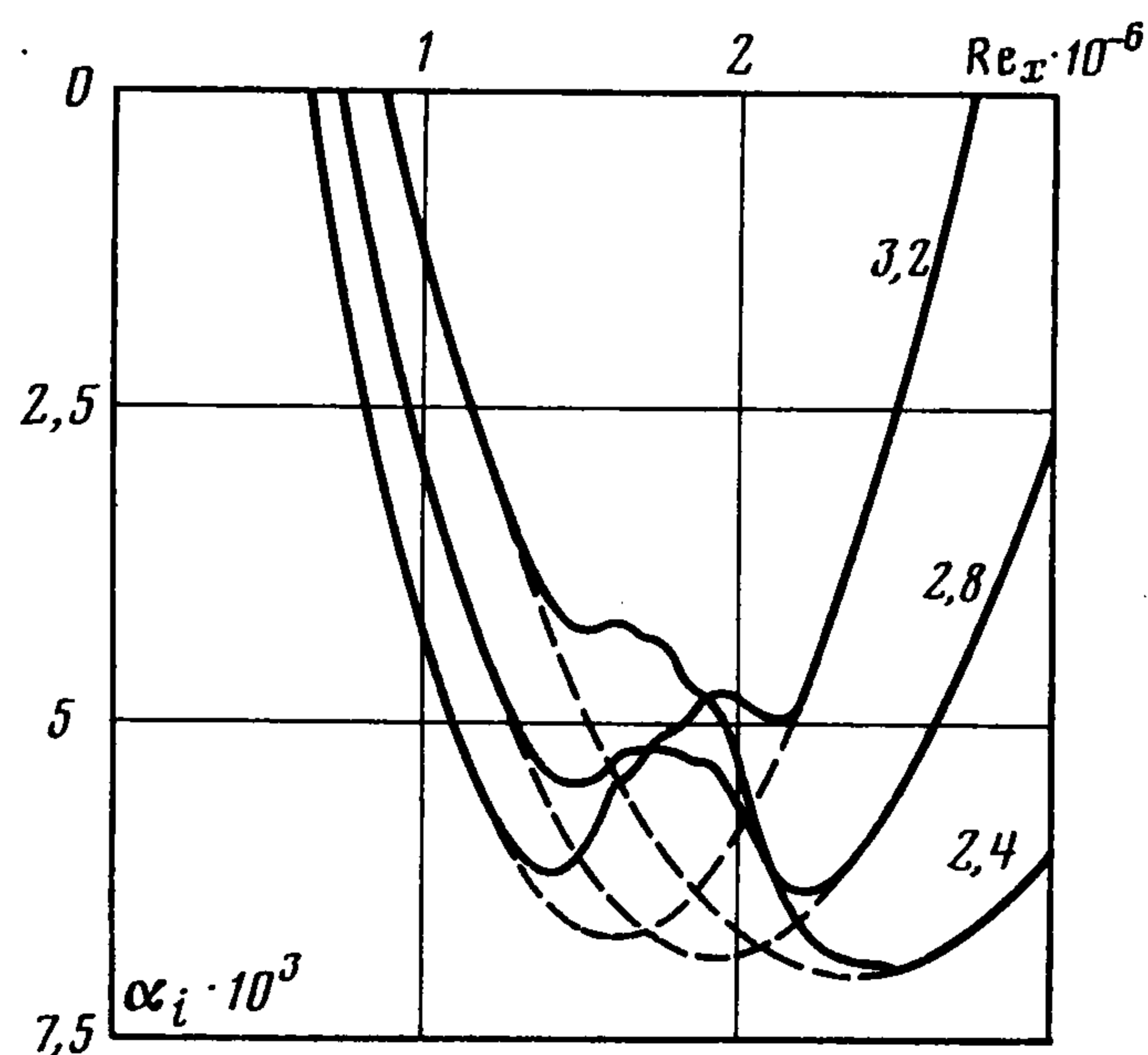
Представляет интерес выяснение влияния таких параметров, как потенциалы электродов и начальная плотность заряда  $q_*$ , на результат ЭГД воздействия на пограничный слой. Роль параметра  $\varphi_*$  очевидна: с увеличением потенциала эмиттера при-

мерно пропорционально возрастает величина разгоняющего поля  $E_{x0}(x, 0)$  и ЭГД воздействие усиливается. Влияние плотности заряда проявляется посредством изменения входящей в выражения (3.9), (3.10) функции  $\beta(x)$ , для которой с учетом (2.8), (2.13) получим выражение

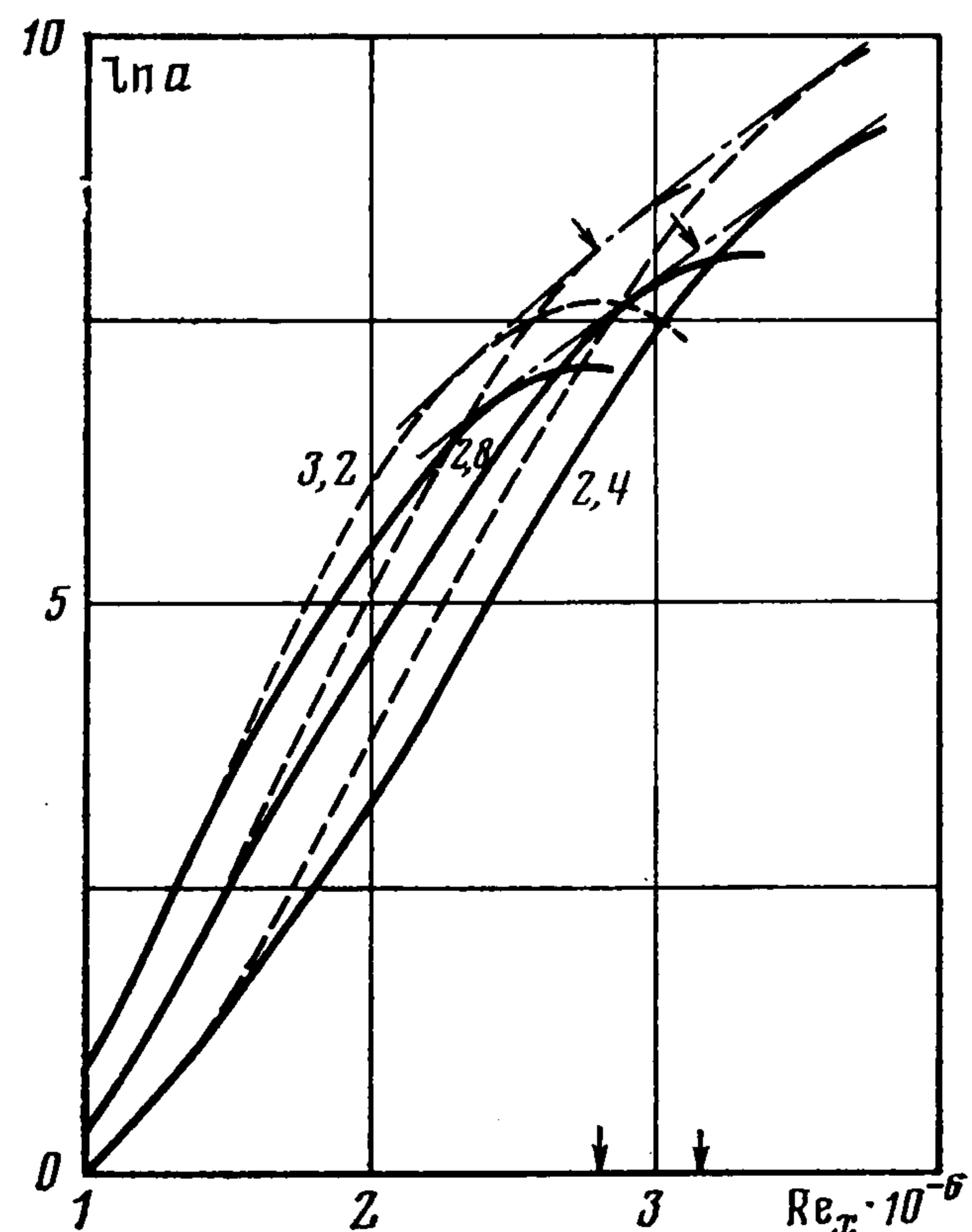
$$\beta = \int_{x_1}^x q_0(x, 0) E_{y_0}(x, 0) dx / \left[ 2\varepsilon_w E_{y_0}^{(2)}(x, 0) E_{x_0}(x, 0) - \int_{x_1}^x q_0(x, 0) E_{y_0}(x, 0) dx \right]$$

Видно, что с ростом плотности заряда возрастают значения  $\beta(x)$ , что также усиливает ЭГД воздействие. Противоречиво влияние величины прижимающего поля  $E_{y_0}(x, 0)$  (параметра  $A$ ). С одной стороны, увеличение  $E_{y_0}(x, 0)$ , согласно (3.10), ведет к возрастанию по абсолютной величине кривизны профиля скорости в пограничном слое, а с другой стороны, уменьшается толщина области, в которой это увеличение кривизны имеет место, что ослабляет результат ЭГД воздействия. Как показали расчеты, оптимальное среднее значение функции  $E_{y_0}(x, 0)$  равняется приблизительно  $-1$ , чему и соответствует значение  $A = 0, 1$ .

Следует отметить, что, согласно проведенным расчетам, градиенты заряда  $\partial q_0/\partial y$ , входящие в (3.1), в ионной струе малы, порядка  $10^{-2} \div 10^{-3}$ . По этой причине значения функции  $\partial\psi/\partial x$ , полученные в результате решения (3.1), и входящих в задачу пог-



Фиг. 2



Фиг. 3

раничного слоя функций  $\partial\psi_2(x, 0)/\partial y$ ,  $\partial^2\psi_2(x, 0)/\partial x\partial y$  много меньше единицы. В расчетах эти функции полагались равными нулю.

Результаты вычислений представлены на фиг. 2, 3. На фиг. 2 показаны зависимости скорости нарастания возмущений  $\alpha_i$  от местного числа Рейнольдса  $Re_x$ , а на фиг. 3 — такие же зависимости для функций  $\ln a$ . На этих графиках штрихами показаны соответствующие зависимости для течения Блазиуса, а сплошными линиями — результаты расчетов с учетом ЭГД воздействия. Числа означают значения частотного параметра  $F \cdot 10^5$ , для которых проведены расчеты. Межэлектродному промежутку соответствует диапазон чисел Рейнольдса  $(1 \div 2,5) \cdot 10^6$ .

Согласно [11], переход на плоской пластине наступает при  $Re_x = 2,8 \cdot 10^6$ . Определяя значение  $\ln a_m$ , соответствующее этому числу Рейнольдса в случае течения Блазиуса, найдем для ЭГД пограничного слоя значение числа Рейнольдса перехода  $Re_x = 3,16 \cdot 10^6$ . Таким образом, согласно проведенным расчетам, в результате ЭГД воздействия можно ожидать повышения числа Рейнольдса перехода примерно на 13%.

Автор благодарит М. Н. Когана за постановку задачи и внимание к работе, В. В. Михайлова и А. М. Тумина — за обсуждение.

## ЛИТЕРАТУРА

1. *Bushnell D. M.* Turbulent Drag Reduction for External Flows.— AIAA—83—0227, 1983. 20p.
2. *Качанов Ю. С., Козлов В. В., Левченко В. Я.* Возникновение турбулентности в пограничном слое. Новосибирск: Наука, 1982. 151с.
3. *Ватажин А. Б., Грабовский В. И., Лихтер В. А., Шутьгин В. И.* Электрогазодинамические течения. М.: Наука, 1983. 344с.
4. *Гогосов В. В., Полянский В. А.* Электродинамика: задачи и приложения, основные уравнения, разрывные решения.— В кн.: Итоги науки и техники. Механика жидкости и газа. Т. 10. М.: ВИНТИ, 1976, с. 5—85.
5. *Ватажин А. Б.* Сглаживание разрывов электрического заряда в электродинамике в результате диффузионных процессов.— Изв. АН СССР, МЖГ, 1975, № 1, с. 59—67.
6. *Ван-Дайк М.* Методы возмущений в механике жидкости. М.: Мир, 1967. 310с.
7. *Ватажин А. Б., Грабовский В. И.* Распространение униполярно заряженных струй в гидродинамических потоках.— ПММ, 1973, т. 37, вып. 1, с. 57—64.
8. *Gaster M.* On the effects of boundary-layer growth on flow stability.— J. Fluid Mech., 1974, v. 66, No. 3, p. 465—480.
9. *Годунов С. К.* О численном решении краевых задач для систем линейных обыкновенных дифференциальных уравнений.— Успехи матем. наук, 1961, т. 16, вып. 3, с. 171—174.
10. *Левченко В. Я., Володин А. Г., Гапонов С. А.* Характеристики устойчивости пограничных слоев. Новосибирск: Наука, 1975. 313с.
11. *Schubauer G. B., Skramstad H. K.* Laminar boundary-layer oscillations and stability of laminar flow.— J. Aeronaut. Sci., 1947, v. 14, No. 2, p. 69—78.

Москва

Поступила в редакцию  
25.XI.1983