

УДК 533.6.011

## ЛОКАЛИЗАЦИЯ ГАЗОДИНАМИЧЕСКИХ ПРОЦЕССОВ И СТРУКТУРЫ ПРИ АДИАБАТИЧЕСКОМ СЖАТИИ ВЕЩЕСТВА В РЕЖИМЕ С ОБОСТРЕНИЕМ

Михайлов А. П., Степанова В. В.

Рассматривается адиабатическое сжатие газа с поршнем, давление на котором растет в режиме с обострением. Энтропия распределена по массе. Строится класс автомодельных решений ( $LS$ -режим) и исследуются его свойства. Показано, что эффективные размеры волны сжатия уменьшаются с течением времени и все газодинамические возмущения локализованы в конечной массе газа. Полученные решения характеризуются наличием структур (неоднородностей) плотности и температуры. Сжатие происходит без возникновения ударных волн.

Режимы с обострением, т. е. процессы, характеризующиеся обращением каких-либо величин в бесконечность за конечное время, обладают рядом необычных свойств: так, развитие режимов с обострением в сплошных средах сопровождается локализацией («инерцией») диффузионных процессов и образованием нестационарных диссипативных структур [1—3].

Еще одним примером является изоэнтропическое (оптимальное) сжатие конечной массы газа до сверхвысоких плотностей [2, 4—7]<sup>1</sup>. Такой процесс имеет место, если давление на сжимающем поршне растет по закону ( $S$ -режим)

$$P(0, t) = P_0 (t_f - t)^n, \quad n = -2\gamma(N + 1)/(2 + (N + 1)(\gamma - 1)); \\ t_0 \leq t \leq t_f$$

где  $N = 0, 1, 2$  — показатель геометрии,  $\gamma$  — показатель адиабаты,  $t_f$  — момент обострения.

Ниже для случая  $N = 0$  рассматривается задача об адиабатическом сжатии первоначально покоящегося холодного газа поршнем, давление на котором изменяется со временем по более общему закону с обострением при любом значении  $n < 0$ .

Другое обобщение состоит в том, что энтропия газа зависит от лагранжевой массовой координаты  $x \geq 0$  так, что  $P(x, t) = a_0 x^\delta \rho^\gamma$  при всех  $t_0 \leq t < t_f$ . Такое распределение энтропии в среде возникает, например, за фронтом ударной волны, движущейся по газу со скоростью, меняющейся со временем по степенному закону.

При  $n > -2\gamma/(\gamma + 1)$  ( $LS$ -режим) строятся автомодельные решения, соответствующие более «медленному» росту давления, чем в  $S$ -режиме ( $n = -2\gamma/(\gamma + 1)$ ). При помощи численных расчетов по программе «Флора» [8] показана устойчивость построенных решений.

**1. Постановка автомодельной задачи.** Исследуемые одномерные (плоские) нестационарные адиабатические течения газа описываются системой уравнений

$$(1.1) \quad \frac{\partial}{\partial t} \left( \frac{1}{\rho} \right) = \frac{\partial U}{\partial x}, \quad \frac{\partial U}{\partial t} = - \frac{\partial P}{\partial x}, \quad P = a_0 x^\delta \rho^\gamma, \quad t_0 \leq t < t_f$$

где  $x \geq 0$  — лагранжева массовая координата,  $U(x, t)$ ,  $\rho(x, t)$ ,  $P(x, t)$  — скорость, плотность и давление газа соответственно.

Газ приводится в движение поршнем, расположенным в точке  $x = 0$ , давление на котором меняется в режиме с обострением

$$(1.2) \quad P(0, t) = P_0 (t_f - t)^n, \quad n = \text{const} < 0, \quad t_0 \leq t < t_f$$

<sup>1</sup> См. также: Каждан Я. М. К вопросу об адиабатическом сжатии газа под действием сферического поршня.—Препринт Ин-та прикл. матем. АН СССР, М., 1975, № 89. 23 с.

Переход к задаче с граничными условиями по скорости обсуждается в конце п. 4.

В начальный момент газ неподвижен

$$(1.3) \quad U(x, t_0) = 0, \quad 0 \leq x \leq \infty$$

Для формулировки автомодельной задачи, как следует из анализа размерностей, необходимо положить  $t_0 = -\infty$  и исключить из начальных данных параметр давления (или плотности)

$$(1.4) \quad P(x, t) = a_0 x^{\delta} \rho^{\gamma}(x, t) \rightarrow 0, \quad t \rightarrow -\infty, \quad 0 \leq x \leq \infty$$

Автомодельная постановка соответствует тому, что поршень находится в начальный момент в бесконечно удаленной точке ( $r(0, t)$  — радиус поршня)

$$r(0, t) \rightarrow -\infty, \quad t \rightarrow -\infty$$

Решение задачи (1.1) — (1.4) в соответствии с теорией размерностей представляется в виде ( $t_f = 0$  без ограничения общности)

$$(1.5) \quad \begin{aligned} P(x, t) &= P_0 (-t)^n \pi(\xi), \quad \rho(x, t) = \rho_0 (-t)^k g(\xi), \quad U(x, t) = \\ &= U_0 (-t)^l v(\xi) \\ k &= ((2 - \delta)n - 2\delta)/(2\gamma + \delta), \quad l = ((\gamma - 1 + \delta)n + \delta)/(2\gamma + \delta) \\ U_0 &= (P_0^{\gamma-1+\delta} a_0)^{1/(2\gamma+\delta)}, \quad \rho_0 = (P_0^{2-\delta} a_0^{-2})^{1/(2\gamma+\delta)} \end{aligned}$$

а автомодельная координата

$$(1.6) \quad \xi = x/(x_0 (-t)^m), \quad x_0 = (P_0^{\gamma+1} a_0^{-1})^{1/(2\gamma+\delta)}, \quad m = ((\gamma + 1)n + 2\gamma)/(2\gamma + \delta)$$

Задача переходит в следующую задачу для автомодельных функций:

$$(1.7) \quad \begin{aligned} m\xi g' + g^2 v' &= kg, \quad \gamma \xi^{\delta} g^{\gamma-1} g' + m\xi v' = lv - \delta g^{\gamma} \xi^{\delta-1}, \quad \pi = \xi^{\delta} g^{\gamma} \\ \pi(0) &= 1, \quad \pi(\xi_f) = v(\xi_f) = 0 \quad (0 < \xi_f \leq \infty) \end{aligned}$$

Здесь  $\xi_f$  — координата фронта волны, т. е. точки, отделяющей область, пришедшую в движение от невозмущенного газа.

Ищется непрерывное неотрицательное решение задачи (1.7).

Функции  $\pi(\xi)$ ,  $v(\xi)$  ограничены и неотрицательны при всех  $0 \leq \xi \leq \infty$ , функция  $g(\xi)$  равна либо нулю ( $\delta < 0$ ), либо бесконечности ( $\delta > 0$ ) в точке  $\xi = 0$ .

Отметим, что поставленная задача может рассматриваться и в случае, если  $t_0 > -\infty$ , если  $P(x, t_0)$ ,  $U(x, t_0)$  заданы в виде (1.5), где функции  $\pi(\xi)$ ,  $v(\xi)$  удовлетворяют задаче (1.7).

**2. Условия существования решения.** Анализ задачи (1.7) дает следующие асимптотики: в окрестности поршня ( $\xi = 0$ )

$$(2.1) \quad \begin{aligned} g(\xi) &= \xi^{-\delta/\gamma} (1 + C_{g2} \xi + \dots) \\ v(\xi) &= v(0) + \frac{n}{\gamma + \delta} \xi^{(\gamma+\delta)/\gamma} + \dots \\ \pi(\xi) &= 1 + C_{\pi2} \xi + C_{\pi3} \xi^{(2\gamma+\delta)/\gamma} + \dots \\ v(0) &= C_{\pi2}/l > 0, \quad C_{g2} = C_{\pi2}/\gamma \end{aligned}$$

в окрестности фронта ( $\xi_{fr} = \infty$ , предположение о том, что  $\xi_{fr} < \infty$  приводит к противоречию)

$$(2.2) \quad \begin{aligned} g(\xi) &= \xi^{k/m} (C_{g1} + C_{g2} \xi^{-1/m} + \dots) \\ v(\xi) &= \xi^{l/m} (C_{v1} + C_{v2} \xi^{-1/m} + \dots) \\ \pi(\xi) &= \xi^{n/m} (C_{\pi1} + C_{\pi2} \xi^{-1/m} + \dots) \\ C_{v1} &= 2mC_{g3}/(lC_{g1}^2), \quad C_{v2} = nC_{g1}^{\gamma}/m \end{aligned}$$

Постоянные при первых членах разложения (2.2) положительны, при вторых — отрицательны. Их значения зависят от  $n$ ,  $\delta$ ,  $\gamma$  и находятся из численного решения задачи (1.7).

Из граничных условий в (1.7) и асимптотик (2.1), (2.2) следуют необходимые условия существования решений

$$(2.3) \quad \delta > -\gamma, k < 0, l < 0, m > 0$$

Решения задачи разделяются по знаку параметра  $m$ . Случай  $m = 0$  (разделение переменных) соответствует  $S$ -режиму, случай  $m > 0$  —  $LS$ -режиму. При  $m < 0$  ( $HS$ -режим по терминологии [1—3]) решения не существует.

Как показывает вычислительный эксперимент, класс граничных  $HS$ -режимов характеризуется тем, что их взаимодействие на среду формирует волну сжатия (с необходимостью содержащую в себе разрыв), которая при  $t \rightarrow t_f$  охватывает все вещество, локализация отсутствует.

### 3. Построение решения. Заменой переменных

$$(3.1) \quad \eta = \ln \xi, \quad \pi(\xi) = \xi^{(2\gamma+\delta)/(\gamma+1)} P(\eta), \\ g(\xi) = \xi^{(2-\delta)/(\gamma+1)} G(\eta), \quad v(\xi) = \xi^{(\gamma-1+\delta)/(\gamma+1)} V(\eta)$$

система для автомодельных функций  $g$ ,  $v$ ,  $\pi$  приводится к виду, автономному относительно переменной  $\xi$

$$(3.2) \quad dV/d\eta = \Delta_V/\Delta, \quad dG/d\eta = \Delta_G/\Delta \\ \Delta_V = \frac{\gamma-1+\delta}{\gamma+1} \gamma V G^{\gamma+1} - \frac{\gamma-1}{\gamma+1} mV - nG^\gamma \\ \Delta_G = \frac{2\gamma+\delta}{\gamma+1} G^{\gamma+2} - \frac{2m}{\gamma+1} G - lVG^2, \quad \Delta = m^2 - \gamma G^{\gamma+1}$$

Задача (1.7) сводится к обыкновенному дифференциальному уравнению первого порядка

$$(3.3) \quad dV/dG = \Delta_V/\Delta_G$$

с граничными условиями  $V(G=0) = 0$ ;  $V(G=\infty) = \infty$ ,  $\delta > 1 - \gamma$ ;  $V(G=\infty) = 0$ ,  $-\gamma < \delta < 1 - \gamma$ , которые получены с учетом соотношений (2.2), (2.3).

Каждому значению переменной  $\eta$  (или  $\xi$ ) должно соответствовать единственное значение решения (функций  $V$  и  $G$ ), следовательно, функции  $\eta(V)$  и  $\eta(G)$  на решении должны быть монотонны:

$$d\eta/dG \neq 0, \quad d\eta/dV \neq 0, \quad G \geq 0, \quad V \geq 0$$

Искомое решение, соединяющее в плоскости  $VG$  точки  $G=0$  и  $G=\infty$  (см. (3.3)), с необходимостью проходит через линию  $G_* = (m^2/\gamma)^{1/(\gamma+1)}$ , на которой произведение  $d\eta/dG$  и  $d\eta/dV$  меняют знак, кроме точек, где  $\Delta_V = 0$ ,  $\Delta_G = 0$ . Следовательно, для однозначности необходимо, чтобы решение проходило через особую точку  $F_1$  уравнения (3.3), определяемую условиями

$$(3.4) \quad \Delta_G = \Delta_V = \Delta = 0 \\ F_1 = \{G_* = (m^2/\gamma)^{1/(\gamma+1)}, V_* = mn/(\gamma l G_*)\}$$

Точка  $F_1$  имеет тип седла с критическими направлениями

$$(3.5) \quad U_{1,2} = (dV/dG)_{1,2} = [m(n(\gamma+1) + 4\gamma + \delta)/(2\gamma + \delta) \pm \\ \pm [m^2(n(\gamma+1) + 4\gamma + \delta)^2/(2\gamma + \delta)^2 - 4m^2n(n(\gamma-1) + \\ + \delta) + 2\gamma + \delta - 2)/\gamma]^{1/2}/(2lG_*^2)$$

Точки фронта волны и поршня являются особыми точками уравнения (3.3).

Фронт волны находится в точке  $A$  ( $G = 0, V = 0$ ), узловой для любых значений параметров  $n, \delta, \gamma > 1$ . Интегральные кривые в окрестности фронта имеют вид

$$V = C_1(n, \delta, \gamma) G^{(\gamma-1)/2} + C_2(n, \delta, \gamma) G^\gamma + \dots$$

Поршню при  $-\gamma < \delta < 1 - \gamma$  соответствует точка  $B$  ( $V = 0, G = \infty$ ). При данных значениях  $\delta$  точка  $B$  — узел. Решение входит в особую точку вдоль оси  $OG$

$$V = C_1(n, \delta, \gamma) G^\lambda + n/(\gamma + \delta) G^{-1} + \dots, \quad \lambda = \gamma(\gamma - 1 + \delta)/(2\gamma + \delta)$$

При  $\delta > 1 - \gamma$  поршень находится в точке  $C$  ( $V = \infty, G = \infty$ ) — сложной особой точке. Интегральные кривые вблизи точки имеют вид

$$(3.6) \quad V = 1/lG^\gamma + O(G^\mu), \quad \mu = \gamma(\delta - 2)/(\gamma - 1 + \delta);$$

$$V = C(n, \delta, \gamma) G^\lambda$$

где  $C(n, \delta, \gamma)$  находится из численного решения задачи. Граничному условию удовлетворяет вторая из кривых (3.6).

На основании исследования областей монотонности и поведения решения вблизи особых точек строится поле интегральных кривых. Решение задачи должно соединять точки, соответствующие поршню и фронту, и проходить через точку  $F_1$  (см. (3.4)). Этим условиям удовлетворяет одна из сепаратрис точки  $F_1$ , которая и является искомым решением.

Поле интегральных кривых для случая  $-\gamma < \delta < 1 - \gamma$ ,  $-2\gamma/(\gamma + 1) < n < 2\delta/(2 - \delta)$  представлено на фиг. 1. Сплошной линией показано решение, штрихами — изоклины нуля ( $V_0$ ) и бесконечности ( $V_\infty$ ), штрихпунктиром — линия  $G_* = (m^2/\gamma)^{1/(\gamma+1)}$ .

Построение в плоскости  $VG$  областей монотонности функций  $g, v, \pi, T$  приводит к следующему результату.

Давление и скорость — монотонно убывающие функции автомодельной переменной  $\xi$  и, тем самым, массовой координаты  $x$ . Плотность (температура) — немонотонная функция координаты  $x$  при  $\delta < 0$  ( $\delta > 0$ ). Плотность и температура имеют не более одного максимума, что следует из третьего уравнения системы (1.1).

Таким образом, справедлива

**Теорема.** Решение задачи (1.7) существует и единственно при  $\delta > -\gamma$  и  $-2\gamma/(\gamma + 1) < n < -\delta/(\gamma - 1 + \delta)$  ( $\delta > 1 - \gamma$ ),  $-2\gamma/(\gamma + 1) < n < 2\delta/(2 - \delta)$  ( $-\gamma < \delta < 1 - \gamma$ ). Краевые условия в (1.7) выполняются при  $\xi_{fr} = \infty$ . Функции  $\pi(\xi), v(\xi)$  монотонны, функция  $g(\xi)$  ( $T(\xi)$ ) монотонна при  $\delta > 0$  ( $\delta < 0$ ) и имеет единственный максимум при  $\delta < 0$  ( $\delta > 0$ ). При  $n < -2\gamma/(\gamma + 1)$  и  $n > -\delta/(\gamma - 1 + \delta)$  ( $\delta > 1 - \gamma$ ),  $n > 2\delta/(2 - \delta)$  ( $-\gamma < \delta < 1 - \gamma$ ) решение не существует.

**Замечания.** 1°. В зависимости от величины  $\delta$  решение существует не при всех отвечающих  $LS$ -режиму значениях  $n$ .

2°. Радиус поршня  $r(0, t)$  меняется от  $-\infty$  (в «начальный» момент времени  $t = -\infty$ ) до нуля (в момент фокусировки).

На фиг. 2 приведены графики функций  $g(\xi), \pi(\xi)$  для  $n = -1,22$ ,  $\delta = -1,2$ ,  $\gamma = 5/3$ , полученные при помощи численного расчета задачи (1.7) при  $t_1 = -0,40$  (светлые точки),  $t_2 = -1,02 \cdot 10^{-2}$  (темные точки) и  $t_4 = -9,05 \cdot 10^{-4}$  (крестики).

**4. Физические свойства решений. Сокращение эффективных размеров.** Эффективные размеры волны (полуширина и другие точки с фиксированной

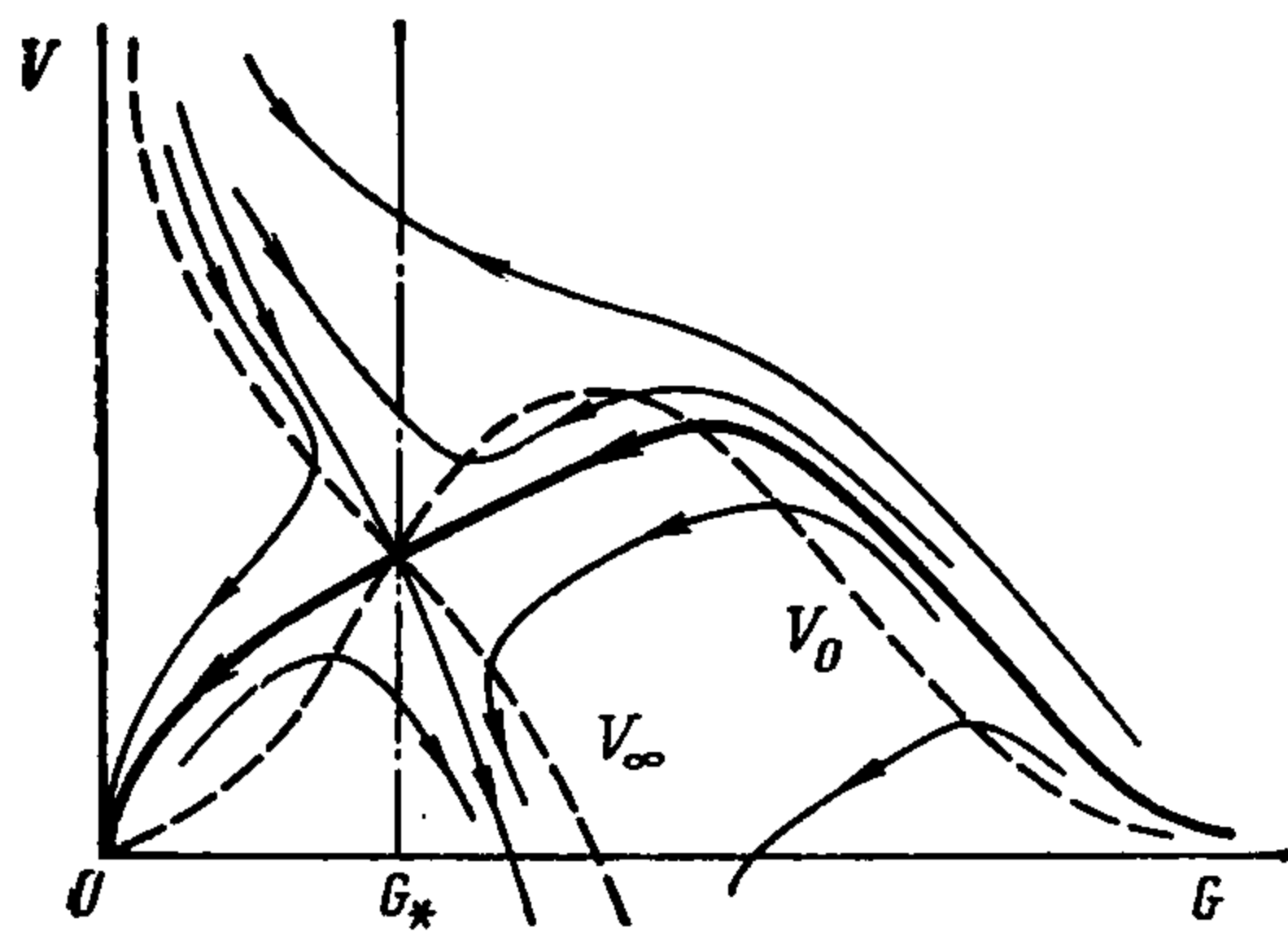
автомодельной координатой, например положение максимумов) сокращаются с течением времени, приближаясь к поршню по закону

$$(4.1) \quad x_{ef} \sim \xi_{ef} (-t)^m \rightarrow 0, \quad t \rightarrow -0 \quad (P(x_{ef}(t), t) = 1/2 P(0, t))$$

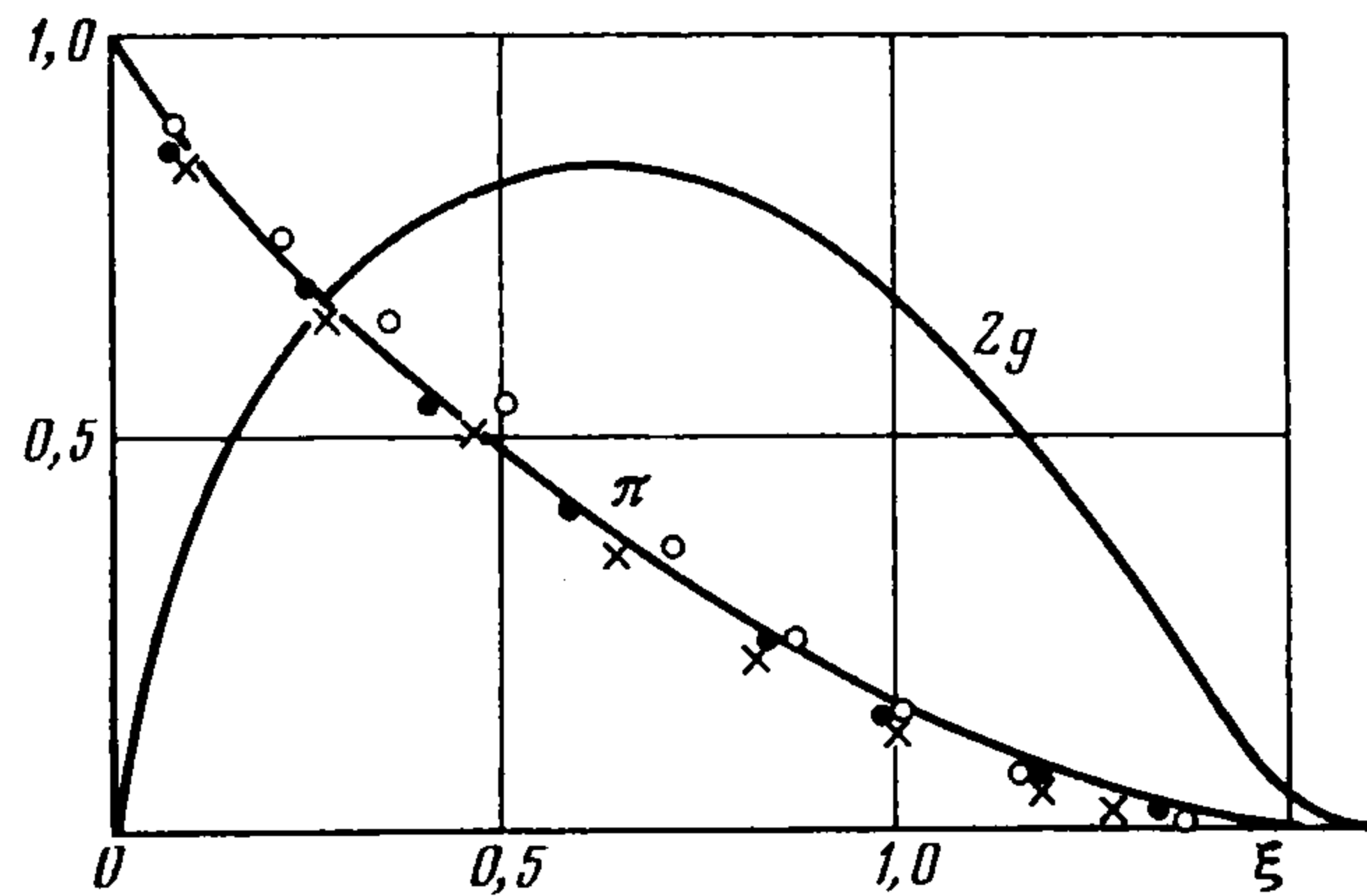
Фронт волны сжатия находится в бесконечно удаленной точке, что не противоречит конечной скорости возмущений, так как от момента начала процесса  $t_0 = -\infty$  к моменту  $t > t_0$  проходит бесконечное время. В противном случае возмущенная область сокращалась бы с течением времени.

Энергия, сообщаемая газу поршнем, поступает во все уменьшающуюся область.

В окрестности начального момента времени вблизи поршня (фронта) содержится при  $n > -2(\gamma + \delta)/(3\gamma - 1 + \delta)$  конечная (бесконечная),



Фиг. 1



Фиг. 2

при  $-2\gamma/(\gamma + 1) < n < -2(\gamma + \delta)/(3\gamma - 1 + \delta)$  бесконечная (конечная) энергия.

При приближении к моменту фокусировки энергия вкладывается в сокращающуюся область газа вблизи поршня: при  $n > -2(\gamma + \delta)/(3\gamma - 1 + \delta)$  энергия конечна, при  $-2\gamma/(\gamma + 1) < n < -2(\gamma + \delta)/(3\gamma - 1 + \delta)$  — бесконечна. Эти результаты следуют из соотношений (2.1), (2.2) и уравнения энергии

$$\frac{\partial}{\partial t} (1/(\gamma + 1) P + \rho U^2/2) = - \frac{\partial}{\partial r} (PU)$$

Волна содержит в себе «звуковую» точку, в которой лагранжева скорость звука равна скорости распространения фиксированного автомодельного состояния (в плоскости  $VG$  ей соответствует особая точка  $F_1$  на «звуковой» линии  $G_* = (m^2/\gamma)^{1/(\gamma+1)}$ ). Между «звуковой» точкой и фронтом течение — «сверхзвуковое», между поршнем и особенностью — «дозвуковое». В отличие от режимов без обострения звуковая особенность проходит непрерывным образом.

*Предельные кривые и локализация.* Давление и скорость на поршне растут в режиме с обострением. Несмотря на это, имеет место локализация газодинамических процессов.

Действительно, для каждого фиксированного  $0 < x^* < \infty$  величина  $\xi^* = x^*/(x_0 (-t)^m) \rightarrow \infty$  при  $t \rightarrow -0$ . Тогда, воспользовавшись соотношением (2.2), получаем асимптотики при  $t \rightarrow -0$

$$(4.2) \quad \begin{aligned} P(x, t) &= C_{P1} x^{n/m} + C_{P2} x^{(n-1)/m} (-t) + \dots, \quad C_{P2} < 0 \\ U(x, t) &= C_{u1} x^{l/m} + C_{u2} x^{(l-1)/m} (-t) + \dots, \quad C_{u2} < 0 \\ R(x, t) &= C_{R1} x^{(l+1)/m} + C_{R2} x^{l/m} (-t) + \dots, \quad C_{R2} < 0 \end{aligned}$$

Здесь  $R(x, t)$  — расстояние от поршня до точки с массовой координатой  $x$ .

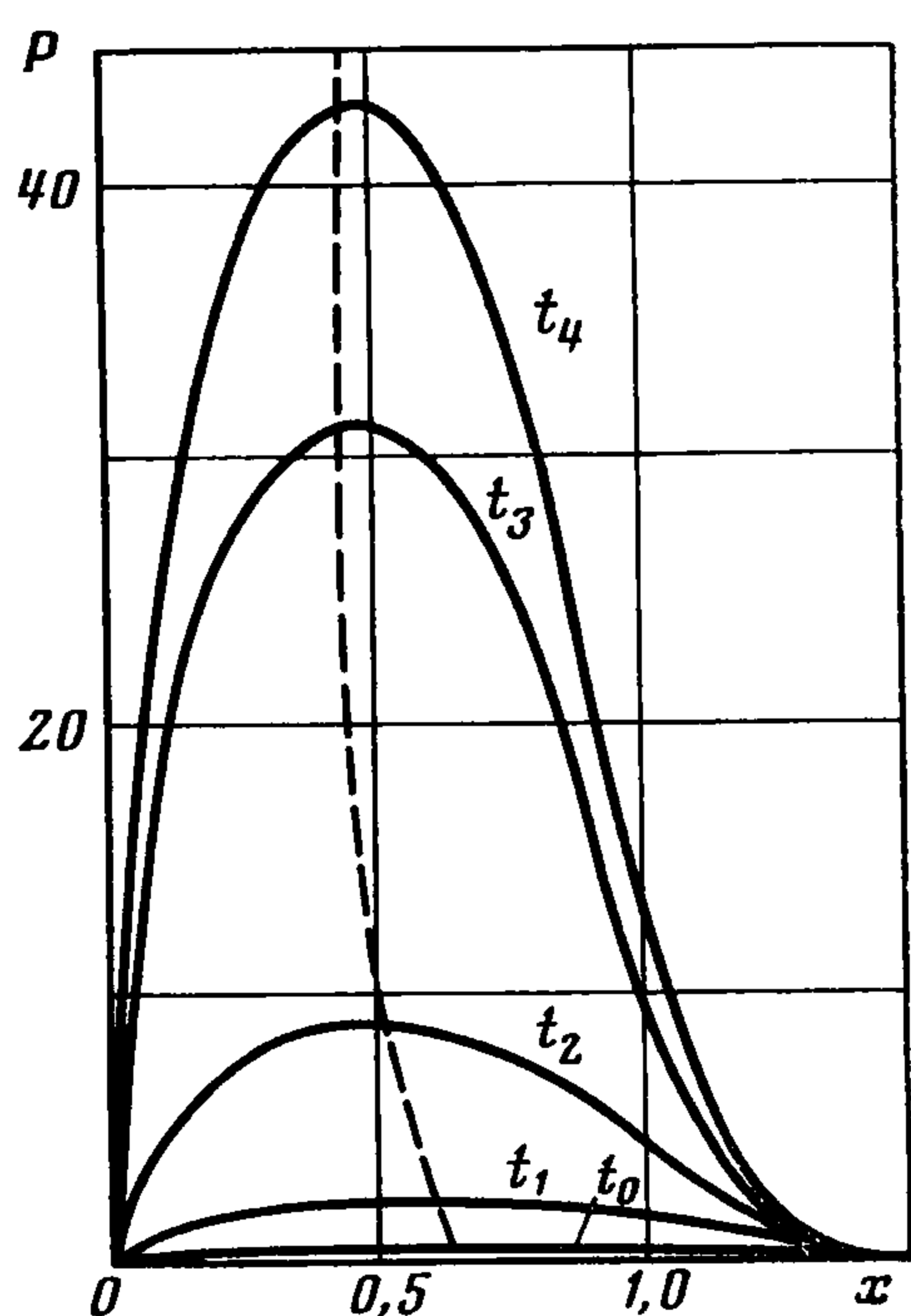
Из системы (1.1) и монотонности функций  $\pi$ ,  $v$  следует, что при фиксированном  $x^*$  все величины  $\rho$ ,  $U$ ,  $P$ ,  $T$  монотонны по времени.

Таким образом, в  $LS$ -режиме для каждой из функций  $\rho$ ,  $U$ ,  $P$ ,  $T$  существует своя предельная кривая; другими словами, любая функция ограничена сверху некоторой константой. При  $t \rightarrow -0$  решение приближается к предельной кривой снизу по закону (4.2). В  $LS$ -режиме имеет место локализация газодинамических процессов — любое фиксированное физическое состояние не проникает далее некоторой конечной массы газа.

*Газодинамические структуры.* Распределение энтропии по массе вещества обуславливает наличие в волне сжатия локализованных максимумов плотности или температуры (газодинамических структур).

Максимумы структур стягиваются к поршню с течением времени по закону, аналогичному (4.1). Структуры плотности существуют при  $\delta < 0$ , структуры температуры — при  $\delta > 0$ . При  $\delta = 0$  все функции монотонны и структуры отсутствуют.

Степень сжатия (нагрева) участка среды определяется его энтропией и давлением в нем. Поэтому, как показывают построенные решения, при монотонном профиле давления в волне сжатия можно достичь больших



Фиг. 3

плотностей (температур) в областях с меньшим давлением. Внутренней причиной существования структур является локализация («инерционность») газодинамических процессов, проявляющаяся при развитии в среде режимом с обострением [9, 10]<sup>2</sup>, что объединяет их с нестационарными диссипативными структурами [3].

*Пример численного расчета.* Численные расчеты для системы (1.1) (фиг. 3) иллюстрируют устойчивость построенных решений. В качестве начальных данных взяты профили величин, близкие к автомодельному решению задачи при  $n = -1,22$ ,  $\gamma = 5/3$ ,  $\delta = -1,2$  (см. фиг. 2) в момент времени  $t_0 = -1$  ( $a_0 = P_0 = 1$ ).

На фиг. 3 показано распределение плотности газа по массе в различные моменты времени  $t_0 = -1$ ,  $t_1 = -0,40$ ,  $t_2 = -1,02 \cdot 10^{-2}$ ,  $t_3 = -1,46 \cdot 10^{-3}$ ,

$t_4 = -9,05 \cdot 10^{-4}$ , штриховой линией обозначено положение максимумов. На фиг. 2 приведены профили автомодельной функции  $\pi$  (давления), полученные при обработке численного решения задачи (1.1) — (1.4) в соответствии с соотношениями (1.5) в различные моменты времени. Полученные результаты показывают, что автомодельный профиль давления воспроизводится при росте давления на поршне в  $10^4$  раз.

*Задача со скоростью на поршне.* Если на поршне задано изменение скорости в режиме с обострением

$$U = U_0 (-t)^{n_v}, \quad n_v < 0, \quad U_0 > 0$$

то такая задача эквивалентна рассмотренной. Переход осуществляется простым пересчетом по формулам

$$m = \frac{(\gamma + 1)n_v + \gamma + 1}{\gamma - 1 + \delta}, \quad n = \frac{(2\gamma + \delta)n_v - \delta}{\gamma - 1 + \delta}, \quad k = \frac{(2 - \delta)n_v - \delta}{\gamma - 1 + \delta}$$

<sup>2</sup> См. также: Демидов М. А., Михайлов А. П. Локализация и структуры при адиабатическом сжатии конечной массы газа в режиме с обострением. — Препринт Ин-та прикл. матем. АН СССР. М., 1983, № 8. 24 с.;

Михайлов А. П., Степанова В. В. Локализация и структуры при автомодельном сжатии адиабатического газа в режиме с обострением. — Препринт Ин-та прикл. матем. АН СССР. М., 1982, № 118. 26 с.

Решение исходной задачи (с полностью аналогичными свойствами) будет соответственно существовать при следующих значениях параметров  $n_v$  и  $\delta$ :  $\delta/(2 - \delta) < n_v < (1 - \gamma)/(1 + \gamma)$ ,  $-\gamma < \delta < 1 - \gamma$ ;  $(1 - \gamma)/(\gamma + 1) < n_v < 0$ ,  $\delta > 1 - \gamma$ .

«Обращение» решений во времени. Пусть поршень выдвигается из газа, причем  $P(0, t) = P_0(-t)^n$ , а время меняется в диапазоне от  $t = t_0$  до  $t = -\infty$ , что эквивалентно соотношению  $P(0, t) = P_0 t^n$ ,  $0 \leq t_0 < \infty$ .

Если в качестве начальных данных взять решение задачи (1.7) при  $t = t_0$ , поменяв при этом знак скорости, то пространственные профили величин в обеих задачах совпадают. Решение представляет собой волну разрежения с увеличивающейся по автомодельному закону полушириной. Если  $t_0 = 0$ , то начальными данными являются предельные кривые (4.2).

Обращение решений в случае  $S$ -режима рассматривалось в [11].

Полученные решения характеризуются отсутствием разрывов, сокращением эффективных размеров волны сжатия, локализацией газодинамических возмущений, которая состоит в том, что состояние с любой фиксированной величиной (давлением, скоростью, плотностью) не проникает далее некоторой конечной массы газа, хотя на поршне давление неограниченно возрастает при  $t \rightarrow t_f$ . Любая величина при  $x > 0$  ограничена сверху соответствующей предельной кривой.

Решения содержат в себе газодинамические структуры (локализованные максимумы) плотности ( $\delta < 0$ ) или температуры ( $\delta > 0$ ), причем при  $t \rightarrow t_f$  максимумы стягиваются к поршню. При  $\delta = 0$  (изоэнтропический случай [9]) структуры отсутствуют. Давление и скорость монотонны при любых значениях  $\delta$ .

При  $n < -2\gamma/(\gamma + 1)$  (более «быстрый»  $HS$ -режим) автомодельное решение поставленной задачи не существует. Локализация и структуры в случае  $S$ -режима изучались в [10].

Указанные свойства решений принципиально отличают их от режимов без обострения [12—15] и открывают возможность реализации разнообразных по своему физическому характеру способов сжатия вещества и управления этим процессом.

Результаты данной работы и работ [9, 10]<sup>3</sup> позволяют также сделать вывод о том, что, несмотря на разную природу диффузионных и газодинамических процессов, существуют общие закономерности режимов с обострением в сплошных средах.

Авторы признательны А. А. Самарскому и С. П. Курдюмову за внимание к работе и обсуждения.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Самарский А. А., Змитренко Н. В., Курдюмов С. П., Михайлов А. П. Эффект метастабильной локализации тепла в среде с нелинейной теплопроводностью.— Докл. АН СССР, 1975, т. 223, № 6, с. 1344—1347.
2. Змитренко Н. В., Курдюмов С. П.  $N$ - и  $S$ -режимы автомодельного сжатия конечной массы плазмы и особенности режимов с обострением.— ПМТФ, 1977, № 1, с. 3—23.
3. Галактионов В. А., Курдюмов С. П., Михайлов А. П., Самарский А. А. Локализация тепла в нелинейных средах.— Дифференц. уравнения, 1981, т. 17, № 10, с. 1826—1841.
4. Змитренко Н. В., Курдюмов С. П. Автомодельные режимы сжатия плазмы поршнем.— В кн.: Тепло- и массоперенос. Т. 8. Минск: Изд-е Ин-та тепло- и массообмена АН БССР, 1972, с. 432—439.
5. Змитренко Н. В., Курдюмов С. П. Автомодельный режим сжатия конечной массы плазмы.— Докл. АН СССР, 1974, т. 218, № 6, с. 1306—1309.

<sup>3</sup> См. также работы, цитируемые в сноске <sup>2</sup>.

6. *Kidder R. E.* Theory of homogeneous isentropic compression and its application to laser fusion.— Nucl. Fusion, 1974, v. 14, No. 1, p. 53—60.
7. *Забабахин И. Е., Симоненко В. А.* Сферическая центрированная волна сжатия.— ПММ, 1978, т. 42, № 3, с. 573—576.
8. *Гайфулин С. А., Захаров А. В., Змитренко Н. В., Карпов В. Я., Михайлов А. П., Мищенко Т. В., Самарский А. А.* Программный комплекс для расчета уравнений одномерной газовой динамики с теплопроводностью.— В кн.: Пакеты прикладных программ: Вычислительный эксперимент. М.: Наука, 1983.
9. *Ануфриева М. А., Михайлов А. П.* Локализация газодинамических процессов при изоэнтропическом сжатии газа в режиме с обострением.— Дифференц. уравнения, 1983, т. 19, с. 483—491.
10. *Ануфриева М. А., Демидов М. А., Михайлов А. П., Степанова В. В.* Режимы с обострением в задачах газовой динамики.— В кн.: Математические модели, аналитические и численные методы в теории переноса. Минск: Изд-е Ин-та тепло- и массообмена АН БССР, 1982, с. 19—25.
11. *Zmitrenko N. V., Kurdyumov S. P.* Plasma finite mass compression and rarefaction regimes permitting a time-reverse in dissipative medium.— In: 10th Europ. Conf. on Control. fusion and plasma physics. Moscow, 1981, v. 1, p. F-16.
12. *Крашенинникова Н. Л.* О неустановившемся движении газа, вытесняемого поршнем.— Изв. АН СССР, ОТН, 1955, № 8, с. 22—26.
13. *Кочина Н. Н., Мельникова Н. С.* О неустановившемся движении газа, вытесняемого поршнем без учета противодействия.— ПММ, 1958, т. 22, вып. 4, с. 444—451.
14. *Григорян С. С.* Задача Коши и задача о поршне для одномерных неустановившихся движений газа (автомодельные движения).— ПММ, 1958, т. 22, вып. 2, с. 179—187.
15. *Седов Л. И.* Методы подобия и размерности в механике. М.: Наука, 1965. 386 с.

Москва

Поступила в редакцию  
10.II.1984