Прикладная математика и механика. Том 48, вып. 4, 1984

УДК 62—50

ЗАДАЧА ОБ УПРАВЛЕНИИ В УСЛОВИЯХ НЕПОЛНОЙ ИНФОРМАЦИИ

Красовский Н. Н.

Рассматривается одна задача об управлении дифференциальной системой в условиях неполной информации о помехе и фазовых состояниях объекта. Задача формализуется как проблема управления эволюционной системой, состояния которой определяются информационной переменной, и решается методом программного стохастического синтеза [1, 2]. Цель статьи — проиллюстрировать приложение данного метода к подобным задачам.

1. Рассмотрим управляемый объект, состояние которого в текущий момент времени t определяется n-мерным фазовым вектором $x[t] = \{x_i[t],\ i = 1, \ldots, n\}$. Объект подвержен двум воздействиям: управлению $u[t]$ и помехе $v[t]$. Управление — r-мерный вектор $u = \{u_j,\ j = 1, \ldots, r\}$, помеха — s-мерный вектор $v = \{v_j,\ j = 1, \ldots, s\}$. Значения n, r и s могут быть любыми фиксированными натуральными числами. Векторы трактуем как векторы-столбцы. Движение объекта $x[t_0[\cdot]\vartheta] = \{x[t],\ t_0 \leqslant t \leqslant \vartheta\}$ осуществляется в пределах заданного отрезка времени $t_0 \leqslant t \leqslant \vartheta$. Оно определяется дифференциальным уравнением

$$x^{\cdot} = A(t)x + B(t)u + C(t)v \tag{1.1}$$

где $A(t)$, $B(t)$, $C(t)$ — непрерывные матрицы-функции. Движение может начаться из любой позиции $\{t_0, x_0\}$. Допустимы измеримые по Борелю реализации управления $u(t_0[\cdot]\vartheta] = \{u[t],\ t_0 < t \leqslant \vartheta\}$ и помехи $v(t_0[\cdot]\vartheta] = \{v[t],\ t_0 < t \leqslant \vartheta\}$. Каждая допустимая реализация ограничена по модулю при $t_0 < t \leqslant \vartheta$ своей постоянной. Для реализации процесса $\{x[t_0[\cdot]\vartheta],\ u(t_0[\cdot]\vartheta],\ v(t_0[\cdot]\vartheta]\}$ предлагается показатель качества

$$\gamma_x = |x[\vartheta]| + \int_{t_0}^{\vartheta} [\Phi(t, u[t]) - \Psi(t, v[t])]\,dt \tag{1.2}$$

Здесь $\Phi(t, u)$ и $\Psi(t, u)$ — непрерывные по t определенно-положительные квадратичные формы, $|x|$ — евклидова норма вектора x.

Содержательно задача состоит в формировании управления $u[t]$, при котором получается возможно меньшее значение γ_x.

Примем, что информация о состояниях $x[t]$ доставляется с искажением некоторой n-мерной векторной переменной $x^*[t]$. Полагаем также, что возможно запоминание выработанного управления $u[t]$. Введем переменную

$$q[t] = x^*[t] - \int_{t_0}^{t} X[t, \tau] B(\tau) u[\tau]\,d\tau \tag{1.3}$$

которую назовем информационной помехой. Здесь $X[t, \tau]$ — фундаментальная матрица решений для однородного уравнения $x^{\cdot} = A(t)x$.

В качестве информационной переменной выберем величину

$$y[t] = \{q[t_0[\cdot]t],\ u(t_0[\cdot]t]\} \tag{1.4}$$

Она складывается из реализаций информационной помехи $q[t_0[\cdot]t] = \{q[\tau],\ t_0 \leqslant \tau \leqslant t\}$ и управления $u(t_0[\cdot]t] = \{u[\tau],\ t_0 < \tau \leqslant t\}$, которые осуществились к моменту t. Допустим кусочно-непрерывные реализации $q[t_0[\cdot]\vartheta]$.

Назовем стратегией $u(\cdot)$ функцию

$$u(\cdot) = \{u(y[t], \varepsilon),\ t_0 \leqslant t < \vartheta,\ \varepsilon > 0\} \tag{1.5}$$

определенную для каждого $t \in [t_0, \vartheta)$ для всех возможных значений $y[t]$ и постоянных $\varepsilon > 0$. Закон управления U для отрезка времени $t_* \leqslant t \leqslant \vartheta$, $t_* \in [t_0, \vartheta)$ определим как совокупность трех компонент

$$U = [u(\cdot), \varepsilon, \Delta\{t_i\}] \tag{1.6}$$

где $\Delta\{t_i\}$ — разбиение отрезка $[t_*, \vartheta]$ точками

$$t_i,\ i = 1, \ldots, k+1;\ t_1 = t_*,\ t_{i+1} > t_i,\ t_{k+1} = \vartheta$$

Движение объекта $x[t_*[\cdot]\vartheta] = \{x[t],\ t_* \leqslant t \leqslant \vartheta\}$, порожденное законом управления U (1.6) из позиции $\{t_*, x_*\}$, определяется как решение пошагового дифференциального уравнения

$$\dot{x}[t] = A(t)x[t] + B(t)u(y[t_i], \varepsilon) + C(t)v[t],\ t_i < t \leqslant t_{i+1},\ i = 1, \ldots, k \tag{1.7}$$

при начальном условии $x[t_*] = x_*$. Этому движению x-объекта отвечает движение $y[t_*[\cdot]\vartheta]$ информационной y-системы, состояния которой описываются переменной $y[t]$ (1.4). При этом компоненты $q[t_0[\cdot]t_*]$ и $u(t_0[\cdot]t_*]$ исходного состояния $y[t_*]$ могут оказаться теми или иными в зависимости от предыдущей эволюции системы.

Формализуем теперь задачу как проблему управления y-системой. В зависимости от условий наблюдения x-объекта эту формализацию можно строить так или иначе. Предположим, что искажение $x^*[t] - x[t]$ оценивается на отрезке $[t_0, \vartheta]$ в среднем квадратичном. Тогда в согласии с (1.2) назначим для y-системы показатель качества

$$\gamma_y(y[\vartheta]) = \sup_{x[\cdot],\, v[\cdot]} [|x[\vartheta]| + \int_{t_0}^{\vartheta} [\Phi(t, u[t]) - \Psi(t, v[t]) - F(t, x^*[t] - x[t])]\,dt - F(t_0, x^*[t_0] - x[t_0])] \tag{1.8}$$

Здесь $F(t, x)$, $t \in [t_0, \vartheta]$ — непрерывная по $t \in (t_0, \vartheta]$ определенно-положительная квадратичная форма. Верхняя грань в (1.8) вычисляется по всем возможным движениям $x[\cdot] = x[t_0[\cdot]\vartheta]$ и реализациям помехи $v[\cdot] = v(t_0[\cdot]\vartheta]$.

Для исходного состояния $y[t_*]$ и закона управления U (1.6) назовем гарантированным результатом величину

$$\rho(U; y[t_*]) = \sup_{y[\vartheta]} \gamma_y(y[\vartheta]) \tag{1.9}$$

где верхняя грань вычисляется по всем возможным реализациям $y[\vartheta]$, продолжающим исходное состояние $y[t_*]$. При этом управление $u[t]$ при $t > t_*$ формируется по закону U (1.6).

Гарантированным результатом для стратегии $u(\cdot)$ (1.5) для исходного состояния $y[t_*]$ назовем величину

$$\rho(u(\cdot); y[t_*]) = \overline{\lim_{\varepsilon\to 0}}\, \lim_{\delta\to 0}\, \sup_{U_\delta} \rho(U_\delta; y[t_*]) \tag{1.10}$$

где верхняя грань вычисляется по всем законам управления $U = U^\delta$ (1.6), которые отвечают данной стратегии $u(\cdot)$, назначенному $\varepsilon > 0$ и разбиения которых $\Delta_\delta\{t_i\}$ удовлетворяют условию $t_{i+1} - t_i \leqslant \delta$, $i = 1, \ldots, k$.

Назовем оптимальной стратегию $u^0(\cdot)$, удовлетворяющую равенству

$$\rho(u^0(\cdot); y[t_*]) = \min_{u(\cdot)} \rho(u(\cdot); y[t_*]) \tag{1.11}$$

для всякого возможного исходного состояния $y[t_*]$.

Задача состоит в построении оптимальной стратегии $u^0(\cdot)$. В более слабой постановке можно сформулировать задачу об оптимальном гарантированном результате

$$\rho^0(y[t_*]) = \inf_{u(\cdot)} \rho(u(\cdot); y[t_*]) \tag{1.12}$$

2. Преобразуем показатель γ_y (1.8). Имеем согласно формуле Коши

$$x[t] = X[t,\tau]x[\tau] + \int_\tau^t X[t,\nu](B(\nu)u[\nu] + C(\nu)v[\nu])\,d\nu \tag{2.1}$$

$$t_0 \leqslant \tau \leqslant \vartheta, \quad t_0 \leqslant t \leqslant \vartheta$$

Из (1.3), (1.8) и (2.1) получаем равенство

$$\begin{aligned}\gamma_y(y[\vartheta]) = \sup_{x[v],\, v[\cdot]} \Big[|x[\vartheta]| + \int_{t_0}^{\vartheta} [\Phi(t, u[t]) - \Psi(t, v[t]) - \\ - F(t, q[t] - X[t,\vartheta]x[\vartheta] - \int_{\vartheta}^{t} X[t,\nu]C(\nu)v[\nu]\,d\nu + \\ + X[t,\vartheta]\int_{t_0}^{\vartheta} X[\vartheta,\nu]B(\nu)u[\nu]\,d\nu)]\,dt - F(t_0, q[t_0] - \\ - X[t_0,\vartheta]x[\vartheta] - \int_{\vartheta}^{t_0} X[t_0,\nu]C(\nu)v[\nu]\,d\nu + \\ + X[t_0,\vartheta]\int_{t_0}^{\vartheta} X[\vartheta,\nu]B(\nu)u[\nu]\,d\nu)\Big]\end{aligned} \tag{2.2}$$

Следуя методу программного стохастического синтеза [1, 2], поставим вспомогательную задачу о программном экстремуме φ. Пусть $z[t, \omega]$, $\tau_0 \leqslant t \leqslant \vartheta$, $\tau_0 < t_0$ — стандартный скалярный процесс броуновского движения [3, с. 91], определенный на некотором вероятностном пространстве $\{\Omega, H, P\}$. Пусть в некоторый момент $\tau_* \in [t_0, \vartheta]$ реализовалось состояние $y[\tau_*]$, т. е. реализовались помеха $q[t_0[\cdot]\tau_*] = \{q[t], t_0 \leqslant t \leqslant \tau_*\}$ и управление $u(t_0[\cdot]\tau_*] = \{u[t], t_0 < t \leqslant \tau_*\}$.

Назначим некоторое разбиение $\Delta\{\tau_j\}$ для отрезка $\tau_* \leqslant t \leqslant \vartheta$, где $j = 1, \ldots, k$, $\tau_1 = \tau_*$, $\tau_{j+1} > \tau_j$, $\tau_k = \vartheta$; k — некоторое натуральное число. Введем n-мерную векторную случайную величину $l(\omega) = l[z_*[\tau_*[\cdot]\tau_k]]$, где символ $z[\tau_*[\cdot]\tau_i]$ обозначает реализацию

$$z[\tau_*[\cdot]\tau_i] = \{z[\tau_j, \omega] - z[\tau_{j-1}, \omega], j = 1, \ldots, i\}, \omega \in \Omega$$

Введем также n-мерную векторную случайную величину $w(\omega) = w[z[\tau_*[\cdot]\tau_k]]$ и s-мерную векторную измеримую случайную функцию $v(t, \omega) = v[t, z[\tau_*[\cdot]\tau_k]]$, $t_0 < t \leqslant \vartheta$, $\omega \in \Omega$. Назовем стохастическими программами $q(\cdot)$ и $u(\cdot)$ неупреждающие функции [3, с. 100]

$$q(t, \omega) = q[t, z[\tau_*[\cdot]\tau_i]], \; u(t, \omega) = u[t, z[\tau_*[\cdot]\tau_i]]$$
$$\tau_i < t \leqslant \tau_{i+1}, \quad i = 1, \ldots, k, \quad \omega \in \Omega$$

Обозначим

$$\varphi(y[\tau_*],\Delta)=\sup_{\|l(\cdot)\|\leqslant 1}\ \sup_{q(\cdot)}\ \inf_{u(\cdot)}\ \sup_{v(\cdot)}\ \sup_{w(\cdot)} M\Big\{l'(\omega)w(\omega)+ \tag{2.3}$$

$$+\int_{t_0}^{\vartheta}[\Phi(t,u_*(t,\omega))-\Psi(t,v(t,\omega))-F(t,q_*(t,\omega)-X[t,\vartheta]w(\omega)-$$

$$-\int_{\vartheta}^{t}X[t,\nu]C(\nu)v(\nu,\omega)d\nu+X[t,\vartheta]\int_{t_0}^{\vartheta}X[\vartheta,\nu]B(\nu)u_*(\nu,\omega)d\nu)]\times$$

$$\times dt-F(t_0,q_*[t_0]-X[t_0,\vartheta]w(\omega)-\int_{\vartheta}^{t_0}X[t_0,\nu]C(\nu)v(\nu,\omega)d\nu+$$

$$+X[t_0,\vartheta]\int_{t_0}^{v}X[\vartheta,\nu]B(\nu)u_*(\nu,\omega)d\nu)\Big\}$$

$$\|l(\cdot)\|=(M\{|l(\omega)|^2\})^{1/2}$$

Символ $M\{\ldots\}$ означает математическое ожидание, штрих — транспонирование. Функции $u_*(\cdot)$ и $q_*(\cdot)$ определены равенствами

$$u_*(t,\omega)=\{u[t],\ t_0<t\leqslant\tau_*;\ u(t,\omega),\ \tau_*<t\leqslant\vartheta\}$$
$$q_*(t,\omega)=\{q[t],\ t_0\leqslant t\leqslant\tau_*;\ q(t,\omega),\ \tau_*<t\leqslant\vartheta\}$$

Величину $\varphi(y[\tau_*],\Delta)$ назовем программным экстремумом. Следуя плану рассуждений, которые обосновывают метод программного стохастического синтеза (см., например, [2]), можно проверить следующее утверждение о свойстве u-стабильности величины φ.

Лемма 1. Пусть реализовалось состояние $y[\tau_*]$, $\tau_*\in[t_0,\vartheta]$, назначено разбиение $\Delta\{\tau_j\}$, отмечен момент времени $\tau^*=\tau_2\in(\tau_*,\vartheta]$ и дана реализация помехи $q^*(\tau_*[\cdot]\tau^*]$. Тогда найдется реализация управления $u^*(\tau_*[\cdot]\tau^*)$, такая, что будет справедливо неравенство

$$\varphi(y[\tau^*],\Delta^*)\leqslant\varphi(y[\tau_*],\Delta)$$

где компоненты $y[\tau^*]$ продолжают компоненты $y[\tau_*]$ за счет реализаций $q^*(\tau_*[\cdot]\tau^*]$ и $u^*(\tau_*[\cdot]\tau^*]$; разбиение $\Delta^*\{\tau_j^*\}$ связано с разбиением $\Delta\{\tau_j\}$ условием $\tau_j^*=\tau_{j+1}$ при $j=1,\ldots,k-1$.

Обозначим

$$\rho_*(y[\tau_*],c)=\sup_{\Delta}\varphi(y[\tau_*],\Delta)+c \tag{2.4}$$

где c — скалярная постоянная. Пусть $\lambda=1+\max[\|A(t)\|,\ t_0\leqslant t\leqslant\vartheta]$, где $\|A(t)\|=\max|A(t)x|$ при $|x|=1$.

Для назначенного $\varepsilon>0$ и для данного состояния $y^*[\tau_*]$ назовем сопутствующей пару $\{y_*[\tau_*],c[\tau_*]\}$, которая удовлетворяет условию

$$\rho_*(y_*[\tau_*],c[\tau_*])=\min_{y[\tau_*],g}\rho_*(y[\tau_*],g+\int_{t_0}^{\tau_*}[\Phi(t,u^*[t])-\Phi(t,u[t])]dt)$$

при ограничении

$$q[t_0[\cdot]\tau_*]=q^*[t_0[\cdot]\tau_*]$$

$$\Big|\int_{t_0}^{\tau_*}X[\tau_*,\nu]B(\nu)(u[\nu]-u^*[\nu])d\nu\Big|^2+c^2\leqslant\varepsilon^2\exp 4\lambda(t-t_0)$$

Здесь $q[t_0[\cdot]\tau_*]$, $u[t]$ — компоненты состояния $y[\tau_*]$; $q^*[t_0[\cdot]\tau_*]$, $u^*[t]$ — компоненты состояния $y^*[\tau_*]$.

Определим экстремальную стратегию $u^{[e]}(\cdot)$ из следующего условия экстремального сдвига из состояния $y^*[\tau_*]$ к сопутствующей паре

$\{y_*[\tau_*],\ c[\tau_*]\}$:

$$l'(y^*[\tau_*],\ \varepsilon)B(\tau_*)u^{[e]}(y^*[\tau_*],\ \varepsilon)+$$
$$+s_{n+1}(y^*[\tau_*],\ \varepsilon)\Phi(\tau_*,\ u^{[e]}(y^*[\tau_*],\ \varepsilon)=$$
$$=\min_u[l'(y^*[\tau_*],\ \varepsilon)B(\tau_*)u+s_{n+1}(y^*[\tau_*],\ \varepsilon)\Phi(\tau_*,\ u)]$$

Здесь $(n+1)$-мерный вектор $s(y^*[\tau_*],\varepsilon)=\{l(y^*[\tau_*],\varepsilon),\ s_{n+1}(y^*[\tau_*],\ \varepsilon)\}$ определен равенствами

$$l(y^*[\tau_*],\varepsilon)=\int_{t_0}^{\tau_*}X[\tau_*,\nu]B(\nu)(u^*[\nu]-u_*[\nu])\,d\nu$$
$$s_{n+1}(y^*[\tau_*],\ \varepsilon)=c[\tau_*]$$

Лемма 2. Каковы бы ни были $\varepsilon>0$, состояние $y^*[\tau_*]$ и число N, найдется $\delta>0$, такое, что, какова бы ни была помеха

$$q(\tau_*[\cdot]\tau^*]=\{|\,q[t]\,|\leqslant N,\ \tau_*<t\leqslant\tau^*\}$$

продолжающая компоненту $q^*[t_0[\cdot]\tau_*]$, управление

$$u(\tau_*[\cdot]\tau^*]=\{u[t]=u^{[e]}(y[\tau_*],\ \varepsilon),\ \ \tau_*<t\leqslant\tau^*\}$$

продолжающее компоненту $u^*(t_0[\cdot]\tau_*]$, приводит y-систему в состояние $y_*[\tau^*]$, сопутствующая пара которого $\{y_*[\tau^*],\ c[\tau^*]\}$ удовлетворяет условию

$$\rho_*(y_*[\tau^*],\ c[\tau^*])\leqslant\rho_*(y_*[\tau_*],\ c[\tau_*])$$

если только $\tau^*-\tau_*\leqslant\delta$.

Из лемм 1 и 2 выводится неравенство

$$\rho(u^{[e]}(\cdot);\ y[t_*])\leqslant\rho_*(y[t_*],\ 0) \tag{2.5}$$

каково бы ни было исходное состояние $y[t_*]$. Далее проверяется, что для всякой стратегии $u(\cdot)$ справедливо неравенство

$$\rho(u(\cdot);\ y[t_*])\geqslant\rho_*(y[t_*],\ 0) \tag{2.6}$$

Из (2.5) и (2.6) вытекает, что экстремальная стратегия $u^{[e]}(\cdot)$ является оптимальной стратегией $u^0(\cdot)$ и справедливо равенство

$$\rho(u^0(\cdot);\ y[t_*])=\rho_*(y[t_*],\ 0) \tag{2.7}$$

Доказательство этих утверждений отличается лишь в деталях от рассуждений в других аналогичных случаях [2].

3. Из п. 2 следует, что для решения исходной задачи об оптимальной стратегии $\mu^0(\cdot)$ достаточно решать вспомогательную задачу о программном экстремуме $\varphi(y[\tau_*],\ \Delta)$ (2.3) для всякого возможного состояния $y[\tau_*],\ \tau_*\in[t_0,\ \vartheta)$.

Опишем план решения этой вспомогательной задачи. Зафиксируем случайную величину $l(\cdot)$. Варьируя случайную величину $w(\cdot)$ и случайные функции $v(\cdot)$, $u(\cdot)$, $q(\cdot)$, которые фигурируют в (2.3), построим уравнения, выражающие необходимые условия экстремальности для величины, стоящей в (2.3) под знаком $\sup_{l(\cdot)}$. Эти уравнения получаются приравниванием к нулю соответствующих вариаций. Таким образом получается система линейных интегральных уравнений для условных математических ожиданий

$$M\{l(\omega)\mid z[\tau_*[\cdot]\tau]\},\ \ M\{w(\omega)\mid z[\tau_*[\cdot]\tau]\}$$
$$M\{v(t,\ \omega)\mid z[\tau_*[\cdot]\tau\},\ M\{u(t,\ \omega)\mid z[\tau_*[\cdot]\tau]\},$$
$$M\{q(t,\ \omega)\mid z[\tau_*[\cdot]\tau]\}$$

Возьмем случайную величину $l(\cdot)$ в форме [3, с. 186]

$$(3.1)\qquad l(\omega)=l[\tau_*]+\sum_{j=1}^{k} a(\tau_j,\omega);\quad M\{a(\tau_j,\omega)\,|\,z[\tau_*[\cdot]\tau_{j-1}]\}=0$$

где $a(\tau_j, \omega)$ — неупреждающая функция

$$(3.2)\qquad a(\tau_j,\omega)=a[\tau_j, z[\tau_*[\cdot]\tau_j]]$$

Анализ уравнений, которые выражают необходимые условия экстремальности, показывает, что удовлетворяющие им экстремальные аргументы $w(\cdot)$, $v(\cdot)$, $u(\cdot)$ и $q(\cdot)$ целесообразно искать в форме линейных разложений по $q[t_0[\cdot]\tau_*]$, $u(t_0[\cdot]\tau_*]$, $l[\tau_*]$ и $a(\tau_j, \omega)$, где $q[\cdot]$ и $u[\cdot]$ — компоненты $y[\tau_*]$.

Так, например, функцию $q(t, \omega)$ надлежит искать в виде

$$(3.3)\qquad q(t,\omega)=\int_{t_0}^{\tau_*} Q_q(\nu)\,q[\nu]\,d\nu+Q_q^\circ q[t_0]+Q_l l[\tau_*]+$$

$$+\sum_{j=1}^{i} Q_a(t,\tau_j)\,a(\tau_j,\omega),\quad \tau_i<t\leqslant\tau_{i+1}$$

где $Q_q(\cdot)$, Q_q°, Q_l и $Q_a(\cdot)$ — искомые матрицы и матрицы-функции соответствующих размерностей. Линейные интегральные уравнения для этих матриц и матриц-функций можно найти, подставляя разложения вида (3.3) в правую часть (2.3) и варьируя затем полученное выражение по искомым матрицам. Это варьирование осуществляется в том порядке, в каком в (2.3) идут справа налево операции максимизации и минимизации. Решение построенной таким образом системы уравнений не встречает принципиальных трудностей и сводится к рутинным, но трудоемким процедурам.

Подставляя найденные разложения вида (3.3) в (2.3), придем к задаче о вычислении верхней грани по функциям $l(\cdot)$ (3.1) от известного линейно-квадратичного функционала $L(l(\cdot)) = L[l[\tau_*], a(\cdot)]$. Таким образом задача о вычислении программного экстремума $\varphi(y[\tau_*], \Delta)$ (2.3) приводится к задаче о вычислении верхней грани

$$(3.4)\qquad \varphi(y[\tau_*],\Delta)=\sup_{l[\tau_*],\,a(\cdot)} L[l[\tau_*], a(\cdot)]$$

при ограничении

$$(3.5)\qquad |l[\tau_*]|^2+M\Big\{\sum_{j=1}^{k}|a(\tau_j,\omega)|^2\Big\}\leqslant 1$$

Эта вспомогательная задача (3.4), (3.5) по своей сути совпадает со вспомогательной задачей, которая рассмотрена в [2] в связи с решением методом программного стохастического синтеза задачи игрового управления в условиях полной информации о фазовых состояниях x-объекта. В [2] показано, что рассматриваемая там задача сводится к случаю, когда оптимальное разбиение Δ имеет индекс $k \leqslant 2$. Отличие от [2] здесь состоит в вычислении параметров функционала $L(\cdot)$.

Решая задачу (3.4), (3.5) методом, описанным в [2], найдем величину $\rho_*(y[\tau_*], c)$, которая согласно (2.7) определяет минимальный гарантированный результат $\rho(u^\circ(\cdot), y[t_*])$. Конструируя экстремальную стратегию $u^{[e]}(\cdot)$ на основе найденной величины $\rho_*(y[\tau_*], c)$ (2.4), построим оптимальную стратегию $u^{[e]}(\cdot)$. Построение этой стратегии $u^{[e]}(\cdot)$ в данном случае также возможно при помощи вычислительных процедур, описанных в [2]. Таким образом, для рассматриваемой задачи о минимуме гарантированного результата для показателя $\gamma_y(y[\vartheta])$ получается в меру эффективный способ численного формирования оптимальных управляющих воздействий

$$u[t] = u^\circ(y[t_j], \varepsilon), \quad t_i < t \leqslant t_{i+1}, \quad i = 1, \ldots, k+1; \quad t_1 = t_0, \quad t_1 = t_0, \; t_{k+1} = \vartheta$$

осуществимый по ходу дела в реальном процессе управления.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Красовский А. Н., Красовский Н. Н., Третьяков В. Е.* Стохастический программный синтез для детерминированной позиционной дифференциальной игры.— ПММ, 1981, т. 45, вып. 4, с. 581—588.
2. *Красовский Н. Н., Третьяков В. Е.* Одна задача оптимального управления на минимум гарантированного результата.— Изв. АН СССР. Техн. кибернетика, 1983, № 2, с. 6—23.
3. *Липцер Р. Ш., Ширяев А. Н.* Статистика случайных процессов.— М.: Наука, 1974. 696 с.

Свердловск

Поступила в редакцию
15.XII.1983