



НИКОЛАЙ НИКОЛАЕВИЧ КРАСОВСКИЙ

(К шестидесятилетию со дня рождения)

7 сентября 1984 г. исполняется 60 лет выдающемуся советскому ученому, математику и механику, действительному члену Академии наук СССР Николаю Николаевичу Красовскому.

Научная деятельность Н. Н. Красовского широка и многогранна, для нее характерны направленность на узловые научные проблемы и оригинальность подходов к их решению. Ему принадлежат фундаментальные результаты по качественной теории дифференциальных уравнений, теории устойчивости и стабилизации динамических систем, математической теории оптимального управления, теории дифференциальных игр. Он внес большой вклад в становление и развитие прикладных исследований, направленных на создание новой техники.

Н. Н. Красовский родился в Свердловске в семье врача. С 1949 г., после окончания Уральского политехнического института, Николай Николаевич в течение 10 лет работал на кафедре высшей математики этого института в должности ассистента, доцента, профессора, заведующего кафедрой, а в 1959—1970 гг. — в Уральском государственном университете им. А. М. Горького, заведывая на математико-механическом факультете кафедрой теоретической механики и организованными по его инициативе кафедрой вычислительной математики и с 1965 г. — кафедрой прикладной математики. В 1970—1977 гг. Н. Н. Красовский возглавлял реорганизованный из Свердловского Отделения Математического института им. В. А. Стеклова Институт математики и механики АН СССР, который затем вошел в состав вновь созданного Уральского научного центра АН СССР. В настоящее время Н. Н. Красовский — член Президиума УНЦ АН СССР. В 1953 г. им была защищена кандидатская диссертация. В 1955—1957 гг. Николай Николаевич был в докторантуре у Николая Гурьевича Четаева и в 1957 г. защитил докторскую дис-

сертацию. В 1964 г. Н. Н. Красовский избран членом-корреспондентом, а в 1968 г. — действительным членом АН СССР по Отделению механики и процессов управления. Н. Н. Красовский — член КПСС с 1954 г.

Первые научные работы Н. Н. Красовского, опубликованные в начале 50-х годов, были посвящены исследованию устойчивости нелинейных систем при обобщенных условиях Рауса—Гурвица, когда область начальных возмущений нельзя считать малой. В них были получены критерии устойчивости в целом для ряда нелинейных систем. В частности, совместно с Е. А. Барбашиным им была опубликована теорема об асимптотической устойчивости в целом, когда функция Ляпунова неограничена и ее производная в силу уравнений возмущенного движения может быть равна нулю на некотором множестве, не содержащем целых траекторий системы. Эти результаты сыграли существенную роль при исследовании на устойчивость в различных прикладных задачах и приобрели широкую известность.

Актуальной задачей теории устойчивости является задача обращения теорем Ляпунова. В результате глубокого анализа задачи построения функций Ляпунова Н. Н. Красовский получил простой алгоритм построения этих функций и, в частности, решил проблему обращения теорем о неустойчивости движения А. М. Ляпунова и Н. Г. Четаева. Эти фундаментальные работы имели значительный резонанс и принесли признание автору.

К концу 50-х годов Н. Н. Красовский построил теорию устойчивости для систем с последействием. Им был предложен оригинальный подход к таким системам. Было впервые показано, что естественным пространством состояний системы с последействием является подходящее функциональное пространство, в которое «укладываются» отрезки траекторий, и что движение таких систем может быть описано обыкновенным дифференциальным уравнением в этом пространстве. Этот подход позволил Н. Н. Красовскому создать законченную и полную теорию устойчивости систем с последействием с использованием в качестве функций Ляпунова функционалов на отрезках траекторий. Им же была показана универсальность предложенного метода исследования устойчивости систем с последействием — доказаны основные теоремы об обращении.

Эти исследования открыли путь к дальнейшему изучению таких систем и позволили решить ряд других задач, ранее не поддававшихся решению. В частности, этот подход был использован для построения теории основных критических случаев систем с последействием. Названные исследования Н. Н. Красовского в значительной мере предопределили успехи в изучении проблем стабилизации и управлении в системах с последействием.

Во второй половине 50-х годов Н. Н. Красовским начаты исследования в области теории оптимального управления. Еще в 1957 г. он предложил оригинальный подход к решению задач программного управления, основанный на идеях и методах функционального анализа. Им была развита простая по форме и содержательная качественная теория линейных управляемых систем, изучение которых составляет определяющий шаг в ходе любого исследования по проблемам оптимального управления. Данный подход позволил сводить задачи управления к исследованию более простых сопряженных задач. Н. Н. Красовским было выявлено минимальное свойство траекторий сопряженной системы принципа мак-

симула Л. С. Понтрягина, что дало недостающую информацию о краевых условиях к этой системе — ключевому элементу решения. В рамках данной теории было получено эффективное описание условий существования решений, выведены удобные необходимые и достаточные условия оптимальности, найдены условия корректности для типичных задач этого круга и т. д.

В это же время Н. Н. Красовским был разработан минимаксный подход к задачам наблюдения в условиях неопределенных помех. Полученные результаты привели к правилу дуальности, не только связывающему исходные соотношения для задачи наблюдения и двойственной задачи управления (как это приведено в известном исследовании Р. Калмана), но и устанавливающему эквивалентность именно оптимальных решений соответствующих задач. Им были получены некоторые основополагающие результаты на первых этапах построения теории управления стохастическими системами, построенной на базе естественной связи метода динамического программирования, теории инфинитезимальных операторов марковских полугрупп преобразований и развитой им теории стохастической устойчивости движения. Предложенный Н. Н. Красовским подход к задачам управления и наблюдения оказался одним из главных путей выхода теории оптимального управления к методам математического программирования и выпуклого анализа, составляющим теперь важный инструмент исследования указанных задач.

В первой половине 60-х годов, в период становления теории стабилизации, Н. Н. Красовским были выполнены фундаментальные для этой теории исследования. В них была предложена и развита общая концепция стабилизации управляемых систем, опирающаяся, с одной стороны, на идеи классической теории устойчивости Ляпунова и, с другой — на новые идеи теории управления. Такое объединение позволило построить теорию стабилизации движений для управляемых систем, описываемых обыкновенными дифференциальными уравнениями, дифференциальными уравнениями с последействием, дифференциальными уравнениями, содержащими случайные параметры. Были даны строгие математические постановки основных задач стабилизации, указаны критерии их разрешимости и способы построения искомых законов стабилизации, конкретизированные в эффективной форме для линейных и квазилинейных объектов. Построенная спектральная теория стабилизации имеет основой взаимосвязь свойств собственных векторов системы первого приближения и направлений стабилизирующих сил. В рамках развитой теории Н. Н. Красовским была рассмотрена проблема стабилизации механических систем силами той или иной природы и изучено влияние этих сил на стабилизируемость системы. В частности, было изучено свойство стабилизируемости, которое приобретает не вполне управляемая консервативная механическая система при наложении дополнительных гироскопических сил. Такая гироскопическая стабилизируемость имеет общие черты с известными свойствами гироскопической устойчивости, исследованной Н. Г. Четаевым.

Одно из основных направлений научной деятельности Н. Н. Красовского — разработка математического аппарата для решения проблем гарантированного управления в условиях динамических и информационных помех. Особенностью исследуемых задач является то, что здесь управление требуется формировать в зависимости от поступающей ин-

формации, которая может быть весьма неполной вследствие действия неизвестных помех и осложненного информационными ошибками наблюдения текущего состояния объекта. При этих условиях требуется гарантировать возможно высокое качество процесса управления. Необходимость изучения таких задач вызвана запросами практики, в первую очередь проблемами развития новой техники. Задачи гарантированного управления исследуются в рамках теории дифференциальных игр, фундаментальный вклад в создание и развитие которой был сделан Н. Н. Красовским.

Первые работы Н. Н. Красовского, относящиеся к теории дифференциальных игр, были выполнены в середине 60-х годов. В них был предложен метод экстремального прицеливания, согласно которому построение разрешающих позиционных стратегий сводится к решению вспомогательных задач программного управления. В первых работах метод экстремального прицеливания был обоснован для задач преследования в случае однотипных объектов. В последующих исследованиях Н. Н. Красовского и его учеников этот эффективный метод был развит для различных типов линейных и нелинейных задач. Движения в рассматриваемых здесь вспомогательных задачах можно трактовать как обобщенные характеристики для соответствующего уравнения в частных производных метода динамического программирования. Однако важно отметить, что возможности метода экстремального прицеливания выходят за рамки круга тех задач, для которых существует гладкий потенциал, рассматриваемый в методе динамического программирования.

Среди работ Н. Н. Красовского, относящихся к концу 60-х — началу 70-х годов, следует особо отметить исследования, связанные с разработкой формализации позиционных дифференциальных игр. В рамках этой формализации были установлены принципиальные для теории дифференциальных игр альтернативные условия разрешимости игровых задач управления. Полученные в работах Н. Н. Красовского и его сотрудников результаты устанавливают, в частности, что оптимальные в избранной формализации решения являются в принципе неулучшаемыми. Важно отметить, что предложенная формализация является не только полной, но и содержательной, т. е. используемые в ней конструкции аппроксимируются практически реализуемыми процедурами.

Н. Н. Красовским были начаты первые в теории дифференциальных игр исследования качественных вопросов. На базе строгой математической формализации он поставил и решил вопрос о корректности решений. Было установлено, что решения задач гарантированного управления часто неустойчивы по отношению к информационным помехам. Для регуляризации этих решений Н. Н. Красовский предложил и вместе со своими сотрудниками развил процедуру управления, в которой наряду с реальным объектом рассматривается подобная ему эталонная система, ее движение моделируется на ЭВМ и играет роль идеального невозмущенного процесса, т. е. здесь возникла и была решена задача о стабилизации в новом игровом качестве.

Следующий шаг в изучении задач гарантированного управления был сделан в работах Н. Н. Красовского, опубликованных в конце 70-х годов. В них была развита общая концепция задач управления дифференциальными и эволюционными системами, основанная на совместном рассмотрении реального управляемого объекта и вспомогательной систе-

мы, моделируемой на ЭВМ. Удобным инструментом для анализа и решения задач гарантированного управления является предложенная Н. Н. Красовским унифицированная форма для описания динамики системы-модели. Были решены методологические проблемы, доказаны теоремы, характеризующие результаты, неулучшаемые при заданном характере информации, определены универсальные оптимальные стратегии. В рамках этой концепции были изучены новые типы задач, например задача гарантированного управления в условиях неполной информации о состояниях управляемого объекта. Были рассмотрены задачи управления диффузионными системами и для них определена структура оптимальных позиционных стратегий, предложены эффективные методы численной реализации на ЭВМ этих стратегий.

В последние годы Н. Н. Красовским предложен и развит в его работах и работах его сотрудников новый метод синтеза оптимального гарантирующего управления, работающего по принципу обратной связи. Этот метод, созданный на фундаменте достижений предшествующих этапов в развитии теории позиционных дифференциальных игр, базируется на вспомогательных программных конструкциях, содержащих некоторый вероятностный элемент. Такой подход, называемый методом стохастического программного синтеза, ориентирован на решение широкого круга игровых задач; он существенно углубил представление о структуре оптимальных решений и открыл принципиально новые пути к их эффективному построению. Первые результаты, относящиеся к методу стохастического программного синтеза, были получены в начале 80-х годов. Однако, несмотря на небольшой срок, метод зарекомендовал себя как весьма перспективный. К настоящему времени решен ряд новых интересных задач, причем их решение получено в форме, удобной для реализации на ЭВМ.

Научные достижения Н. Н. Красовского широко признаны общественностью, он пользуется заслуженным авторитетом среди советских и зарубежных специалистов.

Н. Н. Красовский ведет большую организационную и научно-общественную работу. Он — член бюро Отделения механики и процессов управления АН СССР, член Президиума Национального комитета СССР по теоретической и прикладной механике, Комитета по Ленинским и Государственным премиям СССР, Национального Комитета советских математиков. Н. Н. Красовский является главным соредактором с советской стороны международного журнала «Проблемы управления и теории информации», который издают Академии наук СССР, ВНР и ЧССР. Он входит в состав редколлегии журналов «Прикладная математика и механика», «Дифференциальные уравнения», «Известия АН СССР. Техническая кибернетика». На международных конференциях и конгрессах математиков и специалистов по автоматическому управлению неоднократно были представлены пленарные доклады Н. Н. Красовского.

Н. Н. Красовский создал и возглавляет уральскую научную школу, которая успешно развивает исследования актуальных проблем современной теории управления и пользуется признанием в Советском Союзе и в мире. Среди учеников Николая Николаевича более 50 кандидатов наук. Многие из них защитили докторские диссертации. В 1976 г. Н. Н. Красовскому (руководителю работ) и группе его сотрудников была

присуждена Ленинская премия за цикл работ по математической теории управляемых систем.

Н. Н. Красовскому принадлежит большая роль в становлении и развитии Института математики и механики УНЦ АН СССР как одного из серьезных математических учреждений страны. Его научный авторитет, высокая требовательность и заинтересованность во многом определяют научное лицо Института.

Н. Н. Красовский является председателем секции математики и механики Межведомственного совета по координации научных исследований при Президиуме УНЦ АН СССР. Большое внимание он уделяет проблеме совершенствования подготовки высококвалифицированных научно-педагогических кадров в вузах Уральского региона. С самого начала трудовой деятельности и все годы до настоящего времени Николай Николаевич много преподает в высшей школе. Популярностью пользуются циклы лекций по математике, которые он в течение ряда лет читает для инженеров Свердловска. Н. Н. Красовский поддерживает плодотворные контакты с инженерами и специалистами промышленности, с научными работниками других специальностей.

Заслуги Н. Н. Красовского отмечены высокими правительственными наградами. Указом Президиума Верховного Совета СССР от 6 сентября 1974 г. за выдающиеся заслуги в развитии советской науки, подготовку научных кадров и в связи с 50-летием со дня рождения ему присвоено звание Героя Социалистического Труда. Он награжден также двумя орденами Ленина, орденом Трудового Красного Знамени и медалями.

Редакция журнала сердечно поздравляет Николая Николаевича, желает ему крепкого здоровья и больших успехов в его плодотворной деятельности.

СПИСОК ОСНОВНЫХ НАУЧНЫХ ТРУДОВ Н. Н. КРАСОВСКОГО

1952

Теоремы об устойчивости движений, определяемых системой двух уравнений. — ПММ, т. 16, вып. 5, с. 547—554.

Об устойчивости движения в целом. — Докл. АН СССР, т. 86, № 3, с. 453—456. (Совм. с Е. А. Барбашиним.)

1953

Расчет оптимальной формы заготовки при штамповке изделий типа шестерен. — Тр. Уральск. политехн. ин-та, № 45, с. 137—151. (Совм. с О. А. Ганаго, И. Я. Тарновским.)

Об устойчивости движения при любых начальных возмущениях: Дис. на соискание уч. ст. канд. физ.-матем. наук. Свердловск.: Уральский гос. ун-т. 120 с.

Об устойчивости решений системы второго порядка в критических случаях. — Докл. АН СССР, т. 93, № 6, с. 965—967.

Об устойчивости решений системы двух дифференциальных уравнений. — ПММ, т. 17, вып. 6, с. 651—672.

Об устойчивости при любых начальных возмущениях решений одной нелинейной системы трех уравнений. — ПММ, т. 17, вып. 3, с. 339—350.

Об одной задаче устойчивости движения в целом. — Докл. АН СССР, т. 88, № 3, с. 401—404.

К вопросу определения усилий при обработке металлов давлением.— В кн.: Обработка металлов давлением. Вып. 3. М.: Metallurgizdat, с. 5—22. (Совм. с А. А. Поздеевым, И. Я. Тарновским.)

Методика графического расчета поверхностного и межфазного натяжений по форме неподвижной капли.— Тр. Уральск. политехн. ин-та, № 49, с. 76—81. (Совм. с О. А. Есиным, Ю. П. Никитиным, С. И. Попель.)

Расчет поверхностного натяжения по форме лежащей капли.— Ж. физ. химии, 28, вып. 9, с. 1678—1679. (Совм. с О. А. Есиным, Ю. П. Никитиным, С. И. Попель.)

Достаточные условия устойчивости решений системы нелинейных дифференциальных уравнений.— Докл. АН СССР, т. 98, № 6, с. 901—904.

Об устойчивости в целом решения нелинейной системы дифференциальных уравнений.— ПММ, т. 18, вып. 6, с. 735—737.

Об обращении теорем А. М. Ляпунова и Н. Г. Четаева о неустойчивости для стационарных систем дифференциальных уравнений.— ПММ, т. 18, вып. 5, с. 513—532.

О существовании функций Ляпунова в случае асимптотической устойчивости в целом.— ПММ, т. 18, вып. 3, с. 345—350. (Совм. с Е. А. Барбашиным.)

О поведении в целом интегральных кривых системы двух дифференциальных уравнений.— ПММ, т. 18, вып. 2, с. 149—154.

Об устойчивости движения в целом при постоянно действующих возмущениях.— ПММ, т. 18, вып. 1, с. 95—102.

1955

Об устойчивости по первому приближению.— ПММ, т. 19, вып. 5, с. 516—530.

Об обращении теоремы К. П. Персидского о равномерной устойчивости.— ПММ, т. 19, вып. 3, с. 273—278.

Об устойчивости движения в критическом случае одного нулевого корня.— Матем. сб., т. 37 (79), вып. 1, с. 83—88.

Об условиях обращения теорем А. М. Ляпунова о неустойчивости для стационарных систем дифференциальных уравнений.— Докл. АН СССР, т. 101, № 1, с. 17—20.

1956

К теории второго метода А. М. Ляпунова для исследования устойчивости.— Матем. сб., т. 40 (82), вып. 1, с. 57—64.

К вопросу об обращении теорем второго метода А. М. Ляпунова исследования устойчивости движения.— Успехи матем. наук, т. 11, № 3 (69), с. 159—164.

К теории второго метода А. М. Ляпунова исследования устойчивости движения.— Докл. АН СССР, т. 109, № 3, с. 460—463.

Об асимптотической устойчивости систем с последействием.— ПММ, т. 20, вып. 4, с. 513—518.

О применении второго метода А. М. Ляпунова для уравнений с запаздываниями времени.— ПММ, т. 20, вып. 3, с. 315—327.

Обращение теорем второго метода Ляпунова и вопросы устойчивости движения по первому приближению.— ПММ, т. 20, вып. 2, с. 255—265.

1957

О гладком сечении дисперсивной динамической системы.— Изв. вузов. Математика, № 1, с. 167—173.

К теории оптимального регулирования.— Автоматика и телемеханика, т. 18, № 11, с. 960—970.

Некоторые вопросы теории устойчивости нелинейных систем: Дис. на соискание уч. ст. докт. физ.-матем. наук. М.: Ин-т механики АН СССР. 344 с.

Об устойчивости при постоянно действующих возмущениях.— ПММ, т. 21, вып. 6, с. 769—774. (Совм. с В. Е. Гермаидзе.)

Об одной задаче оптимального регулирования.— ПММ, т. 21, вып. 5, с. 670—677.

Об устойчивости при больших начальных возмущениях.— ПММ, т. 21, вып. 3, с. 309—319.

О периодических решениях дифференциальных уравнений с запаздыванием времени.— Докл. АН СССР, т. 114, № 2, с. 252—255.

1958

Об устойчивости квазилинейных систем с последствием.— Докл. АН СССР, т. 119, № 3, с. 435—438.

1959

К теории оптимального регулирования нелинейных систем второго порядка.— Докл. АН СССР, т. 126, № 2, с. 267—270.

К проблеме существования оптимальных траекторий.— Изв. вузов. Математика, № 6, с. 81—87.

Об оптимальном регулировании в нелинейных системах.— Изв. вузов. Математика, № 5, с. 122—130.

К теории оптимального регулирования.— ПММ, т. 23, вып. 4, с. 625—639.

К достаточным условиям оптимальности.— ПММ, т. 23, вып. 3, с. 592—594.

Об одной задаче оптимального регулирования нелинейных систем.— ПММ, т. 23, вып. 2, с. 209—229.

Некоторые задачи теории устойчивости движения. М.: Физматгиз. 211 с. Перев. на англ. яз.: Stability of motion. Stanford, Calif.: Stanford University Press, 1963. 188 p.

1960

Об устойчивости систем со случайными параметрами.— ПММ, т. 24, вып. 5, с. 809—823. (Совм. с И. Я. Кацем.)

О приближенном вычислении оптимального управления прямым методом.— ПММ, т. 24, вып. 2, с. 271—276.

Об оптимальном регулировании при случайных возмущениях.— ПММ, т. 24, вып. 1, с. 64—79.

1961

О выборе параметров оптимальных устойчивых систем.— В кн.: Теория дискретных, оптимальных и самонастраивающихся систем: Тр. 1-го Междунар. конгр. ИФАК. М.: Изд-во АН СССР, с. 482—489.

О среднеквадратичной оптимальной стабилизации при случайных затухающих возмущениях.— ПММ, т. 25, вып. 5, с. 806—817.

Равномерная асимптотическая устойчивость систем дифференциальных уравнений с малым параметром при производных.— ПММ, т. 25, вып. 4, с. 680—690. (Совм. с А. И. Климушевым.)

Аналитическое конструирование регуляторов в системах со случайными свойствами. I. Постановка задачи. Метод решения.— Автоматика и телемеханика, т. 22, № 9, с. 1145—1150. (Совм. с Э. А. Лидским.)

Аналитическое конструирование регуляторов в системах со случайными свойствами. II. Уравнения для оптимального управления. Приближенный метод решения.— Автоматика и телемеханика, т. 22, № 10, с. 1273—1278. (Совм. с Э. А. Лидским.)

Аналитическое конструирование регуляторов в системах со случайными свойствами. III. Оптимальное регулирование в линейных системах. Минимум среднеквадратичной ошибки.— Автоматика и телемеханика, т. 22, № 11, с. 1425—1431. (Совм. с Э. А. Лидским.)

Аналитическое конструирование регуляторов в стохастических системах при ограничениях на скорость изменения управляющего воздействия.— ПММ, т. 25, вып. 3, с. 420—432. (Совм. с Э. А. Лидским.)

Об одном методе построения оптимальных траекторий.— Матем. сб., т. 53, вып. 2, с. 195—206.

1962

К теории аналитического конструирования регуляторов.— Автоматика и телемеханика, т. 23, № 6, с. 713—720. (Совм. с А. М. Летовым.)

Об одной задаче преследования.— ПММ, т. 26, вып. 2, с. 218—232.

Об аналитическом конструировании оптимального регулятора в системе с запаздываниями времени.— ПММ, т. 26, вып. 1, с. 39—51.

Второй метод Ляпунова в теории устойчивости движения.— В кн.: Тр. 1-го Всес. съезда по теор. и прикл. механике. М.— Л.: Изд-во АН СССР, с. 36—47.

1963

Об оптимальном регулировании со случайной нагрузкой.— Сиб. матем. ж., т. 4, № 3, с. 622—631.

Об оптимальном регулировании в линейных системах с запаздываниями времени.— Сиб. матем. ж., т. 4, № 2, с. 295—302.

О стабилизации движений управляемого объекта с запаздыванием в системе регулирования.— Изв. АН СССР. Техн. кибернетика, № 6, с. 3—15. (Совм. с Ю. С. Осиповым.)

Об оптимальном регулировании при запаздывании сигналов обратной связи.— Автоматика и телемеханика, т. 24, № 8, с. 1021—1036.

О стабилизации установившихся движений нелинейных управляемых систем.— ПММ, т. 27, вып. 6, с. 988—1004. (Совм. с Е. А. Гальпериным.)

О стабилизации неустойчивых движений дополнительными силами при неполной обратной связи.— ПММ, т. 27, вып. 4, с. 641—663.

Об одной задаче преследования.— ПММ, т. 27, вып. 2, с. 244—254.

1964

Проблема качества устойчивости процессов в системах со случайными параметрами.— В кн.: Тр. 4-го Всес. матем. съезда. Т. 2. Л.: Наука, с. 451—456.

О наблюдении нелинейной управляемой системы в окрестности заданного движения.— Автоматика и телемеханика, т. 25, № 7, с. 1047—1057. (Совм. с Э. Г. Альбрехтом.)

Об одном свойстве гироскопической стабилизируемости управляемой консервативной механической системы.— Изв. АН СССР. Техн. кибернетика, № 5, с. 156—164.

К задаче о стабилизации механической системы.— ПММ, т. 28, вып. 5, с. 801—811. (Совм. с М. С. Габриеляном.)

Об аппроксимации одной задачи аналитического конструирования регуляторов в системе с запаздыванием.— ПММ, т. 28, вып. 4, с. 716—724.

К теории управляемости и наблюдаемости линейных динамических систем.— ПММ, т. 28, вып. 1, с. 3—14.

Optimal processes in systems with time lag.— In: Automat. and Remote Control. Theory. L.: Butterths. Munich: Oldenbourg, p. 327—332.

1965

Оптимальные процессы в системах с запаздыванием.— Оптимальные системы.— В кн.: Статистические методы: Тр. 2-го Междунар. конгр. ИФАК. М.: Наука, с. 201—210.

Проблемы управляемости, наблюдаемости и стабилизируемости динамических систем.— Тр. 2-го Всес. съезда по теор. и прикл. механике: Обзорные доклады. Вып. 1. М.: Наука, с. 77—93.

О стабилизации нестационарных систем.— ПММ, т. 29, вып. 6, с. 1081—1083. (Совм. с Н. Г. Булгаковым.)

Задача о наблюдении линейной динамической системы и уравнения с запаздыванием аргумента.— Дифференц. уравнения, т. 1, № 12, с. 1551—1556.

К задаче об успокоении линейной системы.— ПММ, т. 29, вып. 5, с. 828—834. (Совм. с В. И. Бондаренко, Ю. М. Филимоновым.)

Об оптимальном управлении при дискретных сигналах обратной связи.— Дифференц. уравнения, т. 1, № 11, с. 1415—1427.

О некоторых игровых ситуациях в теории управляемых систем.— Изв. АН СССР. Техн. кибернетика, № 4, с. 3—13. (Совм. с Ю. М. Репиным, В. Е. Третьяковым.)

Оптимальное управление в обыкновенных динамических системах.— Успехи матем. наук, т. 20, № 3, с. 153—174.

О коррекции движения системы с двумя степенями свободы при одной циклической координате.— ПММ, т. 29, вып. 3, с. 401—407. (Совм. с Г. С. Шелементьевым.)

О стабилизации систем, в которых помеха зависит от величины управляющего воздействия.— Изв. АН СССР. Техн. кибернетика, № 2, с. 102—109.

К задаче об успокоении линейной системы при минимальной интенсивности управления.— ПММ, т. 29, вып. 2, с. 218—225.

Об одном свойстве линейной устойчивой системы, вполне управляемой по случайному воздействию.— Дифференц. уравнения, т. 1, № 2, с. 143—152.

О стабилизации динамических систем дополнительными силами.— Дифференц. уравнения, т. 1, № 1, с. 5—16.

1966

Об управлении объектом с последствием.— ПММ, т. 30, вып. 5, с. 938.

К задаче о преследовании в случае ограничений на импульсы управляющих сил.— Дифференц. уравнения, т. 2, № 5, с. 587—599. (Совм. с В. Е. Третьяковым.)

К задаче о преследовании в случае линейных однотипных объектов.— ПММ, т. 30, вып. 2, с. 209—225.

Об аппроксимации одной задачи об оптимальном управлении в системе с последствием.— Докл. АН СССР, т. 167, № 3, с. 540—542.

К вопросу о наблюдаемости систем с запаздыванием.— Дифференц. уравнения, т. 2, № 3, с. 299—308. (Совм. с А. Б. Куржанским.)

Проблемы стабилизации управляемых движений.— В кн.: Малкин И. Г. Теория устойчивости движения. Дополнение 4. М.: Наука, с. 475—514.

1967

Теория оптимальных управляемых систем.— Изв. АН СССР. Техн. кибернетика, № 5, с. 14—27. (Совм. с Н. Н. Моисеевым.)

К задаче об успокоении линейной системы.— ПММ, т. 31, вып. 3, с. 460—467. (Совм. с Ю. М. Репиным.)

К задаче об игровой встрече движений.— Докл. АН СССР, т. 173, № 3, с. 535—537.

К задаче о встрече движений.— Докл. АН СССР, т. 173, № 2, с. 285—287. (Совм. с В. Е. Третьяковым.)

1968

Регуляризация задачи об игровой встрече движений.— ПММ, т. 32, вып. 6, с. 972—976.

О дифференциальной игре на сближение.— Докл. АН СССР, т. 182, № 6, с. 1287—1289.

Об игровой встрече движений.— Докл. АН СССР, т. 181, № 5, с. 1062—1064.

Теория оптимальных управляемых систем.— В кн.: Механика в СССР за 50 лет. Т. 1. Общая и прикл. механика. М.: Наука, 1968, с. 179—244.

Лекции по теории управления. Вып. 1. (Обыкновенное программное управление линейными системами). Вып. 2. (Обобщенное программное управление линейными системами). Свердловск.: Изд-е Уральск. ун-та, вып. 1. 47 с.; вып. 2. 45 с.

Оптимальное уклонение в дифференциальной игре.— Дифференц. уравнения, т. 4, № 12, с. 2159—2165. (Совм. с А. И. Субботиным.)

Об игровой встрече движений с ограничениями на импульсы.— ПММ, т. 32, вып. 2, с. 177—184.

К задаче об игровой встрече движений.— ПММ, т. 32, вып. 5, с. 793—803.

Задача о сближении управляемых объектов.— ПММ, т. 32, вып. 4, с. 575—586. (Совм. с А. И. Субботиным.)

Регуляризация задачи о встрече движений.— Докл. АН СССР, т. 179, № 2, с. 300—303.

Об одной особенности игровой встречи движений.— Дифференц. уравнения, т. 4, № 5, с. 767—778.

О регуляризации одной задачи об игровой встрече движений.— ПММ, т. 32, вып. 1, с. 3—14. (Совм. с В. Е. Третьяковым.)

Теория управления движением. Линейные системы. М.: Наука. 475 с.

К задаче об игровой встрече движений.— Докл. АН СССР, т. 173, № 3, с. 535—537.

1969

Смешанное управление в дифференциальной игре.— Докл. АН СССР, т. 188, № 4, с. 745—747. (Совм. с А. И. Субботиным.)

Игровые задачи динамики. I.— Изв. АН СССР. Техн. кибернетика, № 5, с. 3—12.

Об оптимальных стратегиях в линейной дифференциальной игре.— ПММ, т. 33, вып. 4, с. 698—704. (Совм. с А. И. Субботиным.)

Игровая задача о коррекции движения.— ПММ, т. 33, вып. 3, с. 386—396.

Регуляризация одной дифференциальной игры.— Изв. АН СССР. Техн. кибернетика, № 1, с. 3—8.

Дифференциальная игра сближения. I. Грубый случай.— Дифференц. уравнения, т. 5, № 3, с. 407—423.

1970

Общие проблемы управления. (О развитии техн. кибернетики).— Вестн. АН СССР, № 8, с. 10—25. (Совм. с М. А. Гавриловым, А. М. Летовым, В. С. Пугачёвым.)

Игровые задачи о встрече движений. М.: Наука. 420 с.

Лекции по теории управления. Вып. 3. (Общая схема дифференциальной игры. Примеры). Свердловск: Изд-е Уральск. ун-та. 87 с.

Лекции по теории управления. Вып. 4. (Основная игровая задача наведения. Поглощение цели. Экстремальная стратегия). Свердловск: Изд-е Уральск. ун-та. 96 с.

Дифференциальная игра сближения. II. Регулярные смешанные стратегии.— Дифференц. уравнения, т. 6, № 10, с. 1743—1751.

Дифференциальная игра наведения.— Дифференц. уравнения, т. 6, № 4, с. 579—591. (Совм. с А. И. Субботиным.)

Игровые задачи динамики. II.— Изв. АН СССР. Техн. кибернетика, № 1, с. 3—13.

Альтернатива для игровой задачи сближения.— ПММ, т. 34, вып. 6, с. 1005—1022. (Совм. с А. И. Субботиным.)

Достаточные условия осуществления встречи в дифференциальной игре.— ПММ, т. 34, вып. 5, с. 777—784.

К теории дифференциальных игр.— ПММ, т. 34, вып. 2, с. 197—207.

О дифференциальной игре сближения.— Докл. АН СССР, т. 193, № 2, с. 284—287.

К задаче о преследовании.— Докл. АН СССР, т. 191, № 2, с. 270—272.

О структуре дифференциальных игр.— Докл. АН СССР, т. 190, № 3, с. 523—526. (Совм. с А. И. Субботиным.)

1971

Extremal strategies in a differential game.— In: Actes Congr. Intern. mathématiciens, 1970. T. 3. P.: Gauthier-Villars, p. 177—181.

Программное поглощение в дифференциальных играх.— Докл. АН СССР, т. 201, № 2, с. 270—272.

Минимаксное поглощение в игре сближения.— ПММ, т. 35, вып. 6, с. 945—951.

О структуре игровых задач динамики.— ПММ, т. 35, вып. 1, с. 110—122. (Совм. с А. И. Субботиным.)

Линейные дифференциально-разностные игры.— Докл. АН СССР, т. 197, № 4, с. 777—780. (Совм. с Ю. С. Осиповым.)

Экстремальные стратегии в дифференциальных играх.— Докл. АН СССР, т. 196, № 2, с. 278—281. (Совм. с А. И. Субботиным.)

1972

О седловой точке позиционной дифференциальной игры.— Тр. матем. ин-та АН СССР, т. 128, с. 22—33. (Совм. с А. И. Субботиным.)

К игровой задаче уклонения.— Дифференц. уравнения, т. 8, № 2, с. 243—248.

Экстремальное управление в нелинейной дифференциальной игре.— ПММ, т. 36, вып. 6, с. 986—1006.

Экстремальное управление в нелинейной позиционной дифференциальной игре.— Докл. АН СССР, т. 203, № 3, с. 520—523.

Экстремальные стратегии в дифференциальных играх.— В кн.: Междунар. конгресс математиков в Ницце. М.: Наука, с. 118—124.

Задача программного управления на максимин.— Изв. АН СССР. Техн. кибернетика, № 6, с. 35—44. (Совм. с В. Д. Батухтиным.)

Минимаксная дифференциальная игра.— Докл. АН СССР, т. 206, № 2, с. 277—280. (Совм. с А. И. Субботиным, В. Н. Ушаковым.)

1973

Дифференциальная игра сближения — уклонения. I.— Изв. АН СССР. Техн. кибернетика, № 2, с. 3—18.

Дифференциальная игра сближения — уклонения. II.— Изв. АН СССР. Техн. кибернетика, № 3, с. 22—42.

Программные конструкции для позиционных дифференциальных игр.— Докл. АН СССР, т. 211, № 6, с. 1287—1290.

Регуляризация дифференциальных игр преследования.— В кн.: Теория игр: Докл. на 1-й Всес. конф. по теории игр. Ереван: Изд-во АН АрмССР, с. 206—207.

Экстремальное управление в нелинейной позиционной дифференциальной игре.— Изв. АН СССР. Техн. кибернетика, № 4, с. 55—63. (Совм. с В. Д. Батухтиным.)

О нелинейной дифференциальной игре сближения — уклонения.— Докл. АН СССР, т. 212, № 1, с. 29—32. (Совм. с В. Д. Батухтиным.)

Линейные неравенства и некоторые их приложения.— Укр. матем. ж., т. 25, № 4, с. 465—478. (Совм. с И. И. Ереминым.)

Задача управления с неполной информацией.— Изв. АН СССР. МТТ, № 4, с. 5—14. (Совм. с Ю. С. Осиповым.)

Аппроксимация в дифференциальной игре.— ПММ, т. 37, вып. 2, с. 197—204. (Совм. с А. И. Субботиным.)

1974

Game-theoretic control and problems of stability.— Probl. Contr. and Inform. Theory, v. 3, No. 3, p. 171—182.

Позиционные дифференциальные игры. М.: Наука. 456 с. (Совм. с А. И. Субботиным.). Перев. на франц. яз.: Jeux Différentiels. М.: Mir, 1977. 446 p.

Задачи сближения — уклонения в системах с малым параметром при производных.— ПММ, т. 38, вып. 5, с. 771—779. (Совм. с В. М. Решетовым.)

К теории дифференциальных игр с неполной информацией.— Докл. АН СССР, т. 215, № 4, с. 780—783. (Совм. с Ю. С. Осиповым.)

Экстремальное прицеливание в нелинейной игре сближения.— В кн.: Экстремальные стратегии в позиционных дифференциальных играх. Свердловск: Изд-е УНЦ АН СССР, с. 26—76. (Совм. с В. Д. Батухтиным.)

Регулярная дифференциальная игра.— ПММ, т. 38, вып. 3, с. 389—401.

Минимаксное прицеливание в дифференциальной игре.— В кн.: Экстремальные стратегии в позиционных дифференциальных играх. Свердловск: Изд-е УНЦ АН СССР, с. 121—137.

1975

Optimal control under conditions of conflict or uncertainty.— In: Proc. IFAC 6th World Congr. Pt. 4. Pittsburgh: Paper No. 28.5/1. 8 p.

Closed-loop differential games.— In: Lecture Notes in Computer Sciences. V. 27. Optimization Techniques IFIP Technical Conference. B.— Heidelberg — N. Y.: Springer, p. 422—434.

Стохастические стратегии в дифференциальных играх.— Докл. АН СССР, т. 220, № 5, с. 1023—1026. (Совм. с А. И. Субботиным, В. Ф. Россохиным.)

Экстремальное управление в нелинейной позиционной дифференциальной игре.— В кн.: Дифференциальные игры и задачи управления. Свердловск: Изд-е УНЦ АН СССР, с. 34—63. (Совм. с В. Д. Батухтиным.)

Дифференциальные игры в смешанных стратегиях.— В кн.: Проблемы аналитической механики и теорий устойчивости и управления. М.: Наука, с. 11—18. (Совм. с А. И. Субботиным.)

1976

Game-theoretic control under incomplete phase-state information.— *Probl. Contr. and Inform. Theory*, v. 5, No. 4, p. 291—302.

Игровое управление в дифференциальных эволюционных системах.— Докл. АН СССР, т. 227, № 5, с. 1049—1052.

К задаче управления с неполной информацией.— Изв. АН СССР. Техн. кибернетика, № 2, с. 3—7.

К задаче унификации дифференциальных игр.— Докл. АН СССР, т. 226, № 6, с. 1260—1263.

Об управлении при неполной информации.— ПММ, т. 40, вып. 2, с. 197—206.

1977

Control under incomplete information.— In: *Information processing 77. Proc. IFIP Congr. Ser. v. 7. Amsterdam: North-Holland*, p. 353—365.

On the design of differential games. I.— *Probl. Contr. and Inform. Theory*, v. 6, No. 5—6, p. 381—395. (Совм. с А. Г. Ченцовым.)

Игра сближения — уклонения со стохастическим поведением.— Докл. АН СССР, т. 237, № 5, с. 1020—1023.

О дифференциальных эволюционных системах.— ПММ, т. 41, вып. 5, с. 774—782.

Смешанные стратегии в дифференциальных играх.— Докл. АН СССР, т. 235, № 3, с. 519—522.

Унификация дифференциальных игр.— Тр. Ин-та матем. и механ. УНЦ АН СССР, вып. 24, с. 32—45.

Экстремальные конструкции для дифференциальной игры.— Докл. АН СССР, т. 235, № 6, с. 1260—1262.

1978

Дифференциальные игры. Аппроксимационные и формальные модели.— Матем. сб., т. 107, вып. 4, с. 541—571.

К синтезу управления в дифференциальной игре.— Докл. АН СССР, т. 239, № 5, с. 1041—1043.

Программные конструкции для позиционного игрового управления.— ПММ, т. 42, вып. 1, с. 3—14.

1979

Differential games: actual problems and their formalization.— In: *Link between Science and Applications of Automatic Control: Proc. 7th Triennial World Congr. IFAC. v. 2. Oxford: Pergamon Press*, p. 975—982.

On designing differential games. II.— *Probl. Contr. and Inform. Theory*, v. 8, No. 1, p. 3—11. (Совм. с А. Г. Ченцовым.)

1980

Седловая точка стохастической дифференциальной игры.— Докл. АН СССР т. 254, № 3, с. 534—539. (Совм. с В. Е. Третьяковым.)

Control under incomplete information and differential games.— In: *Proc. Internat. Congr. Math. v. 1. Helsinki: Ollilehto*, p. 151—163.

Game-theoretical optimization of differential systems.— In: *Lectures Notes in Control and Information Sci. Optimization Techniques. v. 22. Proc. 9th IFIP Conf. Pt. 1. B., e. a.: Springer*, p. 37—53.

Вероятностное управление с гарантированным результатом.— *Probl. Contr. and Inform. Theory*, v. 9, No. 3, p. 163—170.

1981

Стохастический программный синтез для позиционной дифференциальной игры.— Докл. АН СССР, т. 259, № 1, с. 24—27. (Совм. с В. Е. Третьяковым.)

Стохастический программный синтез для детерминированной позиционной дифференциальной игры.— ПММ, т. 45, вып. 4, с. 579—586. (Совм. с А. Н. Красовским, В. Е. Третьяковым.)

1982

Об одной задаче минимаксного управления.— Дифференц. уравнения, т. 18, № 12, с. 2126—2132.

О стохастическом программном синтезе стратегий в дифференциальной игре.— ПММ, т. 46, вып. 6, с. 885—892.

Смешанные стратегии в дифференциальной игре.— В кн.: Современные проблемы математической физики и вычислительной математики. М.: Наука, с. 208—216.

О программном синтезе позиционного управления.— Докл. АН СССР, т. 264, № 6, с. 1309—1312. (Совм. с В. Е. Третьяковым.)

Control solution with optimal ensured result.— Probl. Contr. and Inform. Theory, v. 11, No. 4, p. 271—281. (Совм. с В. Е. Третьяковым.)

1983

Стохастический программный синтез одного гарантирующего управления.— Probl. Contr. and Inform. Theory, v. 12, No. 2, p. 79—95. (Совм. с В. Е. Третьяковым.)

Одна задача оптимального управления на минимум гарантированного результата.— Изв. АН СССР. Техн. кибернетика, № 2, с. 6—23. (Совм. с В. Е. Третьяковым.)

1984

Задача об управлении в условиях неполной информации.— ПММ, т. 48, вып. 4, с. 533—539.