Прикладная математика и механика, Том 47, вып. 6, 1983

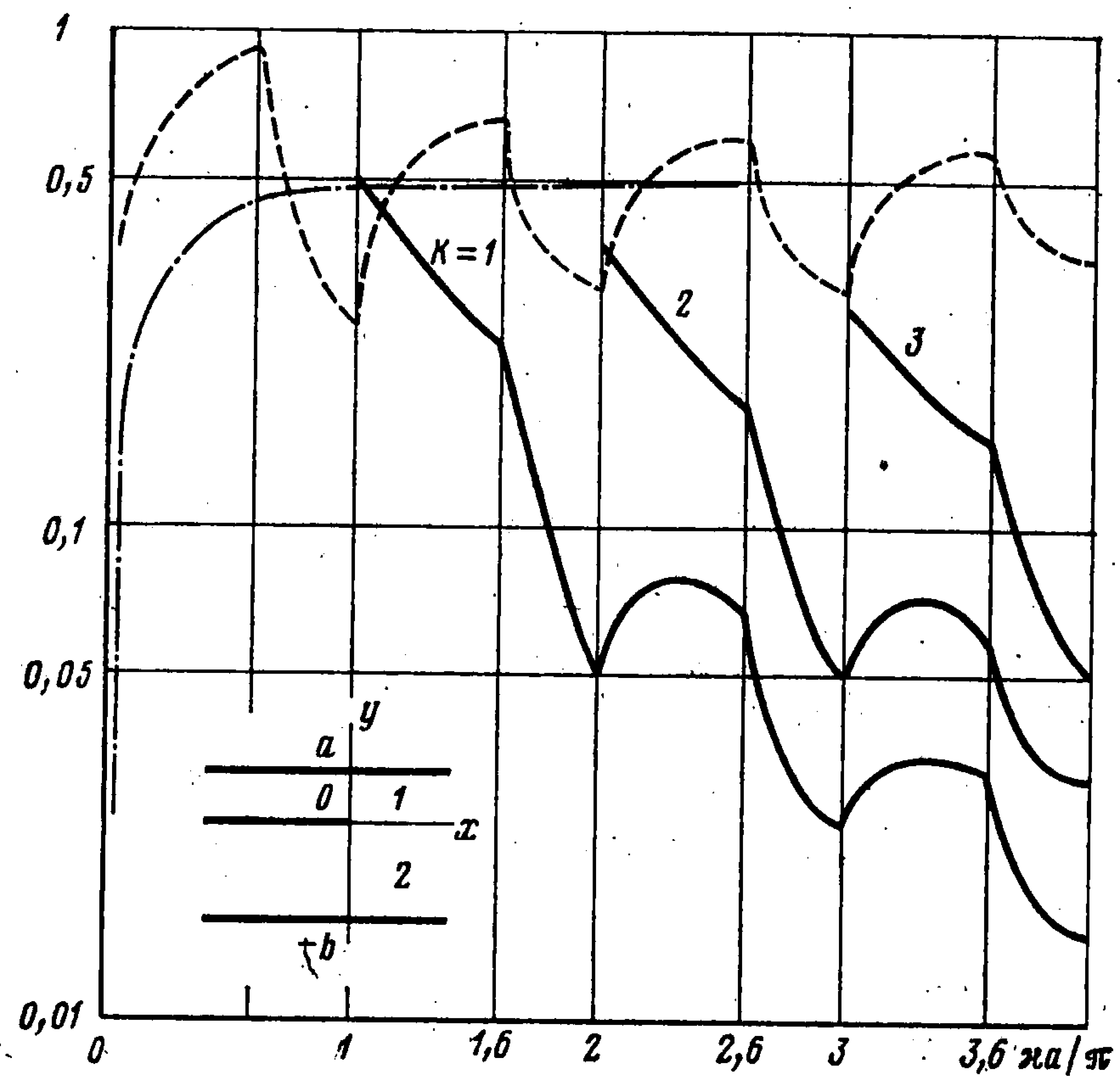
УДК 532.29

ДИФРАКЦИЯ ВОЛН КЕЛЬВИНА В КАНАЛЕ С ПОЛУБЕСКОНЕЧНОЙ СТЕНКОЙ

Плис В. И.

Методом Винера — Хопфа строится точное решение задачи о дифракции волн Кельвина во вращающемся канале, содержащем полубесконечную стенку. Проводится численный анализ решения. Обсуждается характер волн, распространяющихся в канале.

1. Постановка задачи. Пусть в канале $-b < y < a$, $-\infty < x < +\infty$, расположенном на плоской, вращающейся против часовой стрелки с угловой скоростью ω Земле, имеется полубесконечная стенка $y = 0$, $x < 0$ (фигура). Глубина канала постоянна и равна h. Ось вращения перпендикулярна плоскости xy и проходит через точку с координатами (0, 0).



Рассмотрим в этом канале установившиеся волновые движения поверхности жидкости, т. е. будем считать, что возвышения $\xi(x, y, t)$ зависят от времени гармонически: $\xi(x, y) \exp(i\sigma t)$. Остановимся на случае $\sigma > 2\omega$. В линейной теории длинных поверхностных волн [1] функция $\xi(x, y)$ — решение волнового уравнения

$$(\Delta + \varkappa^2)\, \xi(x, y) = 0, \quad \varkappa^2 = (\sigma^2 - 4\omega^2)/(gh)$$

где g — ускорение свободного падения, Δ — двумерный оператор Лапласа.

Пусть вдоль полубесконечной стенки канала в области $0 < y < a$, $-\infty < x < 0$ распространяется волна Кельвина единичной амплитуды

$$\xi_0(x, y) = \exp(i\eta\varkappa x - l\eta\varkappa y); \quad l = \frac{2\omega}{\sigma} < 1, \quad \eta = (1 - l^2)^{-1/2} \tag{1.1}$$

Исследуем волновые движения в канале, возбуждаемые при дифракции этой волны на ребре полубесконечной стенки.

Разобьем канал на две области, как показано на фигуре. В области 1 ($0 < y < a$, $-\infty < x < +\infty$) полную амплитуду возвышений представим в виде $\xi_0 + \xi_1$, где ξ_0 — падающие, а ξ_1 — дифрагированные волны. В области 2 $(-b < y < 0, -\infty < x < +\infty)$ неизвестную амплитуду возвышений обозначим ξ_2. Для неизвестных функций ξ_j $(j = 1, 2)$ получим следующую задачу: найти решения уравнений

$$(\Delta + \varkappa^2)\, \xi_j(x, y) = 0 \quad (j = 1, 2) \tag{1.2}$$

удовлетворяющие краевым условиям на стенках канала и условиям непрерывности y-компонент скоростей и возвышений на продолжении полубесконечной стенки

$$\begin{gathered} v_1(x, a - 0) = 0, -\infty < x < +\infty;\ v_1(x, +0) = 0, \\ -\infty < x < 0 \\ v_2(x, -b + 0) = 0, -\infty < x < +\infty;\ v_2(x, -0) = 0, -\infty < \\ < x < 0 \end{gathered} \tag{1.3}$$

$$\begin{gathered} v_1(x, +0) = v_2(x, -0),\ 0 < x < +\infty \\ \xi_0(x, +0) + \xi_1(x, +0) = \xi_2(x, -0),\ 0 < x < +\infty \end{gathered} \tag{1.4}$$

Здесь $v_j(x, y)$ — компонента скорости жидкости, параллельная оси y и связанная с $\xi_j(x, y)$ соотношением

$$v_j(x, y) = -\frac{\sigma}{\varkappa^2 h}\left(l \frac{\partial}{\partial x} + i \frac{\partial}{\partial y}\right)\xi_j(x, y) \tag{1.5}$$

Наконец, дифрагированные волны должны удовлетворять условию на ребре [2]

$$\xi_j \sim r^{1/2},\ r \to 0,\ r = (x^2 + y^2)^{1/2} \tag{1.6}$$

и условию излучения: решение на бесконечности должно содержать только расходящиеся волны.

Можно показать, что в классе ограниченных функций задача (1.1)—(1.6) имеет единственное решение.

2. Система парных интегральных уравнений и ее решение. Решение задачи (1.1)—(1.6) найдем методом Винера — Хопфа [3]. Для этого предположим, что волновое число $\varkappa$ обладает малой положительной мнимой частью, т. е. $\varkappa = \varkappa_0 + i\varepsilon$, а в окончательных результатах устремим ε к нулю. Введение в $\varkappa$ мнимой добавки соответствует предположению о диссипации энергии в жидкости.

Введем неизвестные функции $A(\alpha)$, $B(\alpha)$, $G(\alpha)$, $D(\alpha)$, $Z_1(\alpha)$, $Z_2(\alpha)$, $Z_2'(\alpha)$, $Z_3(\alpha)$ комплексного переменного α по формулам

$$\begin{aligned} \xi_1(x, y) &= \int_{-\infty}^{+\infty} \exp(i\alpha x)\,[A(\alpha)\sin\gamma(y - a) + B(\alpha)\sin\gamma y]\, d\alpha \\ \xi_2(x, y) &= \int_{-\infty}^{+\infty} \exp(i\alpha x)\,[G(\alpha)\sin\gamma(y + b) + D(\alpha)\sin\gamma y]\, d\alpha \\ \xi_1(x, a - 0) &= \int_{-\infty}^{+\infty} \exp(i\alpha x)\, Z_1(\alpha)\, d\alpha \\ \xi_1(x, +0) &= \int_{-\infty}^{+\infty} \exp(i\alpha x)\, Z_2'(\alpha)\, d\alpha \\ \xi_2(x, -0) &= \int_{-\infty}^{+\infty} \exp(i\alpha x)\, Z_2(\alpha)\, d\alpha \\ \xi_2(x, -b + 0) &= \int_{-\infty}^{+\infty} \exp(i\alpha x)\, Z_3(\alpha)\, d\alpha \end{aligned} \tag{2.1}$$

где $\gamma = (\varkappa^2 - \alpha^2)^{1/2}$, а ветвь корня выбрана так, что $\operatorname{Im}\gamma > 0$.

Видно, что эти функции не являются независимыми

$$A(\alpha) = -Z_2'(\alpha)/\sin\gamma a, \quad B(\alpha) = Z_1(\alpha)/\sin\gamma a \tag{2.2}$$
$$G(\alpha) = Z_2(\alpha)/\sin\gamma b, \quad D(\alpha) = -Z_3(\alpha)/\sin\gamma b$$

Из условий непротекания (1.3) на стенках $y = a$, $y = -b$ получаем

$$Z_1(\alpha) = \frac{\gamma Z_2'(\alpha)}{\gamma\cos\gamma a + \alpha l\sin\gamma a}, \quad Z_3(\alpha) = \frac{\gamma Z_2(\alpha)}{\gamma\cos\gamma b - \alpha b\sin\gamma b} \tag{2.3}$$

Введем новую неизвестную функцию $V(\alpha)$ по формуле

$$v_1(x, 0) = -\frac{\sigma}{\varkappa^2 h}\int_{-\infty}^{+\infty}\exp(i\alpha x)V(\alpha)\,d\alpha \tag{2.4}$$

Применив формулу (1.5) к интегральным представлениям для возвышений (2.1), получаем с учетом (2.2)—(2.4) зависимость $Z_2'(\alpha)$ и $Z_2(\alpha)$ от $V(\alpha)$

$$Z_2'(\alpha) = -i\frac{\gamma\cos\gamma a + \alpha l\sin\gamma a}{\sin\gamma a\,(\gamma^2 + \alpha^2 l^2)}V(\alpha)$$
$$Z_2(\alpha) = i\frac{\gamma\cos\gamma b - \alpha l\sin\gamma b}{\sin\gamma b\,(\gamma^2 + \alpha^2 l^2)}V(\alpha)$$

Подставляя интегральные представления возвышений во второе краевое условие (1.4) и пользуясь условием непротекания на полубесконечной стенке, приходим к системе парных интегральных уравнений

$$\int_{-\infty}^{+\infty}\frac{\exp(i\alpha x)L(\alpha)}{\alpha^2 - \eta^2\varkappa^2}V(\alpha)\,d\alpha = \frac{ab}{a+b}\frac{1}{\eta^2}\exp(i\eta\varkappa x), \quad x > 0 \tag{2.5}$$
$$\int_{-\infty}^{+\infty}\exp(i\alpha x)V(\alpha)\,d\alpha = 0, \quad x < 0$$
$$L(\alpha) = \frac{\sin\gamma(a+b)}{\gamma(a+b)}\frac{\gamma a}{\sin\gamma b}\frac{\gamma b}{\sin\gamma b}$$

Для решения системы (2.5) проведем факторизацию ядра интегрального уравнения $L(\alpha)$, т. е. представим его в виде $L(\alpha) = L_+(\alpha)L_-(\alpha)$, где функция $L_+(\alpha)$ — аналитическая и не имеет нулей в верхней полуплоскости комплексного переменного α, а функция $L_-(\alpha)$ обладает теми же свойствами в нижней полуплоскости комплексного переменного α. Факторизация функции $\sin\gamma a/\gamma a$ неоднократно проводилась в литературе [3, 4], поэтому приведем лишь окончательный результат этой процедуры для ядра $L(\alpha)$

$$L_+(\alpha) = \left(\frac{\varkappa ab}{c}\frac{\sin\varkappa c}{\sin\varkappa a\sin\varkappa b}\right)^{1/2}\exp(P(\alpha)) \times \tag{2.6}$$
$$\times\prod_{n=1}^{\infty}\left(1 + \frac{\alpha}{\alpha_{nc}}\right)\exp\left(\frac{i\alpha c}{\pi n}\right)\left[\left(1 + \frac{\alpha}{\alpha_{na}}\right)\exp\left(\frac{i\alpha a}{\pi n}\right)\left(1 + \frac{\alpha}{\alpha_{nb}}\right)\times\right.$$
$$\left.\times\exp\left(\frac{i\alpha b}{\pi n}\right)\right]^{-1}$$
$$c = a + b, \quad P(\alpha) = \frac{i\alpha}{\pi}(c\ln c - a\ln a - b\ln b)$$
$$\alpha_{nd} = \left[\varkappa^2 - \left(\frac{\pi n}{d}\right)^2\right]^{1/2} \quad (d = a, b, c)$$

Решение системы (2.5) ищем в виде

$$V(\alpha) = Q/L_-(\alpha) \tag{2.7}$$

где Q — неизвестная постоянная. При таком выборе функции $V(\alpha)$ второе уравнение системы (2.5) удовлетворяется тождественно. Для определения постоянной Q подставляем (2.7) в первое из интегральных уравнений системы (2.5) и в результате вычисления вычета в полюсе $\alpha = \eta\varkappa$ находим

$$Q = \frac{\varkappa ab}{\pi\eta\,(a+b)\,L_+(\eta\varkappa)} \tag{2.8}$$

Найденное решение (2.7), (2.8) удовлетворяет условию на ребре (1.6), которое, согласно теореме о связи асимптотики функции и ее фурье-образа [5], принимает для функции $V(\alpha)$ следующий вид:

$$V(\alpha) \sim \alpha^{-1/2} \text{ при } \alpha \to \infty$$

Зная явное выражение для функции $V(\alpha)$, можно построить формулы для возвышений поверхности жидкости в канале.

3. **Формулы для возвышений.** Начнем с изучения возвышений в разветвленной части канала, т. е. при $x < 0$. Исходя из (2.1) можно получить следующее интегральное представление для возвышений в области *1*:

$$\xi_1(x, y) = I(a) \tag{3.1}$$

$$I(d) = i\eta^2 \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{\exp(i\alpha x)\,[\gamma\cos\gamma(y-d) - \alpha l\sin\gamma(y-d)]}{\sin\gamma d\,(\alpha^2-\eta^2\varkappa^2)}\,V(\alpha)\,d\alpha$$

Для вычисления входящего в (3.1) интеграла при $x < 0$ достаточно найти вычеты подынтегральной функции в простых полюсах $-\eta\varkappa$, $-\alpha_{na}$ ($n = 1, 2, \ldots$).

В результате получаем

$$\xi_1(x, y) = \pi\eta^2 l\,\frac{V(-\eta\varkappa)}{\operatorname{sh}(l\eta\varkappa a)}\exp[-i\eta\varkappa x + l\eta\varkappa(y-a)] - \Sigma_a \tag{3.2}$$

$$\Sigma_a = 2\pi\sum_{n=1}^{\infty}\frac{\gamma_{na}V(-\alpha_{na})}{\alpha_{na}a\,(\gamma_{na}^2+\alpha_{na}^2l^2)^{1/2}}\sin(\gamma_{na}y+\varphi_{na})\exp(-i\alpha_{na}x)$$

$$\sin\varphi_{na} = \frac{\gamma_{na}}{(\gamma_{na}^2+\alpha_{na}^2l^2)^{1/2}},\quad \cos\varphi_{na} = \frac{\alpha_{na}l}{(\gamma_{na}^2+\alpha_{na}^2l^2)^{1/2}},\quad \gamma_{na} = \frac{\pi n}{a}$$

В области *2* возвышения описываются интегральным соотношением

$$\xi_2(x, y) = I(-b) \tag{3.3}$$

Подынтегральная функция в (3.3) имеет при $\operatorname{Im}\alpha < 0$ простые полюсы в точках $-\eta\varkappa$, $-\alpha_{nb}$ ($n = 1, 2, \ldots$). В выражении для ξ_2 им соответствуют волны, распространяющиеся в области *2* в отрицательном направлении оси x

$$\xi_2(x, y) = \frac{2l\eta\varkappa ab\exp(-i\eta\varkappa x + l\eta\varkappa y)}{(a+b)\,[1-\exp(2l\eta\varkappa b)]\,L_+^2(\eta\varkappa)} - \Sigma_b \tag{3.4}$$

где выражение для Σ_b аналогично Σ_a (с заменой a на b).

В полуплоскости $\operatorname{Im}\alpha > 0$ подынтегральная функция в (3.3) имеет простые полюсы в точках $\eta\varkappa$, α_{nc} ($n = 1, 2, \ldots$). Соответствующие волновые движения в области *2* при $x > 0$ описываются следующим образом:

$$\xi_2(x, y) = \frac{\operatorname{sh}(l\eta\varkappa a)'}{\operatorname{sh}(l\eta\varkappa c)}\exp[i\eta\varkappa x - l\eta\varkappa(y+b)] + \tag{3.5}$$

$$+\,2\pi\sum_{n=1}^{\infty}\frac{\operatorname{res}V(\alpha_{nc})}{\sin\gamma_{nc}b\,(\gamma_{nc}^2+\alpha_{nc}^2l^2)^{1/2}}\sin[\gamma_{nc}(y+b)-\varphi_{nc}]\exp(i\alpha_{nc}x)$$

где выражения для φ_{nc}, γ_{nc} аналогичны приведенным в (3.2) (с заменой a на c); $\operatorname{res}V(\alpha_{nc})$ — вычет функции $V(\alpha)$ при $\alpha = \alpha_{nc}$.

Можно показать, что выражение (3.5) справедливо и для возвышений в области *1* при $x > 0$ с учетом падающей волны Кельвина.

Обратимся к исследованию характера волновых движений поверхности в канале. В каждой из формул (3.2), (3.4), (3.5) первое слагаемое описывает волну Кельвина, а бесконечная сумма соответствует прогрессивным и затухающим волнам. При этом действительным α_{nd} ($d = a, b, c$) соответствуют прогрессивные волны, а мнимым — экспоненциально затухающие. При данном значении безразмерной ширины канала $\varkappa d$ число прогрессивных волн равно целой части числа $\varkappa d/\pi$.

Таким образом, в зависимости от соотношения между величинами a, b, c, $\varkappa$, π в канале может распространяться то или иное количество незатухающих волн, причем волны Кельвина существуют при любых $\varkappa d$.

4. Распространение волн Кельвина вдоль бесконечной стенки. Пусть в канале, изображенном на фигуре, вдоль стенки $y = -b$ в положительном направлении оси x распространяется волна Кельвина единичной амплитуды

$$\xi_0(x, y) = \exp\,[i\eta\varkappa x - l\eta\varkappa\,(y + b)]$$

Решение задачи о дифракции этой волны по методу, изложенному в пп. 1, 2, приводит к системе парных интегральных уравнений

$$\int\limits_{-\infty}^{+\infty} \frac{\exp(i\alpha x)\,L(\alpha)}{\alpha^2 - \eta^2\varkappa^2}\,V(\alpha)\,d\alpha = -\frac{i}{\eta^2}\,\frac{ab}{a+b}\exp(i\eta\varkappa x - l\eta\varkappa b), \quad x > 0 \tag{4.1}$$

$$\int\limits_{-\infty}^{+\infty} \exp(i\alpha x)\,V(\alpha)\,d\alpha = 0, \quad x < 0$$

В приведенных уравнениях обозначения полностью совпадают с принятыми в пп. 1, 2. Решение системы (4.1) проводится методом факторизации, неизвестная функция ищется в виде $V(\alpha) = R/L_-(\alpha)$. Видно, что $R = -i\exp(-l\eta\varkappa b)\,Q$. Волновые движения, возникающие в этом случае, совпадают с описанными в п. 3, но имеют амплитуду в $\exp(l\eta\varkappa b)$ раз меньшую, т. е. правые части соотношений (3.2), (3.4), (3.5) домножаются на $-i\exp(-l\eta\varkappa b)$.

Задача дифракции волны Кельвина, распространяющейся вдоль бесконечной стенки в разветвленном канале, была решена впервые методом Винера — Хопфа в интерпретации Джонса в [6] и несколько позднее в [7]. Полученные в этих работах формулы для амплитуд волн в канале совпадают с выражениями, получаемыми путем умножения амплитуд в (3.2), (3.4), (3.5) на $-i\exp(-l\eta\varkappa b)$.

Следует отметить, что в [7], так же как и в близкой по теме работе [8] того же автора, утверждалось, что амплитуда n-й прогрессивной волны в канале стремится к бесконечности при $\alpha_{nd} \to 0$, т. е. при $\varkappa d \to \pi n$ ($d = a, b, c$), и формулы для возвышений справедливы при $\varkappa d$, не слишком близких к πn, потому что в выражениях для амплитуд прогрессивных волн (3.2), (3.4), (3.5) волновые параметры α_{nd} стоят в знаменателе. Однако в числителе этих выражений всегда есть сомножители вида $(\sin \varkappa d)^{1/2}$, стремящиеся к нулю при $\varkappa d \to \pi n$ с той же скоростью, что и α_{nd}. Поэтому амплитуда любой прогрессивной волны в канале всегда будет конечной, а решение (3.2), (3.4), (3.5) справедливо при любых $\varkappa d$.

5. Интерпретация результатов численного анализа. Амплитуды волн, возникающих в канале, были исследованы численно. Для этого бесконечные произведения в (2.6) заменялись конечными произведениями с N сомножителями.

Оценим погрешность такой редукции. Обозначим через P_N типичное для задач дифракции волн в каналах [6—11] конечное произведение

$$P_N = \prod_{n=1}^{N}\left(1 + \frac{\alpha}{\alpha_{nd}}\right)\exp\left(\frac{i\alpha d}{\pi n}\right) \tag{5.1}$$

Тогда относительная ошибка редукции

$$\delta_N = \left| \frac{P_\infty - P_N}{P_\infty} \right| = \left| 1 - \prod_{n=N+1}^{\infty} \left(1 + \frac{\alpha}{\alpha_{nd}}\right)^{-1} \exp\left(-\frac{i\alpha d}{\pi n}\right) \right|$$

В произведении (5.1) при больших n $\alpha_{nd} \simeq i\pi n/d$. Если пренебречь членами, по порядку величины меньшими $\alpha d/\pi n$, то получим следующую оценку для относительной погрешности редукции:

$$\varepsilon_N \simeq \left| \left\{ \prod_{n=N+1}^{\infty} \left[1 - \left(\frac{\alpha d}{\pi n}\right)^2\right] \right\} - 1 \right| = \left| \frac{\alpha d}{\pi} \right|^2 \sum_{n=N+1}^{\infty} \frac{1}{n^2} < \frac{|\alpha|^2 d^2}{\pi^2 N}$$

Для значений $\alpha d/\pi = 1$ величина ε_N будет меньше 1% при $N = 100$.

На фигуре приведены зависимость от безразмерной ширины $\varkappa a$ при $\varkappa b/\pi = 0{,}4$ амплитуды волны Кельвина, распространяющейся в неразветвленной части канала (штрихпунктирная линия), зависимость от $\varkappa a$ амплитуды волны Кельвина, распространяющейся в области *2* в отрицательном направлении оси x (штриховая), и зависимость от $\varkappa a$ амплитуд прогрессивных волн в области *1* при $x < 0$ (сплошная). Видно, что амплитуда волны Кельвина в неразветвленной части канала с увеличением ширины $\varkappa a$ стремится к своему предельному значению $\exp(-l\eta\varkappa b)$, найденному в работе [9].

С ростом $\varkappa a$ при $\varkappa(a + b) = \pi n$ и $\varkappa a = \pi n$ $(n = 1, 2, \ldots)$ будут возникать прогрессивные волны в областях $x > 0$, $-b < y < a$ и $x < 0$, $0 < y < a$ соответственно. Значения безразмерной ширины, при которых происходит возбуждение новой распространяющейся волны, называются пороговыми. На графиках зависимости амплитуд пороговым значениям ширины соответствуют характерные изломы, которые связаны с перераспределением энергии между распространяющимися волнами вблизи от порога возникновения новой прогрессивной волны. Явление перестройки волновых движений при зарождении новой распространяющейся волны известно в оптике [12], электродинамике [13], ядерной физике [14] и носит там название порогового явления. В линейной теории длинных поверхностных волн на это впервые указано в [10]. Более подробно пороговый характер зарождения прогрессивных волн в каналах обсуждался в [11, 15].

Результаты настоящей работы можно использовать в геофизических расчетах при исследованиях движения приливных волн, подобно тому, как это сделано в [10].

Автор благодарит В. А. Белякова за обсуждение результатов.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Сретенский Л. Н.* Теория волновых движений жидкости. М.— Л.: Глав. ред. общетехн. лит. и номогр., ОНТИ, 1936. 303 с.
2. *Плис В. И.* Об «условии на ребре» в линейной теории длинных поверхностных волн.— ПММ, 1979, т. 43, вып. 3, с. 564—566.
3. *Нобл Б.* Применение метода Винера — Хопфа для решения дифференциальных уравнений в частных производных. М.: Изд-во иностр. лит., 1962. 279 с.
4. *Миттра Р., Ли С.* Аналитические методы теории волноводов. М.: Мир, 1974. 323 с.
5. *Риекстиньш Э. Я.* Асимптотические разложения интегралов. Т. 1. Рига: Зинатне, 1974. 390 с.

6. *Габов С. А.* Применение метода Л. Н. Сретенского к одной задаче теории волн в каналах. — Ж. вычисл. матем. и матем. физ., 1975, т. 15, № 1, с. 217—226.
7. *Kapoulitsas G. M.* Scattering of long waves in a rotating bifurcated channel.— Internat. J. Theor. Phys., 1980, v. 19, No. 10, p. 773—788.
8. *Kapoulitsas G. M.* Diffraction of Kelvin waves from a rotating channel with an infinite and a semi-infinite barriere.— J. Phys. Ser. A, 1979, v. 12, No. 5, p. 733—742.
9. *Габов С. А., Рубан П. И., Секерж-Зенькович С. Я.* Дифракция волн Кельвина на полубесконечной стенке в полуограниченном бассейне.— Ж. вычисл. матем. и матем. физ., 1975, т. 15, № 6 с. 1512—1524.
10. *Packham B. A.* Reflection of Kelvin waves at the open end of a rotating semi-infinite channel.— J. Fluid Mech., 1969, v. 39, pt. 2, p. 321—328.
11. *Плис А. И., Плис В. И.* Дифракция волн Кельвина на открытом конце плоскопараллельного канала.— ПММ, 1980, т. 44, вып. 1, с. 69—76.
12. *Wood R. W.* Diffraction gratings with controlled groove form and abnormal distribution of intensity.— Philos. Mag. Ser. 6, 1912, v. 23, No. 133, p. 310—317.
13. *Болотовский Б. М., Лебедев А. Н.* О пороговых явлениях в классической электродинамике.— Ж. эксперим. и теор. физики, 1967, т. 53, № 4, с. 1349—1352.
14. *Базь А. И., Зельдович Я. Б., Переломов А. М.* Рассеяние, реакции и распады в нерелятивистской квантовой механике. М.: Наука, 1966. 339 с.
15. *Плис В. И.* Распространение волн Кельвина из канала в полуограниченный бассейн.— ПММ, 1981, т. 45, вып. 6, с. 1041—1048.

Москва

Поступила в редакцию
7.II.1983