Прикладная математика и механика. Том 47, вып. 6, 1983

УДК 531.35

УСЛОВНО-ПЕРИОДИЧЕСКИЕ ДВИЖЕНИЯ В ПОЛЕ ПРИТЯЖЕНИЯ ВРАЩАЮЩЕГОСЯ ТРЕХОСНОГО ЭЛЛИПСОИДА

Журавлев С. Г.

Строятся условно-периодические решения в окрестности найденных ранее стационарных решений задачи о движении материальной точки в поле притяжения вращающегося трехосного эллипсоида при наличии соизмеримости между средним движением материальной точки и угловой скоростью вращения эллипсоида.

Задача о движении материальной точки в поле притяжения однородного (или неоднородного, но с эллипсоидальными слоями одинаковой плотности) трехосного эллипсоида, равномерно вращающегося вокруг одной из своих главных центральных осей инерции, рассматривалась ранее [1—4]. Были вычислены [4] семейства стационарных решений (движений) при наличии соизмеримости между средним движением материальной точки и угловой скоростью вращения эллипсоида и доказано существование условно-периодических решений (движений) в их окрестности.

Цель данной работы — построение условно-периодических решений задачи и выявление характера условно-периодического движения материальной точки. Используется метод построения условно-периодических решений канонических систем дифференциальных уравнений при наличии острой соизмеримости частот [5].

1. Уравнения движения и гамильтониан. Рассмотрим вращающуюся систему координат $OXYZ$, оси которой направлены по главным центральным осям инерции трехосного эллипсоида — оси OX и OY совпадают с малой и большой осями экваториального сечения эллипсоида соответственно и ось OZ — с осью вращения эллипсоида.

Уравнения движения материальной точки в поле притяжения трехосного эллипсоида во вращающейся системе координат $OXYZ$ могут быть записаны в следующем виде [4]:

$$dx_j/d\tau = \partial F'/\partial y_j,\quad dy_j/d\tau = -\partial F'/\partial x_j,\quad j=1,\ 2,\ 3 \tag{1.1}$$

$$\begin{gathered} x_1 = L = \sqrt{a},\quad y_1 = l = M \\ x_2 = G = \sqrt{a(1-e^2)},\quad y_2 = g = \omega \\ x_3 = H = \sqrt{a(1-e^2)}\cos i,\quad y_3 = h = \Omega - \omega_0\tau \end{gathered} \tag{1.2}$$

где x_j, y_j — канонические переменные Делоне, a, e, i, M, Ω и ω — стандартная система оскулирующих кеплеровских элементов, ω_0 — угловая скорость вращения эллипсоида, τ — безразмерное время, а гамильтониан F' имеет следующую структуру:

$$\begin{gathered} F' = F_0' + \varkappa F_1',\quad \varkappa \ll 1 \\ F_0 = \frac{1}{2}x_1^{-2} + x_3\omega_0,\quad F_1' = \sum_{\|\mathbf{k}\|\geqslant 0} A_{\mathbf{k}}(\mathbf{x})\cos(\mathbf{k},\mathbf{y}) \\ \mathbf{k} = (k_1,\ k_2,\ k_3),\ (\mathbf{k},\ \mathbf{y}) = k_1y_1 + k_2y_2 + k_3y_3,\ \|\mathbf{k}\| = |k_1| + \\ + |k_2| + |k_3| \end{gathered} \tag{1.3}$$

Явный вид коэффициентов $A_{\mathbf{k}}(\mathbf{x})$ будет выписан ниже.

2. Стационарные движения. Для исследования стационарных и условно-периодических движений материальной точки в поле притяжения трехосного эллипсоида, определяемых соизмеримостью вида $n/\omega_0 = s/p$ (n — среднее движение материальной точки, ω_0 — угловая скорость вращения эллипсоида, $s = p + q$, p, q — целые числа), удобнее использовать следующую систему переменных [4]:

$$X_1 = sL - pH, \quad Y_1 = l/s \tag{2.1}$$
$$X_2 = G - H, \quad Y_2 = g$$
$$X_3 = H, \quad Y_3 = pl/s + g + h$$

В результате замены переменных (2.1) систему уравнений (1.1) запишем в следующей форме:

$$dX_j / d\tau = \partial F / \partial Y_j, \; dY_j / d\tau = -\partial F / \partial X_j, \; j = 1, 2, 3 \tag{2.2}$$

$$F = F_0 + \varkappa F_1 \tag{2.3}$$
$$F_0 = \frac{1}{2} s^2 (X_1 + pX_3)^{-2} + \omega_0 X_3$$
$$F_1 = \sum_{\|\mathbf{k}\| \geqslant 0;\; m=0, \pm 1, \pm 2} A_{\mathbf{k}}^* (X) \cos [(k_1 s + pm) Y_1 + k_2 Y_2 + k_3 Y_3]$$

Согласно методике работы [5], выделим теперь из возмущающей части F_1 гамильтониана F вековую часть F_1^{sec}, резонансную часть (в том числе долгопериодическую) F_1^{res} и короткопериодическую часть F_1^{sp}:

$$F_1^{\text{sec}}(X_j) = \frac{s^6}{12} (X_1 + pX_3)^{-6} (3\alpha - 1) C_0^{-3,0} (X_j) \tag{2.4}$$

$$F_1^{\text{res}} (X_j, Y_2, Y_3) = \frac{3}{4} \varkappa b_{22} s^6 (X_1 + pX_3)^{-6} \sum_{\nu=1}^{3} \Phi_\nu$$

$$\Phi_1 = (1 - \alpha^2) C_{k_1}^{-3,0} \cos [(k_1 s - 2p) Y_1 - 2Y_2 + 2Y_3]$$

$$\Phi_2 = \frac{1}{2} (1 + \alpha)^2 (C_{k_1}^{-3,2} + S_{k_1}^{-3,2}) \cos [(k_1 s - 2p) Y_1 + 2Y_3]$$

$$\Phi_3 = \frac{1}{2} (1 - \alpha)^2 (C_{k_1}^{-3,2} - S_{k_1}^{-3,2}) \cos [(k_1 s - 2p) Y_1 - 4Y_2 + 2Y_3]$$

$$\alpha = X_3 / (X_2 + X_3)$$

$$F_1^{\text{sp}} (X_j, Y_j) = \sum_{\|\mathbf{k}\| > 0}'' A_{\mathbf{k}}^* (X_j) \cos [(k_1 s + mp) Y_1 + k_2 Y_2 + k_3 Y_3] \tag{2.5}$$

Штрихи при сумме в выражении (2.5) означают, что вектор $\mathbf{k}$ принимает лишь нерезонансные значения, в частности $(k_1 s + mp) \neq 0$.

Для отыскания стационарных решений системы уравнений (2.2) с гамильтонианом (2.3) — (2.5) и построения условно-периодических решений в их окрестности введем при помощи близкого к тождественному преобразования Цейпеля каноническую замену переменных по формулам

$$P = X + \varkappa \frac{\partial S}{\partial Y}, \; Y = Q + \varkappa \frac{\partial S}{\partial P}, \; P = (P_1, P_2, P_3), \; Q = (Q_1, Q_2, Q_3) \tag{2.6}$$

где P, Q — новая каноническая система переменных и $\varkappa S$ (P, Y) — малая производящая функция. Производящая функция преобразования S (P, Y) выбирается таким образом, чтобы в новом гамильтониане не содержались короткопериодические члены O $(\varkappa)$ (подробнее см. [5]).

В результате замены переменных (2.6) система уравнений (2.2) преобразуется к виду

$$\frac{dP}{d\tau} = \frac{\partial F^*}{\partial Q}, \quad \frac{dQ}{d\tau} = -\frac{\partial F^*}{\partial P} \tag{2.7}$$

$$F^* (P, Q) = F_0^* (P) + \varkappa F_1^* (P, Q_2, Q_3) + \varkappa^2 F_2^* (P, Q)$$

$$F_1^* (P, Q_2, Q_3) = F_1^{sec} (P) + F_1^{res} (P, Q_2, Q_3)$$

Для получения явного вида функций F^*, F_1^* и других достаточно в выражениях (2.3), (2.4) заменить X на P и Y на Q.

Пренебрегая теперь в уравнениях (2.7) короткопериодическими членами $O(\varkappa^2)$ (вековые и резонансные составляющие $\varkappa^2 F_2^*(P, Q)$ могут быть включены в функции F_1^{sec} и F_1^{res} соответственно), будем искать стационарные решения системы (2.7) в виде

$$(2.8)\qquad \bar{P}_j = P_{j0} = \text{const}, \quad j = 1, 2, 3$$
$$\bar{Q}_i = Q_{i0} = \text{const}, \quad i = 2, 3; \ \bar{Q}_1 = Q_{10} + \omega_1 \tau$$

Необходимые условия существования стационарных решений вида (2.8) записываются следующим образом [6]:

$$(2.9)\qquad \frac{d\bar{P}_j}{d\tau} = \frac{\varkappa \partial F_1^*}{\partial Q_j} = 0, \quad j = 1, 2, 3$$
$$\frac{\partial \bar{Q}_1}{d\tau} = -\frac{\partial \bar{F}}{\partial P_1} = \omega_1, \quad \frac{d\bar{Q}_2}{d\tau} = -\frac{\gamma \partial F_1^*}{\partial P_2} = 0$$
$$\frac{d\bar{Q}_3}{d\tau} = -\frac{\partial \bar{F}}{\partial P_3} = 0 \quad (\bar{F} = F_0^* + \varkappa F_1^*)$$

Рассмотрим условия (2.9) последовательно.

Первое условие удовлетворяется автоматически при $j = 1$ (поскольку функция $\bar{F}$ не зависит от быстрой переменной Q_1), а при $j = 2, 3$ оно выполняется, если $\bar{Q}_2 = Q_{20} = k_1^* \pi/2$ и $\bar{Q}_3 = Q_{30} = k_2^* \pi/2$, k_1^*, k_2^* — целые числа. Четвертое условие выполняется, если среднее движение спутника выбирается из соотношения

$$(2.10)\qquad n = sp^{-1}[\omega_0 + \varkappa (ps^{-1}\partial F_1^*/\partial L + \partial F_1^*/\partial H)]$$

Для проверки третьего условия, которое выписывается в виде $\partial F_1^*/\partial P_2 = \Phi(e, i) = 0$, привлекается ЭВМ, и решение дает зависимость между P_2 и P_3 (фактически между e и i) на стационарном решении (см. [4]). Наконец, второе условие дает выражение

$$(2.11)\qquad \omega_1 = p^{-1}(\omega_0 + \varkappa \partial F_1^*/\partial H)$$

Таким образом, необходимые условия (2.9) все могут быть удовлетворены (а это указывает на их достаточный характер) и стационарные решения в виде (2.8) существуют.

Стационарные движения материальной точки, соответствующие найденным стационарным решениям (2.8), в кеплеровских элементах носят следующий характер (в общем случае $e \neq 0$, $i \neq 0$):

1) материальная точка движется по эллиптической орбите постоянного размера и наклона к плоскости экватора эллипсоида со средним движением n, несколько отличающимся от точно соизмеримого значения $s/p\,\omega_0$; при этом большая полуось орбиты a зависит от вида соизмеримости s/p и значение e и i, взаимосвязанные уравнением $\Phi(e, i) = 0$, также зависят от вида соизмеримости;

2) линия апсид орбиты неподвижна во вращающейся системе координат $OXYZ$ и постоянно ориентирована по меридиану малой или большой полуоси экваториалного сечения эллипсоида;

3) линия узлов орбиты прецессирует во вращающейся системе координат с малой скоростью $\Omega^{\cdot} = -\varkappa \partial F_1^*/\partial H$;

4) средняя долгота Q_3 материальной точки во вращающейся системе координат остается постоянной, совпадающей с меридианами большой и малой полуосей экваториального сечения эллипсоида;

5) быстрая угловая переменная Q_1 изменяется таким образом, что материальная точка по истечении периода $T_1 = 2\pi/\omega_1$ оказывается на том же самом меридиане, которому соответствует значение Q_{10}; при этом период вращения эллипсоида ($T_0 = 2\pi/\omega_0$), период обращения материальной точки ($T = 2\pi/n$) и период изменения быстрой переменной ($T_1 = 2\pi/\omega_1$) связаны следующими соотношениями:

$$T_1 = pT_0 (1 + O (\varkappa)), \quad T_1 = sT (1 + O (\varkappa)), \quad (O (\varkappa) = = -\varkappa\omega_0^{-1} \partial F_1{}^*/\partial H)$$

В результате описанного движения материальная точка оказывается на исходном меридиане через p оборотов эллипсоида вокруг своей оси или через s обращений материальной точки по орбите.

Перейдем к построению в окрестности найденных стационарных решений (движений) условно-периодических решений (движений).

3. Производящая функция. Исключение короткопериодических членов $F_1{}^{sp}$ гамильтониана осуществлялось при помощи производящей функции S (P, Y), которая зависит от структуры и вида $F_1{}^{sp}$.

Для получения условно-периодических решений в нескольких системах элементов (переменных) запишем $\varkappa F_1{}^{sp}$, используя кеплеровские позиционные элементы a, e и i, угловые переменные Делоне l, g и h, а также переменные (X, Y).

В результате найдем

$$\varkappa F_1^{sp} (a, e, i, l, g, h) = \varkappa \sum_{\|\mathbf{k}_1\|>0} A_{\mathbf{k}_1} (a, e, i) \cos (kl + 2\nu g) + \tag{3.1}$$
$$+ \varkappa^2 \sum_{\|\mathbf{k}_2\|>0} B_{\mathbf{k}_2} (a, e, i) \cos (kl + 2\nu g + 2\varepsilon h)$$

$$\mathbf{k}_1 = (\mathrm{k},\ 2\nu),\ \mathbf{k}_2 = (k,\ 2\nu,\ 2\varepsilon),\ \nu = 0; \pm 1,\ \varepsilon = \pm 1$$
$$-\infty < k < \infty$$

$$A_{k,0} = \frac{3\cos^2 i - 1}{12a^3} C_k^{-3,0} (e)$$

$$A_{k,\pm 2} = \frac{\sin^2 i}{8a^3} [C_k^{-3,2} (e) \pm S_k^{-3,2} (e)]$$

$$B_{k,0,\pm 2} = \frac{\mp 3b_{22} \sin^2 i}{4a^3} C_k^{-3,0} (e)$$

$$B_{k,\pm 2,\pm 2} = \frac{3b_{22} (1 \pm \cos i)^2}{8a^3} [C_k^{-3,2} (e) \pm S_k^{-3,2} (e)]$$

Здесь $C_k{}^{n,m} (e)$, $S_k{}^{n,m} (e)$ — известные разложения по степеням e [7].

Для получения теперь явного вида функции $\varkappa F_1{}^{sp}$ достаточно в выражении (3.1) заменить $a, \ldots, h$ на X, Y, используя зависимости (1.2) и (2.1).

В соответствии с выражением (3.1) для короткопериодической части $\varkappa F_1{}^{sp}$ выберем производящую функцию S преобразования (2.6) в виде суммы

$$S = S_1 + S_2 \tag{3.2}$$

Здесь

$$S_1 (a, e, i, l, g, h) = \varkappa \sum_{\|\mathbf{k}_1\|=1}^{\infty}{}'' S_{\mathbf{k}_1} (a, e, i) \sin (kl + 2\nu g) \tag{3.3}$$

$$S_2 (a, e, i, l, g, h) = \varkappa^2 \sum_{\|\mathbf{k}_2\|=1}^{\infty}{}'' S_{\mathbf{k}_2} (a, e, i) \sin (kl + 2\nu g + 2\varepsilon h)$$

или

$$S_1(P,Y)=\varkappa\sum_{\|\mathbf{k}_1\|=1}^{\infty}{}'' S_{\mathbf{k}_1}(P)\sin(ksY_1+2\nu Y_2) \tag{3.4}$$

$$S_2(P,Y)=\varkappa^2\sum_{\|\mathbf{k}_2\|=1}{}'' S_{\mathbf{k}_2}(P)\sin[(ks-2p\varepsilon)Y_1+\nu Y_2+\varepsilon(Y_3-Y_2)]$$

$$\nu=0;\ \pm1,\quad \varepsilon=\pm1$$

Штрихи при знаке сумм указывают на отсутствие в них долгопериодических и резонансных членов (т. е. $k\neq0$ в выражениях (3.3) и $ks-2p\varepsilon\neq0$ в первом выражении (3.4)), которые уже включены в функцию $\varkappa F_1^{res}$.

Считая малый параметр величиной $\varkappa\sim10^{-3}$, ограничимся построением условно-периодических решений в первом приближении (в стационарных решениях учтены вековые, долгопериодические и резонансные члены возмущающей функции $O(\varkappa^2)$). В связи с этим будем учитывать в производящей функции S лишь часть $S_1=O(\varkappa)$ и сохраним некоторое конечное число гармоник $k\leqslant N_*=10$ (с ростом k амплитуда соответствующей гармоники убывает).

Учитывая сказанное, имеем

$$\varkappa S=\varkappa S_1=\varkappa\sum_{k=1}^{10}{}'' S_k(a,e,i)\sin(kl+2\nu g)= \tag{3.5}$$

$$=\varkappa\sum_{k=1}^{10}{}'' S_k(P)\sin(ksY_1+2\nu Y_2);\quad \nu=0,\pm1$$

$$S_k'(a,e,i)=-A_{\mathbf{k}_1}(a,e,i)\,|\,(\mathbf{k}_1,\partial\bar F\,|\,\partial\alpha);\quad \alpha=a,e,i$$

$$S_k(P)=-A_{\mathbf{k}_1}(P)\,|\,(\mathbf{k}_1,\partial\bar F^*\,|\,\partial P)$$

$$\bar F^*(P)=F_0^*(P)+\varkappa F_1^{sec}(P)$$

Принимая во внимание последнее соотношение, перепишем коэффициенты в окончательном виде

$$S_k(P)=-A_{\mathbf{k}_1}(P)\,/\,nk+O(\varkappa) \tag{3.6}$$

4. Условно-периодические решения. Найденные и описанные в п. 2 стационарные решения, а также явный вид производящей функции преобразования (2.6) позволяют записать условно-периодические решения в нескольких системах переменных.

Условно-периодические решения в переменных (P,Q). Используя общие формулы условно-периодических решений [5, 6], имеем ($\bar P$, $\bar Q$ — значения переменных P, Q на стационарном решении (см. (2.8)))

$$P_i(\tau)=\bar P_i+\varkappa\sum_{k=1}^{10}{}'' f_{P\mathbf{k}}(\bar P_i)\cos(\mathbf{k},\bar Q_j);\quad i=1,2,3;\quad j=1,2 \tag{4.1}$$

$$Q_i(\tau)=\bar Q_i+\varkappa\sum_{k=1}^{10}{}'' f_{Q\mathbf{k}}(\bar P_i)\sin(\mathbf{k},\bar Q_j)$$

$$\bar P_i=P_{i0},\quad \bar Q_1=Q_{10}+\omega_1\tau,\quad \bar Q_2=Q_{20},\quad \bar Q_3=Q_{30}$$

$$(\mathbf{k},\bar Q_j)=[ks(Q_{10}+\omega_1\tau)+2\nu Q_{20}]$$

$$\omega_1=\frac{1}{p}\left(\omega_0+\varkappa\frac{\partial F_1^*(P_i,Q_2,Q_3)}{\partial P_3}\right)\Bigg|_{P_i=\bar P_i,\ Q_i=\bar Q_i}$$

$$f_{P\mathbf{k}}(\bar P_i)=kS_k(P)\big|_{P_i=\bar P_i},\quad f_{Q\mathbf{k}}(\bar P_i)=-\frac{\partial S_k(P)}{\partial P}\Bigg|_{P_i=\bar P_i}$$

Условно-периодические решения в смешанных переменных. Используя следующие соотношения:

$$n = s^3 (X_1 + pX_3)^{-3}, \quad e = [1 - s^2 (X_2 + X_3)^2 (X_1 + pX_3)^{-2}]^{1/2}$$

$$i = \arccos\left(\frac{X_3}{X_2 + X_3}\right); \quad Y_1 = \frac{l}{s}, \quad Y_2 = g, \quad Y_3 = \frac{pl}{s} + g + h$$

получающиеся из выражений (1.2) и (2.1), запишем условно-периодические решения в смешанных переменных

$$(4.2) \qquad n = \bar{n} - 3\varkappa \bar{n}^{4/3} s^{-1} \frac{\partial S}{\partial Y_1}, \quad e = \bar{e} +$$

$$+ \varkappa \bar{e}^{-1} \bar{n}^{1/3} \sqrt{1 - \bar{e}^2} \left(s^{-1} \sqrt{1 - \bar{e}^2} \frac{\partial S}{\partial Y_1} - \frac{\partial S}{\partial Y_2}\right)$$

$$i = \bar{i} + \varkappa (1 - \bar{e}^2)^{-1/2} \bar{n}^{1/3} \operatorname{ctg} \bar{i} \frac{\partial S}{\partial Y_2}$$

$$Y_1 = \bar{Q}_1 + 3\varkappa \left[s^{-1} \bar{n}^{-4/3} \frac{\partial S}{\partial n} - \frac{\bar{n}^{1/3} (1 - \bar{e}^2)}{3s\bar{e}} \frac{\partial S}{\partial e}\right]$$

$$Y_2 = \bar{Q}_2 + 3\varkappa \left[\frac{p}{s\bar{n}^{4/3}} \frac{\partial S}{\partial n} - \frac{\bar{n}^{1/3} (1 - \bar{e}^2)^{1/2} [p (1 - \bar{e}^2) - s]}{3s\bar{e}} \frac{\partial S}{\partial e} - \right.$$

$$\left. - \frac{\bar{n}^{1/3} (\cos \bar{i} - 1)}{3 \sin \bar{i} (1 - \bar{e}^2)^{1/2}} \frac{\partial S}{\partial i}\right]$$

$$Y_3 = \bar{Q}_3 + \varkappa \left[\frac{1}{\bar{e}\sqrt{1 - \bar{e}^2}} \frac{\partial S}{\partial e} - \frac{\bar{n}^{1/3} \operatorname{ctg} \bar{i}}{\sqrt{1 - \bar{e}^2}} \frac{\partial S}{\partial i}\right]$$

где $\bar{\alpha}_j$ — значение элемента α_j на стационарном решении (2.8) ($\alpha_j = n, e, i, Q_j$).

Условно-периодические решения в переменных Кеплера — Делоне

$$(4.3) \qquad n = \bar{n} - 3\varkappa \bar{n}^{4/3} \frac{\partial S}{\partial l}, \quad e = \bar{e} + \varkappa \bar{e}^{-1} \bar{n}^{1/3} (1 - \bar{e}^2)^{1/2} \cdot$$

$$\cdot \left[(1 - \bar{e}^2)^{1/2} \frac{\partial S}{\partial l} - \frac{\partial S}{\partial g}\right]$$

$$i = \bar{i} + \varkappa \bar{n}^{1/3} (1 - \bar{e}^2)^{-1/2} \operatorname{ctg} \bar{i} \frac{\partial S}{\partial g}$$

$$l = \bar{l} + 3\varkappa \left[\bar{n}^{4/3} \frac{\partial S}{\partial n} - \frac{\bar{n}^{1/3} (1 - \bar{e}^2)}{3\bar{e}} \frac{\partial S}{\partial e}\right]$$

$$g = \bar{g} + \varkappa \bar{n}^{1/3} \left[\frac{\sqrt{1 - \bar{e}^2}}{\bar{e}} \frac{\partial S}{\partial e} - \frac{\operatorname{ctg} \bar{i}}{\sqrt{1 - \bar{e}^2}} \frac{\partial S}{\partial i}\right]$$

$$h = \bar{h} + \varkappa \bar{n}^{1/3} \sin^{-1} \bar{i} (1 - \bar{e}^2)^{-1/2} \frac{\partial S}{\partial i}$$

$$\bar{l} = l_0 + \omega_1 \tau, \quad \bar{g} = g_0, \quad \bar{h} = h_0 + \omega_3 \tau$$

где ω_1 дается формулой (2.10), а $\omega_3 = -p\omega_1/s$. Кроме того, в производные $\partial S/\partial \alpha_j$ необходимо подставить стационарные значения $\bar{\alpha}_j = \bar{n}, \bar{e}, \bar{i}, \bar{l}, \bar{g}$ и $\bar{h}$.

Условно-периодические движения материальной точки, описываемые решениями (4.1), (4.2) и (4.3), носят практически один и тот же характер во всех системах переменных: на стационарные движения накладываются короткопериодические колебания с амплитудами $O(\varkappa)$. Отличие состоит лишь в том, что в некоторых системах переменных отдельные угловые переменные имеют постоянные стационарные движения (например, переменные Q_2 и Q_3 в решениях (4.1) и (4.2), переменная g в решении (4.3)), тогда как остальные угловые переменные являются линейными функциями времени.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Батраков Ю. В.* Периодические движения частицы в поле тяготения вращающегося трехосного эллипсоида.— Бюл. ин-та теорет. астрон. АН СССР, 1957, т. 6, № 8, с. 524—542.
2. *Журавлев С. Г.* О стационарных движениях в гравитационном поле вращающегося тела.— Матем. физика. Вып. 20. Киев: Наук. думка, 1976, с. 17—26.
3. *Kammeyer P. C.* Periodic orbits around a rotating ellipsoid.— Celest. Mech., 1978, v. 17, No. 1, p. 37—48.
4. *Журавлев С. Г.* Стационарные и периодические движения в поле притяжения вращающегося трехосного эллипсоида.— ПММ, 1980, т. 44, № 3, с. 387—394.
5. *Zhuravlev S. G.* Conditionally periodic solutions of the canonical systems of differential equations in a non-autonomous resonant case.— Celest. Mech., 1979, v. 19, No. 1, p. 77—93.
6. *Zhuravlev S. G.* On stationary solutions of some canonical systems of differential equations.— Celest. Mech., 1981, v. 25, No. 3. p. 297—316.
7. *Jarnagin M. P., Jr.* Expansions in elliptic motion.— Astron. Pap., 1965, v. 18, p. 1—659.

Москва

Поступила в редакцию
28.III.198