3. *Шелухин В. В.* Стабилизация решения одной модельной задачи о движении поршня в вязком газе.— В кн.: Динамика сплошной среды. Вып. 33. Новосибирск: Изд-е Ин-та гидродин. СО АН СССР, 1978, с. 134—146.

Новосибирск

Поступила в редакцию 10.III.1982

УДК 533.69

МЕТОД ВЫЧИСЛЕНИЯ АЭРОДИНАМИЧЕСКИХ ХАРАКТЕРИСТИК ТЕЛ НА ОСНОВЕ ИНВАРИАНТНЫХ СООТНОШЕНИЙ ТЕОРИИ ЛОКАЛЬНОГО ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ

Антонец А. В., Дубинский А. В.

Доказывается существование соотношений между аэродинамическими характеристиками (АХ) различных по форме тел вращения, инвариантных относительно модели обтекания и угла атаки. На этой основе развивается метод расчета АХ, рассматривается пример его использования для тел со степенной формой образующей, дается сравнение с результатами «точных» численных расчетов.

В рамках моделей локального взаимодействия ([1—4] и др.) местное силовое воздействие потока в каждой точке поверхности тела зависит лишь от местного угла атаки и параметров, характеризующих процесс обтекания «в целом». Такие модели эффективно применяются к широкому кругу режимов обтекания (свободномолекулярный режим, гиперзвуковые течения плотного и разреженного газа, обтекание световым потоком, промежуточная область течения разреженного газа). Однако существующие методы аэродинамического расчета ([1,4] и др.) предусматривают знание конкретной модели локального взаимодействия.

Пусть уравнение поверхности выпуклого тела вращения в связанной с телом системе координат $x\varphi r$ задается функцией $r(x)$, ось Ox направлена вдоль оси тела. Выражение для коэффициента проекции аэродинамической силы $\mathbf{R}$ на некоторое направление, задаваемое единичным вектором $\mathbf{l}$, можно представить в виде

$$C_l = \frac{\mathbf{R}\cdot\mathbf{l}}{qS_k} = \frac{1}{S_k}\int\limits_0^{r_k}\int\limits_0^{2\pi} F_l\left(\alpha, \varphi, \frac{dr}{dx}\right) d\varphi\cdot r\,dr = \tag{1}$$

$$= \int\limits_{u_-}^{u_+} \Phi_l(\alpha, u^{-1})\frac{d}{du}\left(\frac{r}{r_k}\right)^2 du, \quad q = \frac{\rho_\infty v_\infty^{\,2}}{2}$$

где q — скоростной напор, α — угол атаки, S_k, r_k — площадь и радиус миделевого поперечного сечения; функции F_l, Φ_l зависят от указанных аргументов и модели обтекания, $u = dx/dr$ — котангенс угла наклона контура тела к его оси, пробегающий значения от u_- до u_+.

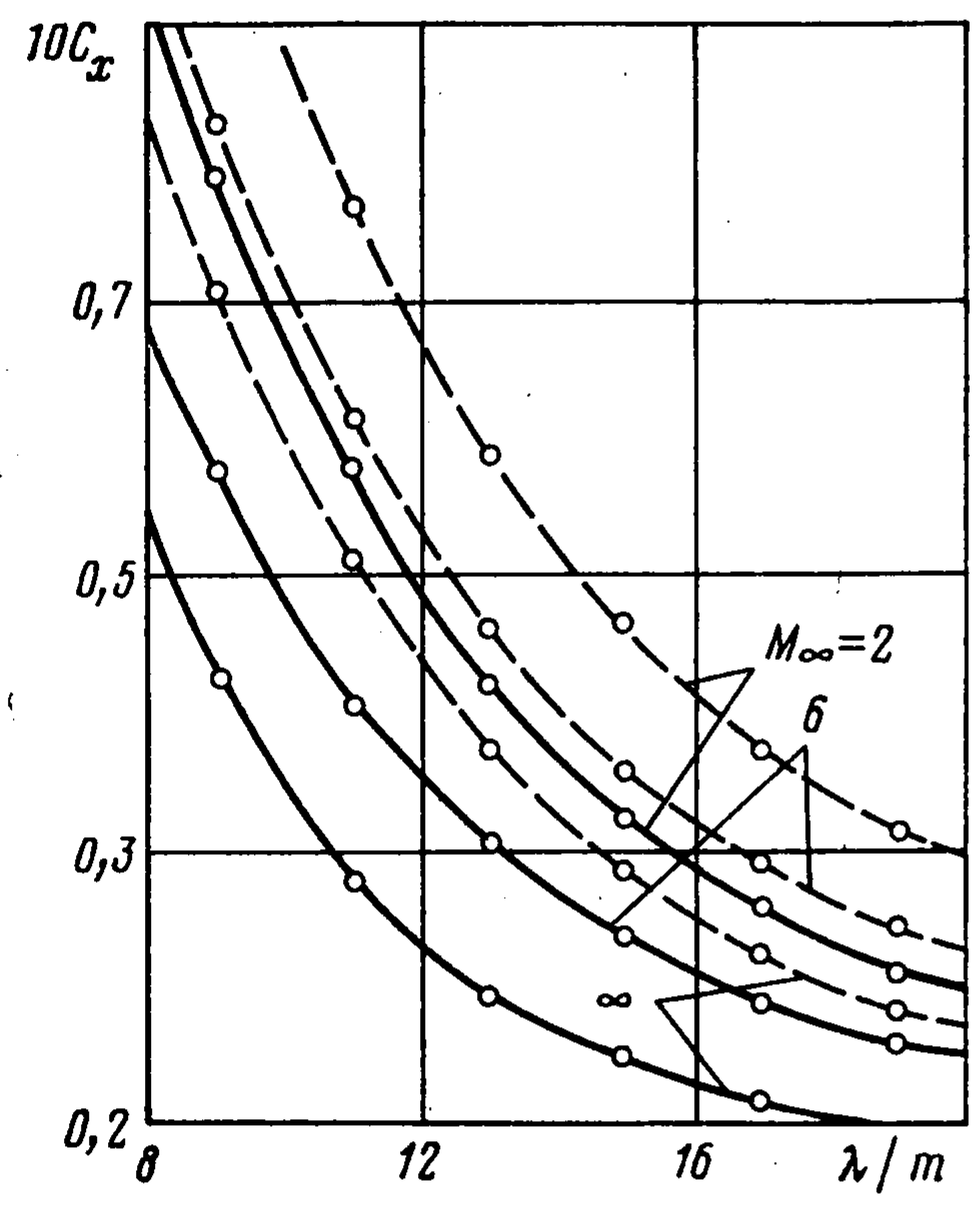
Рассмотрим $n+1$ тел, у которых угол наклона образующей к оси изменяется в одинаковых пределах; индекс ν будет указывать на номер тела. Тогда, если функции $r_\nu(u)$ ($\nu = 0, 1, \ldots, n$) удовлетворяют условию

$$\left(\frac{r_0}{r_{k0}}\right)^2 - \sum_{\nu=1}^{n}\beta_\nu\left(\frac{r_\nu}{r_{k\nu}}\right)^2 = C \tag{2}$$

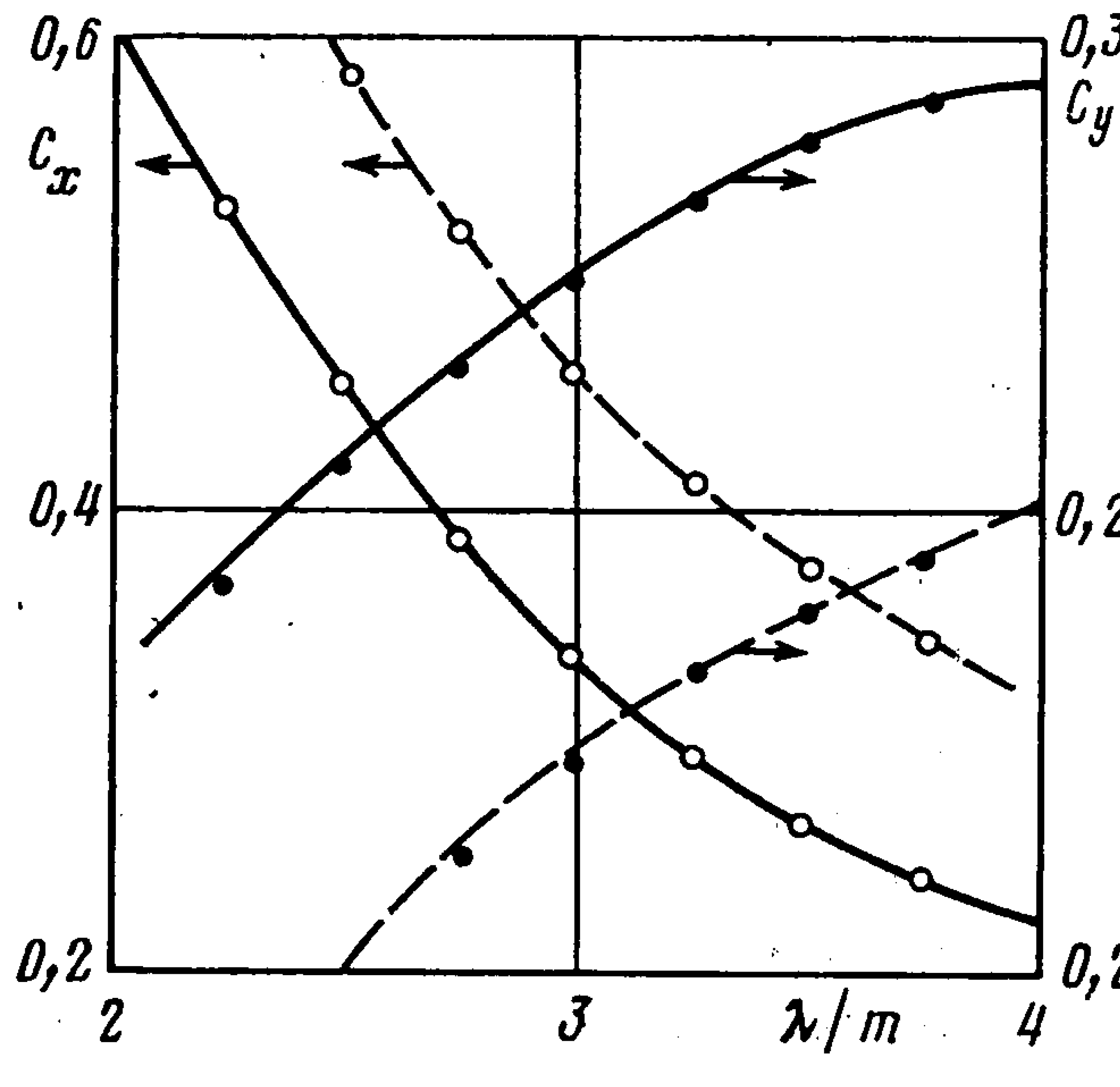
то из (1) следует, что их одноименные АХ $C_{l\nu}$ связаны соотношением

$$C_{l0} = \sum_{\nu=1}^{n}\beta_\nu C_{l\nu} \tag{3}$$

Это соотношение инвариантно относительно выбора одинаковой для всех тел функции Φ_l, т. е. справедливо для любой модели локального взаимодействия и, в отличие от случая двух пространственных тел [5], для произвольного угла атаки и любой составляющей аэродинамической силы. Рассматривая тела, образующие которых исходят из начала координат, полагаем $C = 0$.



Фиг. 1



Фиг. 2

Таким образом, на основании информации о коэффициентах продольной и нормальной сил $C_{x\nu}$ $(\alpha,\ u_+)$, $C_{y\nu}$ $(\alpha,\ u_+)$ нескольких «базовых» тел путем варьирования параметров β_ν могут быть получены соответствующие АХ C_{x0} $(\alpha,\ u_+)$, C_{y0} $(\alpha,\ u_+)$ широкого класса конфигураций. Метод расчета базируется лишь на предположении о локальном характере взаимодействия потока с поверхностью и не требует знания конкретной модели локального взаимодействия, т. е. позволяет рассчитать АХ в условиях, когда отсутствует информация, необходимая для определения сил на поверхности тел, и другие методы аэродинамического расчета неприменимы.

Пусть по-прежнему известны АХ $C_{l\nu}$ $(\alpha,\ u_+)$ базовых тел и требуется определить C_{l0} $(\alpha,\ u_+)$ некоторого тела заданной формы. Естественно, в общем случае, не существует β_ν, обеспечивающих выполнение условия (2). Однако если интерпретировать β_ν как коэффициенты разложения функции $r_0{}^2\,(u)/r_{k0}{}^2$ по базисным функциям $r_\nu{}^2\,(u)/r_{k\nu}{}^2$, то в большом числе случаев можно ожидать приемлемой точности расчета АХ по формулам (3) при относительной простоте вычислительной процедуры.

Прикладное значение такого подхода определяется возможностью его применения в случаях, когда другие методы расчета АХ, не требующие знания конкретной модели обтекания, отсутствуют. Различные приемы, основанные на интерполяции, в общем случае не могут рассматриваться как альтернативные из-за отсутствия параметра, по которому она может осуществляться. Отметим, что идея о развитии подхода [5] для решения «прямых» задач расчета АХ тел заданной формы высказывалась ранее А. И. Бунимовичем и Г. Г. Черным.

В качестве примера рассмотрим случай, когда все тела «степенные», т. е.

$$\frac{r_\nu}{r_{k\nu}}=\left(\frac{x_\nu}{L_\nu}\right)^{m_\nu}=\left(\frac{u}{u_k}\right)^{t_\nu},\qquad t_\nu=\frac{m_\nu}{1-m_\nu},\qquad \lambda_\nu=\frac{L_\nu}{r_{k\nu}}$$

Выбор класса тел определяется наличием опубликованных результатов систематических «точных» численных расчетов [6], которые в совокупности с дополнительно проведенными расчетами несимметричного обтекания дают обширный материал для анализа точности предложенного метода и подтверждения свойства инвариантности соотношения (3).

Воспользовавшись для определения β_ν интегральным методом наименьших квадратов на отрезке $0\leqslant u/u_k\leqslant 1$, приходим к системе линейных алгебраических уравнений, решение которой имеет вид

$$\beta_\nu=\frac{1-m_0}{1-m_\nu}\left(\prod_{\substack{i=1\\ i\neq\nu}}^{n}\frac{m_0-m_i}{m_\nu-m_i}\right)\prod_{i=1}^{n}\frac{1+m_i+m_\nu-3m_im_\nu}{1+m_i+m_0-3m_im_0},\qquad \nu=1,2,\ldots,n \tag{4}$$

Таким образом, в случае степенных тел для расчета коэффициентов β_ν существуют простые явные формулы; β_ν не зависят от модели обтекания, угла атаки, от того, какая именно АХ рассматривается, а также от параметра u_+, одинакового для всех тел.

Поэтому и для частного класса тел степенной формы расчет АХ по формулам (3)—(4) предпочтительнее по сравнению с методом интерполяции по m.

Взяв в качестве базовых тела с показателями степени $m_1 = 0,5$, $m_2 = 0,6$, $m_3 = 0,7$, для $m_0 = 0,55$ и $m_0 = 0,65$ с использованием формулы (4) соответственно получим $\beta_1 = 0,374$, $\beta_2 = 0,758$, $\beta_3 = -0,134$ и $\beta_1 = -0,121$, $\beta_2 = 0,734$, $\beta_3 = 0,389$.

На фиг. 1 показаны графики функций $C_x(\lambda/m)$, построенные по результатам расчетов [6] при числах Маха набегающего потока $M_\infty = 2,6$, ∞; $\gamma = 1,4$. На фиг. 2 представлены результаты расчетов методом [7] для тел степенной формы со сферическим носком (такое искажение формы не приводит к необходимости пересчета β_ν) при пространственном обтекании потоком совершенного газа, $\alpha = 10°$, $M_\infty = 20$, $\gamma = 1,4$. Светлые и темные точки соответствуют результатам пересчета по формуле (3). Сплошные линии отвечают $m_0 = 0,65$, штриховые — $m_0 = 0,55$.

Видно, что расчет АХ на основании соотношений (3) позволяет получать оценки составляющих аэродинамической силы, весьма близкие к результатам точных расчетов сверхзвукового обтекания совершенным газом. Этот вывод распространяется также на случаи обтекания равновесно и неравновесно диссоциирующим воздухом. Для реальных течений газа подтверждается независимость коэффициентов β_ν от условий обтекания, угла атаки, а также от того, какая именно составляющая аэродинамической силы рассматривается.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Алексеева Е. В., Баранцев Р. Г.* Локальный метод аэродинамического расчета в разреженном газе.— Л.: Изд-во ЛГУ, 1976. 210 с.
2. *Бунимович А. И., Дубинский А. В.* Локальные методы в газовой динамике.— В кн.: Аннотации докл. 5-го Всес. съезда по теор. и прикл. механике. Алма-Ата: Наука, 1981, с. 79.
3. Динамика разреженного газа. Тр. 6-й Всес. конф. Новосибирск: Изд-е Ин-та теплофиз. СО АН СССР, 1980. Ч. I. 175 с. Ч. II. 208 с.
4. *Бунимович А. И., Чистолинов В. Г.* Аналитический метод расчета аэродинамических сил в пространственной задаче в условиях «законы локальности».— ПММ, 1975, т. 39, вып. 3, с. 467—472.
5. *Дубинский А. В.* Соотношения между силами, действующими на различные по форме тела, движущиеся в газе.— ПММ, 1981, т. 44, вып. 1, с. 179—181.
6. Аэромеханика сверхзвукового обтекания тел вращения степенной формы. М.: Машиностроение, 1975. 183 с.
7. *Антонец А. В.* Расчет пространственного сверхзвукового обтекания затупленных тел с изломами образующей с учетом равновесного и замороженного состояния газа в ударном слое.— Изв. АН СССР, МЖГ, 1970, № 2, с. 178—181.

Москва

Поступила в редакцию 8.I.1982

УДК 539.375

РАВНОВЕСИЕ РАЗРЕЗА ПО ДУГЕ ОКРУЖНОСТИ ПРИ НЕОДНОРОДНОМ ВЗАИМОДЕЙСТВИИ БЕРЕГОВ

Житников Ю. В., Тулинов Б. М.

Рассматривается равновесие разреза по дуге окружности в случае двухосного растяжения — сжатия. При таком напряженном состоянии вдоль разреза образуется свободная поверхность, а в области контакта, при наличии сил трения,— зона сцепления и взаимных смещений. В этом случае на границах зоны контакта и свободной поверхности, а также зоны сцепления и взаимных смещений, строится несингулярное решение.

Ранее [1—3] рассматривались задачи с учетом как свободной поверхности, так и области контакта. Найдено [4] решение для разреза по дуге окружности в сложнонапряженном состоянии в случае взаимодействия берегов на протяжении разреза с учетом образования зон сцепления и взаимных смещений.

1. Рассмотрим разрез по дуге окружности единичного радиуса. Уравнение разреза в системе координат x, y имеет вид $x = \cos\theta$, $y = \sin\theta$, $\alpha_0 \leqslant \theta \leqslant \beta_0$ (α_0, β_0 — координаты границы разреза).