

УДК 539.3

## СМЕШАННЫЕ ЗАДАЧИ ДЛЯ ПОЛОСЫ, ЧАСТИЧНО СЦЕПЛЕННОЙ С ЖЕСТКИМ ОСНОВАНИЕМ

Гриценко С. И., Зеленцов В. Б.

Рассматриваются динамическая и статическая задачи для упругой полосы, частично сцепленной по нижней грани с недеформируемым основанием, на верхней грани которой заданы сдвигающие перемещения. Смешанные краевые задачи интегральным преобразованием Фурье приводятся к интегральному уравнению первого рода относительно касательных контактных напряжений на участке сцепления. Решение интегрального уравнения сводится к решению бесконечной системы алгебраических линейных уравнений специального вида. Приводятся некоторые результаты численного решения рассмотренных задач.

1. Рассмотрим смешанную статическую задачу для упругой полосы высоты  $h$ , сцепленной по нижней грани с абсолютно жестким основанием на участке  $\Omega$  и лежащей без трения вне  $\Omega$ . На верхней грани полосы заданы сдвигающие перемещения, а нормальные напряжения отсутствуют. Краевые условия такой задачи имеют вид (задача А)

$$\begin{aligned} u(x, h) = U_0(x), \quad \sigma_y(x, h) = 0, \quad v(x, 0) = 0, \quad |x| < \infty \\ u(x, 0) = 0, \quad x \in \Omega; \quad \tau_{xy}(x, 0) = 0, \quad x \in \bar{\Omega} \end{aligned}$$

Наряду с задачей А рассмотрим аналогичную динамическую задачу для упругой полосы при установившемся режиме колебаний (задача Б). Краевые условия этой задачи имеют вид

$$\begin{aligned} u(x, h, t) = U_0(x) e^{-i\omega t}, \quad \sigma_y(x, h, t) = 0, \quad v(x, 0, t) = 0 \\ \|x\| < \infty \\ u(x, 0, t) = 0, \quad x \in \Omega; \quad \tau_{xy}(x, 0, t) = 0, \quad x \in \bar{\Omega} \end{aligned}$$

Ниже рассматриваются следующие варианты участка  $\Omega$ :

$$\begin{aligned} [-a; +a] \quad (\text{задачи А1, Б1}) \\ [-b; -a] \cup [+a; +b] \quad (\text{задачи А2, Б2}) \\ (-\infty; -a] \cup [+a; +\infty) \quad (\text{задачи А3, Б3}) \end{aligned}$$

Поставленные смешанные краевые задачи интегральным преобразованием Фурье приводятся к интегральному уравнению вида

$$(4.1) \quad \int_{\Omega} k_1(x - \xi) T(\xi) d\xi = \Delta \int_{-\infty}^{\infty} k_2(x - \xi) U_0(\xi) d\xi, \quad |x| \in \Omega$$

$$(4.2) \quad k_j(t) = \int_{\Gamma} K_j(u) e^{iut} du, \quad K_j(u) = \frac{M_j(u)}{N(u)}, \quad j = 1, 2$$

$$M_1(u) = 2u + (3 - 4\nu) \operatorname{sh} 2u, \quad M_2(u) = 2(1 - \nu) u \operatorname{ch} u - u^2 \operatorname{sh} u$$

$$N(u) = u \operatorname{ch}^2 u, \quad \Delta = 4\mu h^{-1} \quad (\text{задача А})$$

$$M_1(u) = \sigma_1 \sigma_2 \operatorname{sh} \sigma_2 \operatorname{ch} \sigma_1 = u^2 \operatorname{sh} \sigma_1 \operatorname{ch} \sigma_2$$

$$M_2(u) = \sigma_1 [(u^2 - \frac{1}{2}\kappa_2^2) \operatorname{ch} \sigma_1 - u^2 \operatorname{ch} \sigma_2]$$

$$N(u) = \sigma_1 \operatorname{ch} \sigma_1 \operatorname{ch} \sigma_2, \quad \sigma_j = \sqrt{u^2 - \kappa_j^2}, \quad j = 1, 2$$

$$\kappa_1^2 = \rho \omega^2 h^2 / (\lambda + 2\mu), \quad \kappa_2^2 = \rho \omega^2 h^2 / \mu, \quad \Delta = 2\mu h^{-1} \quad (\text{задача Б})$$

Здесь  $T(\xi)$  — касательные напряжения на участке  $\Omega$  для задачи А либо их амплитудные значения для задачи Б;  $\rho, \nu, \lambda, \mu$  — соответственно плотность, коэффициент Пуассона и коэффициенты Ламе материала полосы,  $\omega$  — круговая частота.

Функции  $K_j(u)$  — вещественные на вещественные оси и мероморфные в комплексной плоскости. Кроме того

$$(1.3) \quad \begin{aligned} K_1(u) &\sim |u|^{-1} + O(e^{-2|u|}), \quad u \rightarrow \infty && \text{(задача А)} \\ K_1(u) &\sim |u|^{-1} + O(|u|^{-3}), \quad u \rightarrow \infty && \text{(задача Б)} \\ K_2(u) &\sim e^{-|u|} + O(e^{-3|u|}), \quad u \rightarrow \infty && \text{(задачи А, Б)} \end{aligned}$$

С учетом (1.3) для  $K_1(u)$  имеем

$$(1.4) \quad K_1(u) = K_1(0) \prod_{n=1}^{\infty} (u^2 - \zeta_n^2)(u^2 - z_n^2)^{-1}$$

где  $\zeta_n, z_n$  — соответственно нули и полюсы функции  $K_1(u)$  в комплексной плоскости  $u = \alpha + i\beta$ , растущие по модулю с ростом номера, обеспечивая сходимость бесконечного произведения (1.4).

Полюсы задачи А двукратные в комплексной плоскости, т. е.  $z_{2m-1} = z_{2m}$ . В случае динамической задачи Б конечное число нулей и полюсов в зависимости от частоты  $\omega$  может лежать на вещественной оси. В соответствии с условиями излучения контур интегрирования  $\Gamma$  для задачи Б выбирается как в [1]. В задаче А контур  $\Gamma$  совпадает с действительной осью. Отметим, что  $K_1(u)$  благодаря представлению (1.4) легко факторизуется

$$(1.5) \quad K_1(u) = K_{1+}(u) K_{1-}(u), \quad K_{1+}(u) = \sqrt{K_1(0)} \prod_{n=1}^{\infty} (u - \zeta_n)(u - z_n)^{-1}$$

где  $\zeta_n$  и  $z_n$  — нули и полюсы из верхней полуплоскости.

2. Перейдем к решению интегрального уравнения (1.1). Предполагая, что  $U_0(x)$  разлагается в ряд Фурье, построим решение для специального вида правой части уравнения (1.1)  $U_0(x) = e^{i\epsilon x}$ . В этом случае интегральное уравнение (1.1) запишется в форме

$$(2.1) \quad \int_{\Omega} k_1(x - \xi) T(\xi) d\xi = 2\pi \Delta K_2(\epsilon) e^{i\epsilon x}, \quad x \in \Omega$$

Учитывая свойства ядра  $K_1(u)$  (1.3) и (1.4), решение уравнения (2.1) будем искать в виде ряда по собственным функциям интегрального оператора [2]. Для задачи А1

$$(2.2) \quad T(x) = A_0 e^{i\epsilon x} + \sum_{n=1}^{\infty} (A_n e^{i\zeta_n(a+x)} + C_n e^{i\zeta_n(a-x)})$$

Здесь и далее  $A_0, A_n, C_n$  — некоторые постоянные, подлежащие определению,  $\zeta_n$  — нули функции  $K_1(u)$ , лежащие в верхней полуплоскости.

Решение задачи Б1 ищется в том же виде, что и задачи А1. Необходимо отметить, что решения задач в виде (2.2) разыскивались в [2].

Для определения неизвестных постоянных в решении уравнения (2.1) удовлетворим ему прямой подстановкой (2.2). С учетом двукратности полюсов  $K_1(u)$  для задачи А1 после вычисления квадратур по теории вычетов получим бесконечную систему линейных алгебраических уравнений для определения наборов неизвестных  $A_n$  и  $C_n$ . Эту систему преобразуем и,

переходя к неизвестным  $x_n^\pm = A_n \pm C_n$ , запишем в матричном виде

$$(2.3) \quad AX^\pm = \mp BX^\pm + D^\pm$$

$$(2.4) \quad X^\pm = \{x_n^\pm\}, \quad A = \{a_{mn}\}, \quad B = \{b_{mn}\}, \quad D^\pm = \{d_m^\pm\}$$

$$a_{2m-1,n} = (z_{2m-1} - \zeta_n)^{-1}, \quad a_{2m,n} = (z_{2m} - \zeta_n)^{-2}$$

$$b_{2m-1,n} = (z_{2m-1} - \zeta_n)^{-1} e^{2ia\zeta_n}, \quad b_{2m,n} = (z_{2m} - \zeta_n)^{-2} e^{2ia\zeta_n}$$

$$d_{2m-1}^\pm = -A_0 [(z_{2m-1} - \varepsilon)^{-1} e^{-i\varepsilon a} \pm (z_{2m-1} + \varepsilon)^{-1} e^{i\varepsilon a}]$$

$$d_{2m}^\pm = -A_0 [(z_{2m} - \varepsilon)^{-2} e^{-i\varepsilon a} \pm (z_{2m} + \varepsilon)^{-2} e^{i\varepsilon a}]$$

$$A_0 = \Delta K_1(\varepsilon)/K_2(\varepsilon); \quad m = 1, 2, \dots; \quad n = 1, 2, \dots$$

Бесконечная система линейных алгебраических уравнений для задачи Б1, полученная прямой подстановкой (2.2) в уравнение (2.1), имеет такой же вид, как в [2], и может быть записана в матричной форме (2.3) при следующих обозначениях:

$$(2.5) \quad a_{mn} = (z_m - \zeta_n)^{-1}, \quad b_{mn} = (z_m + \zeta_n)^{-1} e^{2ia\zeta_n}$$

$$d_m^\pm = -A_0 [(z_m - \varepsilon)^{-1} e^{-i\varepsilon a} \pm (z_m + \varepsilon)^{-1} e^{i\varepsilon a}]$$

Для задач А2 и Б2 интегральное уравнение (2.1) сводится к двум интегральным уравнениям [3]

$$(2.6) \quad \int_a^b [k_1(x - \xi) + k_1(x + \xi)] T_+(\xi) d\xi = 2\pi\Delta \operatorname{ch}(i\varepsilon x) K_2(\varepsilon)$$

$$\int_a^b [k_1(x - \xi) - k_1(x + \xi)] T_-(\xi) d\xi = 2\pi\Delta \operatorname{sh}(i\varepsilon x) K_2(\varepsilon)$$

$$T_\pm(x) = 1/2 [T(x) \pm T(-x)]$$

Решение уравнений (2.6) ищется для задач А2 и Б2 в следующем виде:

$$(2.7) \quad T_+(x) = A_0 \operatorname{ch}(i\varepsilon x) + \sum_{n=1,3,5}^{\infty} (A_n e^{i\zeta_n(|x|-a)} + C_n e^{i\zeta_n(|x|-b)})$$

$$T_-(x) = A_0 \operatorname{sh}(i\varepsilon x) + \operatorname{sign}(x) \sum_{n=2,4,6}^{\infty} (A_n e^{i\zeta_n(|x|-a)} + C_n e^{i\zeta_n(|x|-b)})$$

где  $A_0, A_n, C_n$  — неизвестные постоянные, которые находятся из интегрального уравнения (2.6). Например, для задачи Б2 бесконечная система линейных алгебраических уравнений, полученная прямой подстановкой (2.7) в (2.6), записывается в матричной форме следующим образом:

$$(2.8) \quad AX^\pm = \mp BX^\pm \pm C(X^+ - X^-) \pm D(X^+ + X^-) + F^\pm$$

$$X^\pm = \{x_n^\pm\}, \quad A = \{a_{mn}\}, \quad B = \{b_{m,n}\}, \quad C = \{c_{mn}\}$$

$$D = \{d_{mn}\}, \quad F^\pm = \{f_m^\pm\}, \quad x_n^\pm = A_n \pm C_n$$

$$a_{mn} = (z_m - \zeta_n)^{-1}, \quad b_{mn} = 1/2 (z_m + \zeta_n)^{-1} e^{i\zeta_n(b-a)}$$

$$c_{mn} = 1/2 (z_m + \zeta_n)^{-1} e^{2iaz_m}$$

$$d_{mn} = 1/2 (z_m - \zeta_n)^{-1} \exp[2iaz_m + i\zeta_n(b+a)]$$

$$f_m^\pm = -(A_0/2) [(z_m + \varepsilon)^{-1} e^{ib\varepsilon} - (z_m - \varepsilon)^{-1} e^{-ib\varepsilon}] \mp$$

$$\mp (A_0/2) \{(z_m - \varepsilon)^{-1} e^{i\varepsilon a} \pm (z_m + \varepsilon)^{-1} e^{-i\varepsilon a} \mp$$

$$\mp e^{2iaz_m} [(z_m + \varepsilon)^{-1} e^{i\varepsilon a} \pm (z_m - \varepsilon)^{-1} e^{-i\varepsilon a}]\}$$

$$A_0 = \Delta K_2(\varepsilon)/K_1(\varepsilon); \quad m = 1, 2, \dots; \quad n = 1, 2, \dots$$

Интегральное уравнение (2.1) для задач А3 и Б3 также сводится к двум интегральным уравнениям, аналогичным (2.6), с той лишь разницей, что пределы интегрирования будут от  $a$  до  $\infty$ . Решение задач А3 и Б3 следует

искать в виде

$$(2.9) \quad T_+(x) = A_0^+ \operatorname{ch}(ix) + \sum_{n=1}^{\infty} A_n^+ e^{i\zeta_n(|x|-a)}$$

$$T_-(x) = A_0^- \operatorname{sh}(ix) + \operatorname{sign}(x) \sum_{n=1}^{\infty} A_n^- e^{i\zeta_n(|x|-a)}$$

Бесконечная система линейных алгебраических уравнений для нахождения наборов неизвестных констант  $A_n^\pm$  имеет, например, для задачи БЗ следующий вид:

$$(2.10) \quad AX^\pm = \pm BX^\pm + D^\pm, \quad X^\pm = \{A_n^\pm\}$$

$$a_{mn} = (z_m - \zeta_n)^{-1}, \quad b_{mn} = (z_m + \zeta_n)^{-1} e^{2iaz_m}$$

$$d_m^\pm = -\frac{A_0^\pm}{2} \left[ \frac{e^{i\epsilon a}}{z_m - \epsilon} \pm \frac{e^{-i\epsilon a}}{z_m + \epsilon} \mp e^{2iaz_m} \left( \frac{e^{i\epsilon a}}{z_m + \epsilon} \pm \frac{e^{-i\epsilon a}}{z_m - \epsilon} \right) \right]$$

$$A_0^\pm = \Delta K_2(\epsilon)/K_1(\epsilon), \quad m = 1, 2, \dots; \quad n = 1, 2, \dots$$

3. Выше показано, как все поставленные смешанные задачи сводятся к решению интегральных уравнений первого рода вида (2.1), (2.6). В свою очередь интегральные уравнения смешанных задач сводятся к решению бесконечных систем линейных алгебраических уравнений специального вида, в каждой из которых столбец искомых постоянных умножается на сингулярную матрицу. Для решения этих систем необходима их регуляризация, т. е. приведение к алгебраической системе второго рода  $X = GX + H$ , после чего решается вопрос об их регулярности. Регуляризация бесконечных систем такого специального вида сводится к обращению сингулярной матрицы  $A$ . Обращение сингулярной матрицы вида (2.5), (2.8), (2.10) дано в [2], где оно связывалось с обращением некоторого интегрального оператора Винера — Хопфа с соответствующим ядром. Там же дана формула, по которой могут быть рассчитаны элементы матрицы  $A^{-1}$ , обратной к матрице  $A$

$$(3.1) \quad A^{-1} = \{\tau_{nk}\}, \quad \tau_{nk} = [K_+'(-\zeta_n) [R_-^{-1}(z_k)]' (z_k - \zeta_n)]^{-1}$$

Для полноты исследования построим матрицу, обратную к сингулярной матрице вида (2.4). Для этого в первую очередь необходимо найти решение интегрального уравнения Винера — Хопфа

$$(3.2) \quad \int_0^\infty \varphi(x) k(x - \xi) d\xi = 2\pi f(x), \quad 0 < x < \infty; \quad k(t) = \int_\Gamma K_1(u) e^{iut} du$$

где  $K_1(u)$  дается формулами (1.2). С учетом свойств  $K_1(u)$  правую часть выбираем в специальной форме

$$(3.3) \quad f(x) = e^{iz_k x} + ix e^{iz_k x}$$

Решение интегрального уравнения (3.2) с правой частью (3.3) находится методом Винера — Хопфа и имеет вид

$$(3.4) \quad \varphi(x) = \frac{1}{K_+(z_k)} \sum_{n=1}^{\infty} \left[ \frac{1}{z_k - \zeta_n} - \frac{1}{(z_k - \zeta_n)^2} \right] \frac{e^{i\zeta_n x}}{K_+'(-\zeta_n)}$$

Здесь и в (3.3)  $\zeta_n, z_n$  — нули и полюсы  $K_1(u)$  в верхней полуплоскости комплексной плоскости  $u = \alpha + i\beta$ . С другой стороны, решение (3.2) можно разыскивать в виде

$$(3.5) \quad \varphi(x) = \sum_{n=1}^{\infty} x_n e^{i\zeta_n x}$$

и использовать прямую подстановку (3.5) в (3.2). В результате для определения  $x_n$  получаем бесконечную систему

$$(3.6) \quad \sum_{n=1}^{\infty} x_n(z_k) \lim_{\gamma \rightarrow z_{2r-1}} \frac{d}{d\gamma} \left[ \frac{(\gamma - z_r)^2}{(\gamma - \zeta_n) K^{-1}(\gamma)} \right] = \delta_{kr}$$

$$\sum_{n=1}^{\infty} x_n(z_k) \frac{2}{(z_{2r} - \zeta_n) [K^{-1}(z_{2r})]^n} = \delta_{kr}$$

Но из (3.4)  $x_n(z_k)$  имеют вид

$$x_n(z_k) = \frac{1}{K_+(z_k) K_+'(-\zeta_n)} \left[ \frac{1}{z_k - \zeta_n} - \frac{1}{(z_k - \zeta_n)^2} \right]$$

Проделав некоторые выкладки с (3.6) и учтя последнее соотношение, получим

$$\sum_{n=1}^{\infty} x_n(z_k) P_k \left( \frac{1}{z_{2r-1} - \zeta_n} \right) = \delta_{kr}$$

$$\sum_{n=1}^{\infty} x_n(z_k) q_k \left( \frac{1}{z_{2r} - \zeta_n} \right)^2 = \delta_{kr}, \quad q_k = - \frac{P_k^2}{P_k - S_k + Q_k}$$

$$P_k = \frac{2M_1(z_k)}{N''(z_k)}, \quad S_k = \frac{2M_1'(z_k)}{N''(z_k)}, \quad Q_k = \frac{2N'''(z_k) M_1(z_k)}{3(N''(z_k))^2}$$

Учитывая, что  $z_{2k-1} = z_{2k}$ , элементы обратной матрицы  $A^{-1} = \{\tau_{nk}\}$  в развернутой форме запишем в виде

$$(3.7) \quad \tau_{n,2k-1} = \frac{2M_1(z_{2k-1})}{K_+(z_k) K_+'(-\zeta_n) N''(z_{2k-1})} \left( \frac{1}{z_{2k-1} - \zeta_n} - \frac{1}{(z_{2k-1} - \zeta_n)^2} \right)$$

$$\tau_{n,2k} = - \frac{6M_1^2(z_{2k})}{3[M_1(z_{2k}) - M_1'(z_{2k})] N''^2(z_{2k}) + M_1(z_{2k}) N''(z_{2k})} \times$$

$$\times \frac{1}{K_+(z_{2k}) K_+'(z_{2k})} \left( \frac{1}{z_{2k} - \zeta_n} - \frac{1}{(z_{2k} - \zeta_n)^2} \right)$$

Таким образом, имея формулы обратных матриц (3.1) и (3.7), все полученные бесконечные системы (2.4), (2.5), (2.8), (2.10) можно регуляризовать, умножив на  $A^{-1}$  слева (существование левосторонней обратной матрицы показано в [2]). В результате получим регуляризованные бесконечные системы второго рода, а для случая (2.8) — систему двух регуляризованных бесконечных систем

$$X^{\pm} = \mp A^{-1} B X^{\pm} \pm A^{-1} C (X^+ - X^-) \pm A^{-1} D (X^+ + X^-) + A^{-1} F^{\pm}$$

Аналогично тому, как это сделано в [2], можно показать, что бесконечные регуляризованные системы линейных алгебраических уравнений будут квазивполне регулярными [4].

4. В качестве примера рассмотрим случай  $\varepsilon = 0$ , т. е. случай постоянных перемещений на верхней грани  $U_0(x) \equiv 1$ .

Для численной реализации задач А и Б необходимо в первую очередь найти нули и полюсы ядра  $K_1(u)$  интегрального уравнения (2.1). Полюсы для задачи А могут быть найдены аналитически:  $z_n = i(\pi/2 + \pi n)$ , несколько первых нулей при  $\nu = 0,3$  и  $\nu = 0,2$  даны ниже

$$\pm 0,8032 + 2,1650i; \pm 1,2509 + 5,3821i; \pm 1,4785 + 8,5533i; \pm 1,6340 +$$

$$+ 11,7115i; \dots (\nu = 0,3);$$

$$\pm 0,6889 + 2,1842i; \pm 1,1478 + 5,3908i; \pm 1,3769 + 8,5590i; \pm 1,5326 +$$

$$+ 11,7156i; \dots (\nu = 0,2)$$

Нули и полюсы задачи Б зависят как от  $\nu$ , так и от обобщенной частоты  $\kappa_2$ . Часть полученных при счете значений  $\zeta_n$  и  $z_n$  при  $\nu = 0,3$  дана ниже

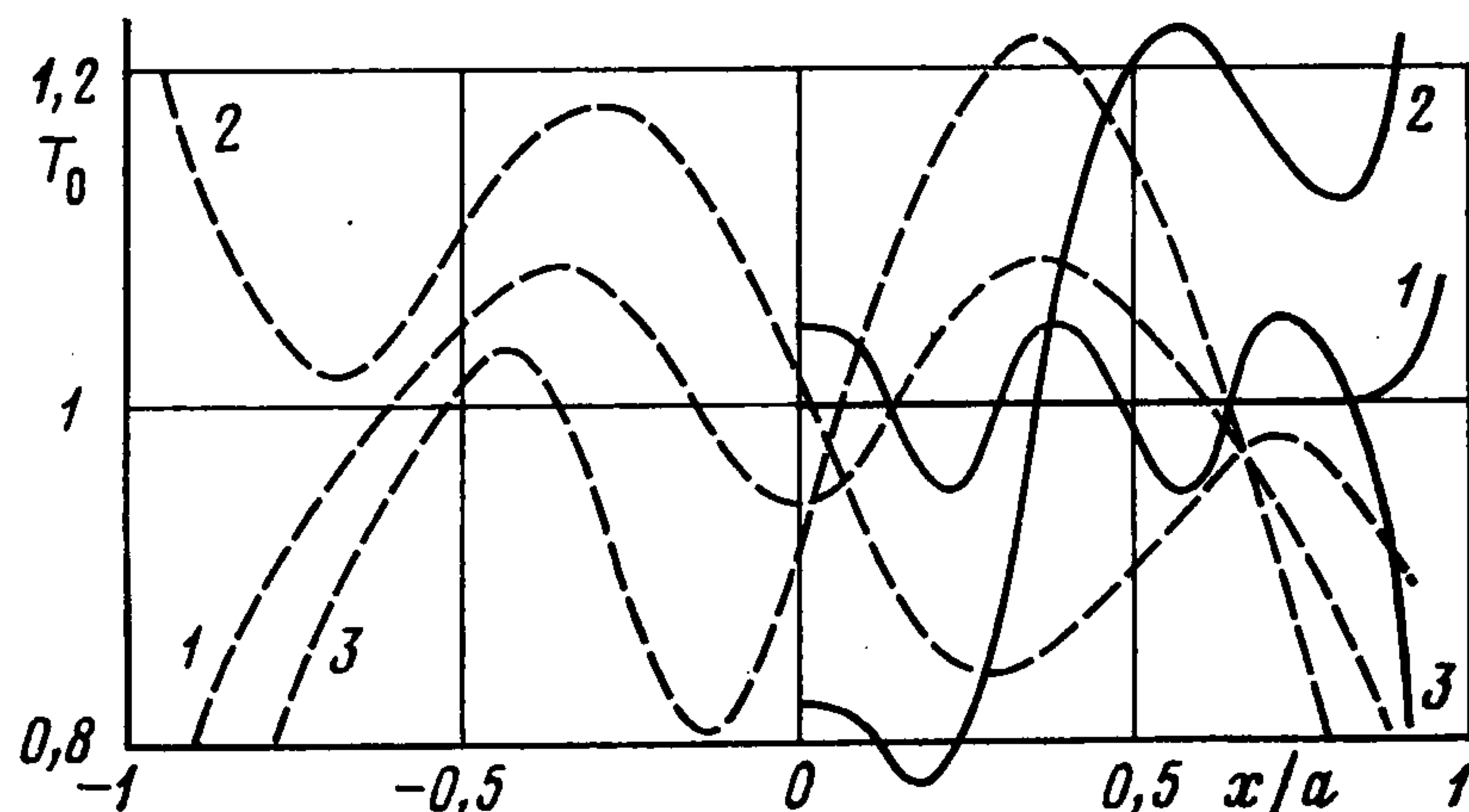
$$\zeta_n = 2,350; 0,192; \pm 1,321 + 4,747i; \pm 1,515 + 8,165i; \pm 1,657 + 11,430i;$$

$$z_n = 2,788; 0,677; 3,459i; 4,391i; 7,173i; 7,666i; 10,520i; 10,862i; \dots (\kappa_2 = 3,2);$$

$$\zeta_n = 4,628; 2,088; \pm 1,248 + 3,616i; \pm 1,514 + 7,562i; \pm 1,662 + 11,007i; z_n =$$

$$= 4,747; 2,162; 1,671; 3,881i; 6,057i; 7,385i; 9,793i; 10,666i; \dots (\kappa_2 = 5,0).$$

В рассматриваемом примере бесконечные системы для задач А и Б значительно упрощаются. После упрощения системы должны быть регуляризованы, как это было показано в п. 3, в результате чего они становятся квазивполне регулярными, и для их



решения на ЭЦВМ можно применить метод редукции. Порядок системы, обеспечивающий достижение требуемой точности решения интегрального уравнения (2.1), возрастает при увеличении параметра  $\lambda = h/a$ , а для задачи Б — и при увеличении обобщенной частоты  $\kappa_2$ .

Расчетами установлено, что если  $\lambda < 2$  и  $\kappa_2 < 6$ , то для нахождения контактных напряжений с погрешностью 0,5% достаточно в худшем случае ограничиться порядком алгебраической системы  $N = 40$ .

Для численной реализации задач А и Б составлен пакет программ на языке ФОРТРАН ОС ЕС. При использовании ЭЦВМ ЕС-1022 максимальное время счета задачи А составляет 8 мин, а задачи Б — 25 мин.

На фигуре сплошными линиями показано распределение безразмерных контактных напряжений  $T_0(x)$ , где  $T_0(x)\Delta\kappa_2/\sin\kappa_2 = \text{Re}[T(x)]$ , в зависимости от обобщенной частоты в случае  $\Omega: [-a; +a]$  при  $\lambda = 0,25$ . Кривая 1 отвечает случаю  $\kappa_2 = 0$  (задача А1), кривые 2 и 3 соответствуют случаям  $\kappa_2 = 4$ ,  $\kappa_2 = 5$  (задача Б1). При  $\kappa_2 \ll 1$  числовые значения решения задачи Б практически совпадают с решением задачи А.

Штриховыми линиями показано распределение безразмерных контактных напряжений на участке сцепления  $\Omega$  длиной  $2a$  для случаев, если этот участок сцепления единственный (кривая 1), если слева существует второй участок сцепления такой же длины на расстоянии  $4a$  от первого (кривая 2) или на расстоянии  $a$  от первого (кривая 3). Расчеты проделаны при  $\lambda = 0,5$  и  $\kappa_2 = 5$ .

Перемещения поверхности полосы вне  $\Omega$  могут быть найдены по формуле

$$u(x, 0, t) = \frac{e^{-i\omega t}}{2\pi} \left[ \frac{1}{\Delta} \int_{\Omega} k_1(x - \xi) T(\xi) d\xi - \int_{-\infty}^{\infty} k_2(x - \xi) U_0(\xi) d\xi \right], x \in \bar{\Omega}$$

Например, для задачи Б1 имеем

$$u(x, 0, t) = \frac{e^{-i\omega t}}{\cos\kappa_2} + \sum_{m=1}^{\infty} A_m^* e^{i[z_m(x-a) - \omega t]}$$

$$A_m^* = \frac{M_1(z_m)}{N'(z_m)} \left[ \frac{A_0}{\varepsilon - z_m} (1 - e^{2iaz_m}) + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{A_n}{\zeta_n - z_m} \times \right.$$

$$\left. \times (e^{2ia\zeta_n} - e^{2iaz_m}) - \sum_{n=1}^{\infty} \frac{C_n}{\zeta_n + z_m} (1 - e^{2ia(\zeta_n + z_m)}) \right]$$

Авторы благодарят В. М. Александрова за внимание к работе.

## ЛИТЕРАТУРА

1. *Ворович И. И., Бабешко В. А.* Динамические смешанные задачи теории упругости для неклассических областей. М.: Наука, 1979. 319 с.
2. *Ворович И. И., Александров В. М., Бабешко В. А.* Неклассические смешанные задачи теории упругости. М.: Наука, 1974. 455 с.
3. *Александров В. М., Кучеров В. А.* Некоторые задачи о действии двух штампов на упругую полосу.— *Инж. ж. МТТ*, 1968, № 4, с. 110—123.
4. *Канторович Л. В., Крылов В. И.* Приближенные методы высшего анализа. М—Л.: Гостехиздат, 1950. 696 с.

Ростов-на-Дону

Поступила в редакцию  
10.VIII.1982