

УДК 533.6.12 |

## ТЕМПЕРАТУРНЫЕ ВОЛНЫ В СВЕРХЗВУКОВОМ ПОГРАНИЧНОМ СЛОЕ С САМОИНДУЦИРОВАННЫМ ДАВЛЕНИЕМ

Державина А. И.

В рамках асимптотической теории плоских течений в пограничном слое со свободным взаимодействием рассматривается линейная задача о возмущениях температуры на плоской пластине, обтекаемой сверхзвуковым потоком газа. Задача решается с помощью преобразования Фурье по продольной координате. Изучается влияние изменения температуры стенки на физические характеристики течения газа в пристеночном слое. Численной реализацией обратного преобразования Фурье найдено распределение давления, обусловленное заданным изменением температуры.

**1. Постановка задачи.** Рассмотрим обтекание пластины сверхзвуковым потоком газа с числом Маха, большим единицы. Ось  $x$  декартовой системы координат направим вдоль пластины, ось  $y$  — по нормали к ней и выберем начало координат совпадающим с началом области возмущения температуры на стенке. Пусть  $t$  — время,  $u, v$  — составляющие вектора скорости,  $\rho$  — плотность,  $p$  — давление,  $T$  — температура,  $\lambda$  — первый коэффициент вязкости, индексы  $\infty$  и  $w$  относятся к параметрам в невозмущенном потоке и на стенке соответственно.

Для описания движения газа в теории свободного взаимодействия как в стационарных [1—3], так и в нестационарных задачах [4—7] обычно вводят три характерные области: верхнюю область, где эффекты вязкости и теплопроводности малы и течение безвихревое, среднюю область, где течение вихревое, но влиянием диссипативных факторов также можно пренебречь, и нижнюю область, непосредственно примыкающую к телу, где основную роль в формировании течения играет вязкость. Наибольшие трудности связаны с решением асимптотических уравнений в нижней области. Если в первых двух областях течение оказывается квазистационарным и лишь параметрически зависит от времени, то в нижней области оно существенно нестационарно и описывается уравнениями пограничного слоя для сжимаемого газа, в которых градиент давления не задан, а находится в процессе решения задачи из условий взаимодействия с внешним потоком.

При исследовании нестационарных течений в области свободного взаимодействия предполагалось [4—7], что обтекаемая поверхность теплоизолирована и большие градиенты температур в области свободного взаимодействия отсутствуют. Тогда можно считать, что плотность и коэффициент вязкости постоянны в пристеночном слое и определяются решением в средней области. Учет сжимаемости газа в области свободного взаимодействия позволяет расширить класс рассматриваемых задач и включить в него те, которые связаны с изменениями температуры на стенке. Стационарная задача о разрыве температуры на пластинке, обтекаемой сверхзвуковым потоком вязкого газа в рамках теории свободного взаимодействия, была рассмотрена в работе [8]. Были построены распределения давления, индуцируемые резким изменением температуры на теле.

Ниже исследуется линейная задача о распространении возмущений в нестационарном пограничном слое, индуцируемых возмущением температуры на поверхности пластины.]

Будем считать, что удельная теплоемкость при постоянном давлении постоянна, число Прандтля равно единице, а коэффициенты вязкости  $\lambda$  и теплопроводности  $k^T$  изменяются линейно в зависимости от темпера-

туры согласно законам Чепмена

$$\lambda/\lambda_\infty = cT/T_\infty, kT/k_\infty T = cT/T_\infty, c = \text{const}$$

Предполагая, кроме того, газ совершенным, температуру можно исключить из системы уравнений, описывающих течение в пристеночном слое, и формулировать краевую задачу для возмущений плотности.

С учетом перечисленных выше предположений уравнения, описывающие плоское нестационарное движение сжимаемого газа в пограничном слое с самоиндуцированным давлением, и граничные условия в безразмерных преобразованных переменных можно записать в виде [9]

$$(1.1) \quad \frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial \rho u}{\partial x} + \frac{\partial \rho v}{\partial y} = 0$$

$$\rho \left( \frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} \right) = - \frac{\partial p}{\partial x} + \frac{\sigma}{\rho} \left( \frac{1}{\rho} \frac{\partial u}{\partial y} \right), \quad \frac{\partial p}{\partial y} = 0$$

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + u \frac{\partial \rho}{\partial x} + v \frac{\partial \rho}{\partial y} = \rho \frac{\partial}{\partial y} \left( \frac{1}{\rho^2} \frac{\partial \rho}{\partial y} \right)$$

$$(1.2) \quad y \rightarrow \infty: u \rightarrow y - \int_{-\infty}^x p dx, \quad \rho \rightarrow 1$$

$$x \rightarrow -\infty: u \rightarrow y, \quad p \rightarrow 0, \quad \rho \rightarrow 1$$

$$y = 0: u = 0, \quad v = 0, \quad \rho = \rho_w(x, t)$$

2. Свободные колебания. Рассмотрим сначала более простую краевую задачу, когда температура стенки постоянна, т. е. в последнем из условий (1.2) положим  $\rho_w = 1$ . Будем искать периодические по  $x$  волновые решения в виде

$$(2.1) \quad u = y - a e^{i(\Omega t + kx)} G(y), \quad v = a k e^{i(\Omega t + kx)} F(y)$$

$$p = a e^{i(\Omega t + kx)}, \quad \rho = 1 + a e^{i(\Omega t + kx)} \Phi(y)$$

считая амплитуду возмущений  $a$  малой величиной. Подстановка выражений (2.1) в уравнения (1.1) и граничные условия (1.2) с видоизмененным условием для плотности на стенке приводит к следующей системе уравнений и граничных условий:

$$(2.2) \quad (\Omega + ky) \Phi - kG + k \frac{dF}{dy} = 0$$

$$d^2 G / dy^2 - i(\Omega + ky) + ikF + ik = -i\Phi / dy \quad d^2 \Phi / dy^2 - i(\Omega + ky) \Phi = 0$$

$$y = 0: G(0) = 0, \quad F(0) = 0, \quad \Phi(0) = 0$$

$$y \rightarrow \infty: \Phi(y) \rightarrow 0, \quad G(y) \rightarrow 1/(ik)$$

Кроме того, учитывая, что при  $x \rightarrow -\infty$  возмущения должны затухать, необходимо принять, что  $\text{Im } k < 0$ . Последнее уравнение для  $\Phi$  в системе (2.2) отделяется и заменой переменной  $z = i^{1/2} \Omega / k^{3/2} + (ik)^{1/2} y$  сводится к уравнению Эйри. Его решение, удовлетворяющее условию ограниченности при  $y \rightarrow \infty$ , можно сразу выписать через функцию Эйри

$$\Phi(z) = c_0 \text{Ai}(z)$$

Для того чтобы удовлетворить условию при  $y = 0$  для  $\Phi(z)$ , необходимо выполнение условия

$$(2.3) \quad \text{Ai}(i^{1/2} \Omega / k^{3/2}) = 0$$

Случай  $c_0 = 0$  соответствует задаче о распространении чисто механических колебаний, рассмотренной ранее [4—5]. Если  $c_0 \neq 0$ , то постоян-

ные  $\Omega$  и  $k$  должны удовлетворять условию (2.3), из которого следует соотношение  $i^{1/3}\Omega/k^{2/3} = z_n$ , где  $z_n$  — корни функции Эйри. Они расположены на отрицательной части действительной оси. Таким образом, условие (2.3) — дисперсионное соотношение, которое определяет собственные числа рассматриваемой краевой задачи. Если провести разрез в плоскости  $k$  вдоль положительной части мнимой оси, то в силу предположения  $\text{Im } k < 0$  и условия (2.3) получим, что  $\pi/6 < \arg \Omega < 5\pi/6$ , т. е.  $\text{Im } \Omega > 0$ , и амплитуда колебаний со временем затухает. Если ввести фазовую скорость  $c = -\Omega/k$ , то  $-5\pi/6 < \arg c < -7\pi/6$ , т. е.  $\text{Re } c > 0$ , что соответствует распространению волн вниз по потоку.

Подставляя теперь решение для  $\Phi$  в первые два уравнения системы (2.2) и решая полученную в результате систему с учетом оставшихся граничных условий, найдем продольную скорость

$$(2.4) \quad G(z) = - \left[ c_0 + \frac{(ik)^{2/3}}{Ai'(\zeta)} \right] (ik)^{-1/3} [I(\zeta) - I(z)]$$

$$\zeta = \frac{i^{1/3}\Omega}{k^{2/3}}, \quad I(\zeta) = \int_{\zeta}^{\infty} Ai(z) dz$$

$$(2.5) \quad c_0 = - \frac{(ik)^{1/3} I(\zeta) + Ai'(\zeta)}{(ik)^{2/3} Ai'(\zeta) I(\zeta)}$$

Выражение в числителе формулы (2.5) представляет собой дисперсионное соотношение, полученное при изучении распространения возмущений в пристеночном слое с постоянной плотностью [4, 6]. Если  $\Omega$  и  $k$  удовлетворяют этому дисперсионному соотношению, то  $c_0 = 0$  и формула (2.4), как и следовало ожидать, сводится к решению, найденному в [6].

**3. Решение линейной задачи при изменении температуры на стенке.** Будем считать, что температура стенки меняется периодически по времени, так что изменение плотности на стенке описывается формулой

$$\rho_w(x, t) = 1 + ae^{i\Omega t} f(x)$$

где  $\Omega$  — безразмерная частота колебаний,  $a$  — малый параметр, а функция  $f(x)$  определяет форму колебаний. В силу предположения о малости параметра  $a$  задачу можно линеаризовать, представив решение в виде разложения по

$$u = u' + \dots, \quad v = v' + \dots, \quad \rho = 1 + \rho' + \dots \\ p = p' + \dots$$

В результате подстановки этих разложений в уравнения (1.1) и краевые условия (1.2) получим для функций первого приближения следующую систему уравнений и граничные условия:

$$\frac{\partial \rho'}{\partial t} + y \frac{\partial \rho'}{\partial x} + \frac{\partial u'}{\partial x} + \frac{\partial v'}{\partial y} = 0, \quad \frac{\partial p'}{\partial y} = 0$$

$$\frac{\partial u'}{\partial t} + y \frac{\partial u'}{\partial x} + v' = - \frac{\partial p'}{\partial x} - \frac{\partial \rho'}{\partial y} + \frac{\partial^2 u'}{\partial y^2}$$

$$\frac{\partial \rho'}{\partial t} + y \frac{\partial \rho'}{\partial x} = \frac{\partial^2 \rho'}{\partial y^2}$$

$$x \rightarrow -\infty: \{u', v', \rho', p'\} \rightarrow 0$$

$$y \rightarrow \infty: u' \rightarrow - \int_{-\infty}^x p'(x, t) dx, \quad \rho' \rightarrow 0$$

$$y = 0: u' = 0, \quad v' = 0, \quad \rho' = e^{i\Omega t} f(x)$$

В полученной системе уравнение для  $\rho'$  отделяется и может быть проинтегрировано независимо от остальных, а несложные преобразования позволяют исключить  $\rho'$ ,  $v'$  и  $p'$  и получить следующее уравнение для  $u'$ :

$$(3.1) \quad \frac{\partial^2 u'}{\partial t \partial y} + y \frac{\partial^2 u'}{\partial x \partial y} = \frac{\partial^3 u'}{\partial y^3}$$

Решение будем искать в виде

$$(3.2) \quad \rho' = e^{i\Omega t} R(x, y), \quad u' = e^{i\Omega t} U(x, y), \quad p' = e^{i\Omega t} P(x)$$

Для определения функции  $R$  используем преобразование Фурье

$$R^*(k, y) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{+\infty} e^{-ikx} R(x, y) dx$$

и аналогичные преобразования для  $U$  и  $P$ . При этом фактически предполагается, что возмущения  $\rho'$ ,  $u'$  и  $p'$  затухают при  $x \rightarrow \infty$ . В результате для  $R^*(k, y)$  получаем уравнение, которое, как и раньше, введением переменной  $z$  сводится к уравнению Эйри. Его решение с учетом граничных условий для плотности представим в виде

$$R^*(k, z) = \frac{f^*(k)}{\text{Ai}(\zeta)} \text{Ai}(z), \quad \zeta = \frac{i^{1/2} \Omega}{k^{2/2}}$$

где  $f^*(k)$  — фурье-преобразование функции  $f(x)$ , задающей форму колебаний плотности на границе. Выполняя обратное преобразование, находим

$$(3.3) \quad R(x, y) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{f^*(k) \text{Ai}(z) e^{ikx}}{\text{Ai}'(\zeta)} dk$$

Поступая аналогичным образом с уравнением (3.1) для скорости и учитывая при этом найденное решение (3.3), для  $U^*(k, z)$  получаем выражение

$$(3.4) \quad U^*(k, z) = \frac{(ik)^{1/2} P^*(k) \text{Ai}(\zeta) + (ik)^{-1/2} f^*(k) \text{Ai}'(\zeta)}{\text{Ai}(\zeta) \text{Ai}'(\zeta)} [I(\zeta) - I(z)]$$

Используя граничное условие при  $y \rightarrow \infty$  для скорости, из формулы (3.4) находим фурье-преобразование давления  $P^*(k)$ , а следовательно, и

$$(3.5) \quad P(x) = - \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{+\infty} k^2 f^*(k) \Phi(\Omega, k) e^{ikx} dk$$

$$\Phi(\Omega, k) = \frac{I(\zeta) \text{Ai}'(\zeta)}{(ik)^{1/2} [\text{Ai}''(\zeta) + (ik)^{1/2} I(\zeta)] \text{Ai}(\zeta)}$$

При вычислении интеграла (3.5) на комплексной плоскости необходимо знать полюсы подынтегральной функции, определяемые корнями выражения в знаменателе в  $\Phi(\Omega, k)$ . Корни выражения в квадратных скобках соответствуют собственным числам в задаче о свободных механических колебаниях [6], корни  $\text{Ai}(\zeta) = 0$  дают собственные числа в рассмотренной выше задаче о свободных колебаниях в сжимаемом пограничном слое с самоиндуцированным давлением. Возмущенное нестационарное давление, согласно формуле (3.2) будет определяться как

$$(3.6) \quad p'(x, t) = \cos \Omega t \text{Re} [P(x)] - \sin \Omega t \text{Im} [P(x)]$$

4. Расчет давления. Для дальнейшего анализа удобно задать конкретный вид функции  $f(x)$ . Зададим ее в виде треугольника с параметрами  $a$  и  $b$

$$f(x) = \begin{cases} 0, & x \leq 0 \\ 2x, & 0 \leq x \leq b \\ 2b(a-x)/(a-b), & b \leq x \leq a \\ 0, & x \geq a \end{cases}$$

В этом случае

$$(4.1) \quad P(x) = \frac{1}{\sqrt{\pi}} \int_{-\infty}^{+\infty} \left[ 1 - \frac{a}{a-b} e^{-kb} + \frac{b}{a-b} e^{-ika} \right] \Phi(\Omega, k) e^{ikx} dk$$

т. е. расчет давления сводится к вычислению интегралов вида

$$(4.2) \quad J(x) = \int_{-\infty}^{+\infty} \Phi(\Omega, k) e^{ikx} dk$$

на комплексной плоскости  $k$ . Для выделения однозначной ветви подынтегральной функции в плоскости  $k$  проведем разрез вдоль положительной части мнимой оси [7]. Один корень знаменателя подынтегрального выражения в (4.2) очевиден:  $k = 0$ , корни функции Эйри  $Ai(\zeta)$  известны, они расположены вдоль отрицательной части действительной оси в плоскости  $\zeta$ , а в плоскости  $k$  — вдоль луча, выходящего из начала координат под углом  $-5\pi/4$ . Корни выражения в квадратных скобках в  $\Phi(\Omega, k)$  подробно изучались [7] при исследовании задачи о вибраторе в сверхзвуковом пограничном слое. Это выражение имеет один корень в четвертом квадранте и счетное множество корней во втором.

Исходя из свойств корней знаменателя подынтегрального выражения в интеграле (4.2), выберем контур интегрирования  $C$  в нижней полуплоскости (фиг. 1), состоящий из отрезка действительной оси от  $-R$  до  $R$  с обходом начала координат по полуокружности  $C_\epsilon$  радиуса  $\epsilon$  и дуги окружности радиуса  $R$ . Применяя теорему Коши о вычетах и устремляя радиус большой полуокружности  $R$  к бесконечности, а радиус малой полуокружности  $\epsilon$  к нулю, получим при  $x < 0$

$$(4.3) \quad \int_{-\infty}^{+\infty} \Phi(\Omega, k) e^{ikx} dk = B - 2\pi i K(\Omega, k_1^*) e^{ik_1^* x}$$

$$K(\Omega, k_1^*) = \frac{3}{2} \frac{I(\zeta_1^*) Ai'(\zeta_1^*) / Ai(\zeta_1^*)}{(ik)^{5/4} [\zeta_1^* (i - \Omega/k_1^{*2}) Ai(\zeta_1^*) + 2iI(\zeta_1^*)]}$$

Здесь  $\zeta_1^*$  — соответствующий  $k_1^*$  полюс подынтегральной функции в плоскости  $\zeta$ , а выражение  $K(\Omega, k_1^*) e^{ik_1^* x}$  — вычет подынтегральной функции в точке  $k_1^*$ . Постоянная  $B$  равна значению интеграла по  $C_\epsilon$  при стремлении радиуса окружности  $\epsilon$  к нулю. Ее значение не существенно, поскольку при подстановке в выражение (4.1) всех трех входящих в него слагаемых, она сокращается.

Для вычисления интеграла (4.2) при  $x > 0$  воспользуемся рекомендациями [7] при вычислении аналогичного интеграла. Применим теорему о вычетах к тому же контуру  $C$  при  $x > 0$ . Тогда

$$(4.4) \quad J(x) = B - 2\pi i K(\Omega, k_1^*) e^{ik_1^* x} + J_C(\Omega, x)$$

$$J_C(\Omega, x) = \lim_{R \rightarrow \infty} \int_{C_R} \Phi(\Omega, k) e^{ikx} dk$$

При больших  $k$  и конечных  $\Omega \geq 1$  подынтегральную функцию можно представить в виде ряда по  $\zeta$

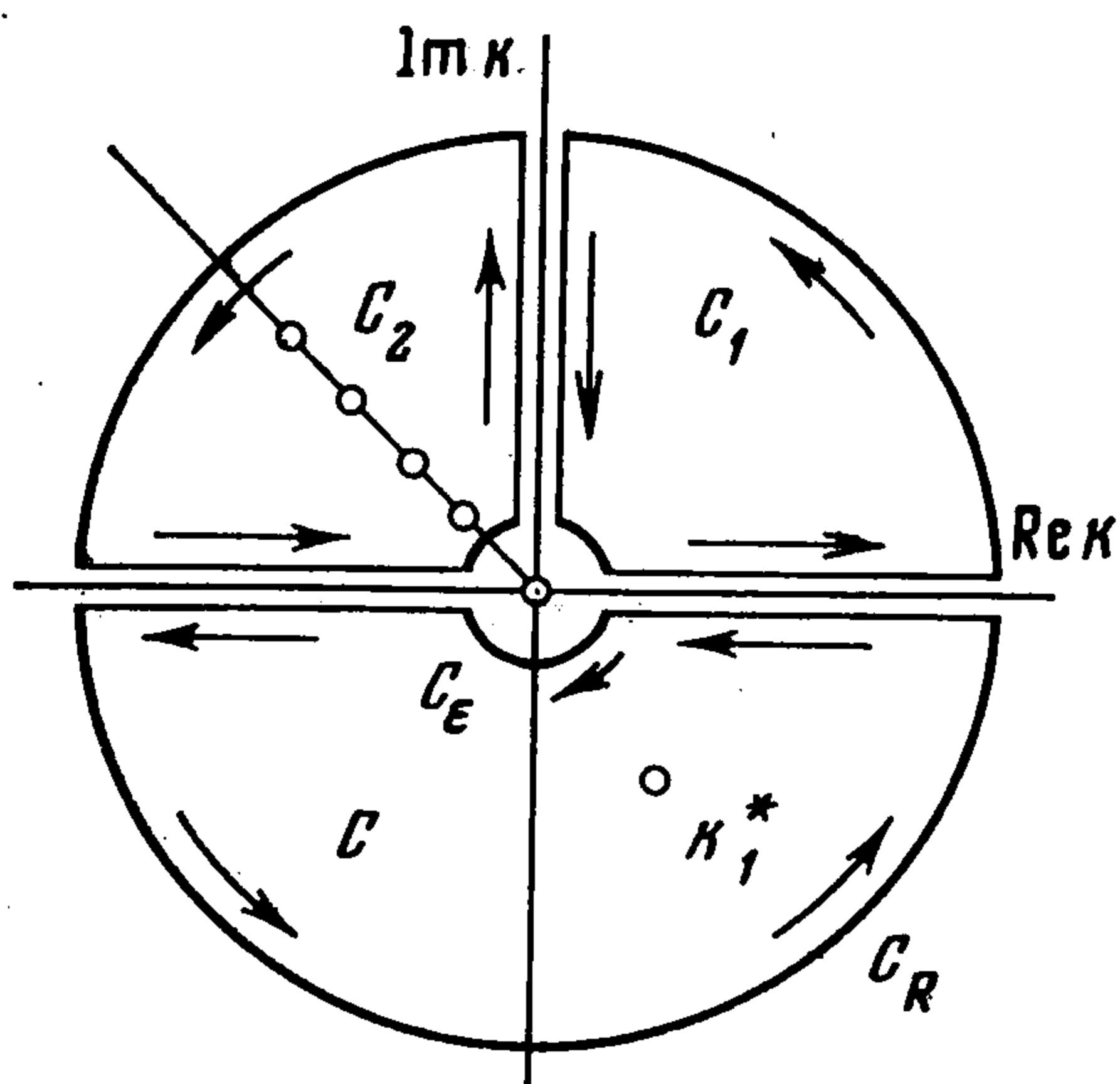
$$(4.5) \quad \Phi(\Omega, k) = -\frac{\zeta^4}{\Omega^2} \sum_{N=0}^{\infty} c_N \zeta^N$$

коэффициенты  $c_N$  которого, зависящие от  $\Omega$ , вычисляются через известные коэффициенты разложений  $Ai(\zeta)$ ,  $Ai'(\zeta)$  и  $I(\zeta)$ . Проводя почленное интегрирование ряда, получаем выражение

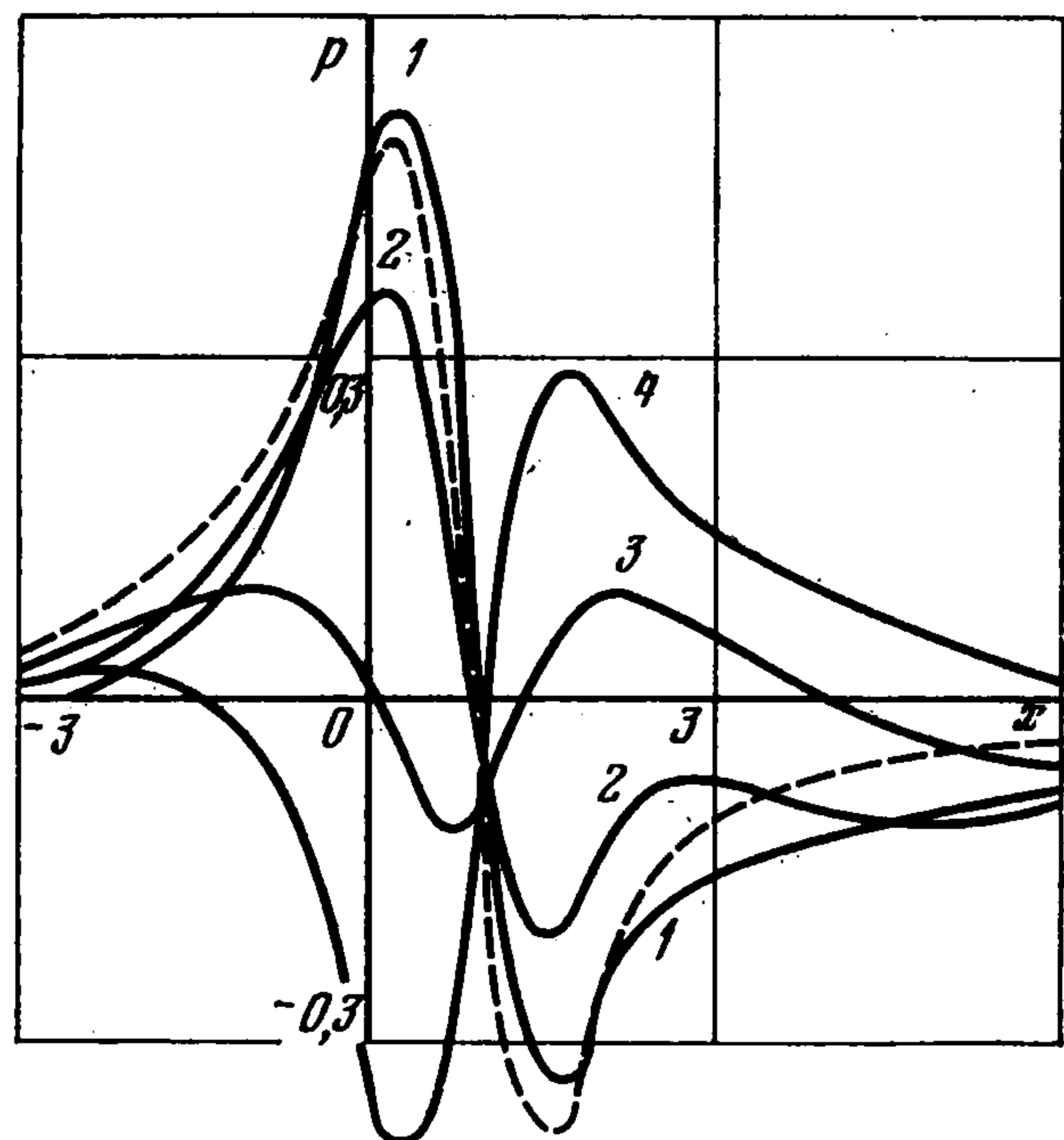
$$(4.6) \quad J_C(\Omega, x) = -\sqrt{3}\Gamma(1/3) \Omega^2 x^{5/3} \sum_{m=0}^{\infty} \frac{(i\Omega)^{3m} x^{2m} c_{3m}}{(2m + 5/3)(2m + 2/3) + \dots + 2/3} +$$

$$+ 2\pi i \Omega x \sum_{m=1}^{\infty} \frac{(i\Omega)^{3m} x^{2m} c_{3m-1}}{(2m + 1)!} -$$

$$- i \sqrt{3}\Gamma(2/3) \Omega^3 x^{7/3} \sum_{m=0}^{\infty} \frac{(i\Omega)^{3m} x^{2m} c_{3m+1}}{(2m + 7/3)(2m + 4/3) + \dots + 1/3}$$



Фиг. 1



Фиг. 2

тот ряд быстро сходится и удобен для реализации на ЭВМ при  $\Omega \geq 1$ . Для  $\Omega < 1$  нужно видоизменить разложение (4.5), используя переменную  $\zeta_1 = \zeta/\Omega$ . Тогда вместо разложения (4.5) получим

$$(4.7) \quad \Phi(\Omega, k) = -\zeta_1^4 \sum_{N=0}^{\infty} c_N' \zeta_1^N$$

где коэффициенты  $c_N'$  формально связаны с  $c_N$  соотношением  $c_N' = c_N \Omega^{2+N}$ . Ряд для вычисления  $J_C(\Omega, x)$  можно получить из (4.6), заменив в нем формально  $c_N$  на  $c_N'$ . В полученном ряде, как и в (4.7), зависимость от  $\Omega$  будет входить только через коэффициенты  $c_N'$ .

Подставляя теперь результаты вычислений по формулам (4.3), (4.4) и (4.6) в формулу (4.1), окончательно получим

$$(4.8) \quad R(x) = \frac{1}{\pi} \left\{ -2\pi i K(\Omega, k_1^*) e^{ik_1^* x} \left[ 1 - \frac{a}{a-b} e^{-ik_1^* b} + \frac{b}{a-b} e^{-ik_1^* a} \right] + \right. \\ \left. + \theta(x) J_C(\Omega, x) - \frac{a\theta(x-b)}{a-b} J_C(\Omega, x-b) + \frac{b\theta(x-a)}{a-b} J_C(\Omega, x-a) \right\} \\ \theta(x) = \begin{cases} 1, & x > 0 \\ 0, & x < 0 \end{cases}$$

На фиг. 2 приведены результаты расчета давления по формулам (3.6) и (4.8) при  $a = 2, b = 1, \Omega = 1$  для разных моментов безразмерного времени  $t = 0, \pi/4, \pi/2, 3\pi/4$  (кривые 1–4 соответственно).

5. Расчет давления в стационарном случае. Как видно из формулы (4.8), полученное решение параметрически зависит от  $\Omega$ . Полагая в исходных формулах (4.1) и (4.2)  $\Omega = 0$  ( $\zeta \rightarrow 0$ ), для стационарного случая получаем

$$(5.1) \quad P(x) = -\frac{\Gamma(2/3)}{\pi 3^{2/3} \Gamma(4/3)} \left\{ J_0(x) - \frac{a}{a-b} J_0(x-b) + \frac{b}{a-b} J_0(x-a) \right\} \\ J_0(x) = \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{e^{ikx} dk}{(ik)^{4/3} [(ik)^{4/3} - b_0]}, \quad b_0 = \frac{1}{3^{1/3} \Gamma(4/3)}$$

Корни знаменателя подынтегрального выражения:  $k_0 = 0, k_1 = -ib_0^{3/4} = -i [3^{1/3} \Gamma(4/3)]^{-3/4}$ . Выберем для вычисления  $J_0(x)$  при  $x < 0$  тот же контур  $C$  (фиг. 1) в нижней полуплоскости. При  $x > 0$  контур интегрирования будет состоять из двух контуров  $C_1$  и  $C_2$  (фиг. 1), расположенных в верхней полуплоскости. Они включают в себя отрезки действительной оси, дуги окружности большого радиуса  $R$ , берега разреза и дуги окружности малого радиуса  $\varepsilon$ . Заметим, что при стремлении  $\varepsilon \rightarrow 0$  при обходе точки  $k = 0$  будем получать слагаемые с особенностью  $O(\varepsilon^{-1/3})$  в каждом из интегралов  $J_0(x)$ , входящих в (5.1). Но при подстановке в (5.1) всех трех вычисленных интегралов эти особенности сокращаются и для  $P(x)$  получаем выражение, содержащее только вычеты в точке  $k_1$  и интегралы по берегам разреза. Окончательно можно запи-

вать

$$(5.2) \quad P(x) = \frac{3^{2/3} \Gamma(2/3)}{2b_0^{1/4}} \left\{ [1 - \theta(x)] \exp(b_0^{3/4} x) - \frac{a}{a-b} [1 - \theta(x-b)] \times \right. \\ \times \exp(b_0^{3/4}(x-b)) + \frac{b}{a-b} [1 - \theta(x-a)] \exp(b_0^{3/4}(x-a)) - \\ \left. - \frac{2b_0^{1/4}}{3\pi} \left[ \theta(x) J_R(x) - \frac{a}{a-b} \theta(x-b) J_R(x-b) + \right. \right. \\ \left. \left. + \frac{b}{a-b} \theta(x-a) J_R(x-a) \right] \right\} \\ J_R(x) = 3 \sqrt{3} \Gamma(2/3) x^{1/3} + \frac{\sqrt{3}}{b_0^{1/4}} \int_0^\infty \frac{t^{4/3} \exp(-b_0^{3/4} x t)}{1 + t^{4/3} + t^{8/3}} dt$$

Распределение давления в стационарном случае, вычисленное по формуле (5.2), при  $a = 2$  и  $b = 1$  показано на фиг. 2 штриховой линией.

Автор благодарит О. С. Рыжова и Е. Д. Терентьева за обсуждение постановки задачи и результатов работы.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Нейланд В. Я. Асимптотические задачи теории вязких сверхзвуковых течений. — Тр. ЦАГИ, 1974, вып. 1529. 125 с.
2. Stewartson K. Multistructured boundary layers on flat plates and related bodies. — In: Advances in Applied Mech. v. 14. New York — San Francisco — London: Acad. Press, 1974, p. 145—239.
3. Рубан А. И., Сычев В. В. Асимптотическая теория отрыва ламинарного пограничного слоя в несжимаемой жидкости. — Успехи механ., 1979, т. 2, вып. 4, с. 57—95.
4. Schneider W. Upstream propagation of unsteady disturbances in supersonic boundary layers. — J. Fluid Mech., 1974, v. 63, pt 3, p. 465—485.
5. Daniels P. G. The flow about the trailing edge of a supersonic oscillating aerofoil. — J. Fluid Mech., 1975, v. 72, pt. 3, p. 541—557.
6. Рыжов О. С., Терентьев Е. Д. О нестационарном пограничном слое с самоиндуцированным давлением. — ПММ, 1977, т. 41, вып. 6, с. 1008—1023.
7. Терентьев Е. Д. Расчет давления в линейной задаче о вибраторе в сверхзвуковом пограничном слое. — ПММ, 1979, т. 43, вып. 6, с. 1014—1028.
8. Соколов Л. А. К асимптотической теории плоских течений ламинарного пограничного слоя с разрывом температуры на теле. — Тр. ЦАГИ, 1975, вып. 1650, с. 18—24.
9. Рыжов О. С. О нестационарном пространственном пограничном слое, свободно взаимодействующем с внешним потоком. — ПММ, 1980, т. 44, вып. 6, с. 1035—1052.

Москва

Поступила в редакцию  
26.X.1981