Прикладная математика и механика. Том 45, вып. 6, 1981

УДК 531/534

ВИДЫ ЭНЕРГИИ И ИХ ТРАНСФОРМАЦИИ[1]

Седов Л. И.

Излагается смысл различных модельных представлений, в частности об изобретаемых моделях пространства и времени, понятий о различного рода общих выделенных системах отсчета, глобальных координатных системах или локальных тетрадных, об универсальных и частных физических характеристических понятиях, обладающих свойствами ковариантности. Отмечаются исходные базовые соотношения, такие, как силовые законы или скалярные энергетические законы для чисто механических явлений или для малых индивидуализированных объемов вещества и полей в физических процессах общего вида с наличием внутренних и внешних взаимодействий, сопровождающихся трансформациями между собой различных видов энергий.

Механическими и физическими законами для мысленно вводимых вариационных состояний и процессов являются первое и второе начало термодинамики, обобщающие принцип виртуальных работ в классической механике. Из этих соотношений выводится базовое вариационное уравнение, позволяющее после конкретизации вида рассматриваемых макроскопических моделей путем фиксирования определяющих параметров, выражения для внутренней энергии, свойств внешних воздействий и механизмов необратимых процессов, сформулировать замкнутую систему уравнений и дать математические постановки различного рода задач для их решения. Указанные элементы конкретизации в научных теориях всегда присутствуют и предлагается их явное описание.

В связи с этим обсуждаются проблемы, связанные с практическими примерами постулирования и введения в малом понятий об энергии для вещества и полей, и даются соответствующие выражения для различных видов притоков энергии; иначе говоря, речь идет об общей теории приемлемых, с точки зрения описываемой действительности, постулатов или их заменяющих допущений, которые должны использоваться в исходных термодинамических основах.

Теоретические и экспериментальные исследования в физике и вообще в естествознании основаны на использовании ряда понятий — характеристик объектов и явлений, которые во многих случаях вводятся как математические изобретения, определяемые аксиоматически или формулами и различного рода математическими соотношениями, позволяющими в принципе или фактически их находить с помощью логически развитых операций или путем наблюдений и измерений в опытах или при совместном обсуждении того и другого.

Иначе говоря, проблемы ставятся, описываются и конструктивно разрешаются при помощи введения изобретаемых моделей, которые должны отражать главные и нужные особенности вещей, полей и познания происходящих процессов в окружающем нас мире и вместе с этим служить основой для понимания и решения множества задач, связанных с техникой и многими проблемами, возникающими в жизни людей. Ряд таких основных понятий вводится аксиоматически как первичные, другие — как производные, или вторичные, выражающиеся определенными способами через первичные [1—6]. К числу подобных точно определяемых в математике характерных объектов можно отнести модельные представления о пространстве и времени, понятие о массе

[1] Пленарный доклад на 5 Всесоюзном съезде по теоретической и прикладной механике. Алма-Ата, 27 мая, 1981 г.

как мере свойства инерции или как о характеристике свойств тяготения для вещества и т. п.

В механике понятия о геометрических точках пространства, о времени и о системах отсчета, при помощи которых вводятся координаты точек и времени,— это основы основ.

Физическое пространство и время рассматриваются как четырехмерное геометрическое многообразие точек, образующее в ньютоновской механике точно определяемое известными постулатами трехмерное евклидово пространство, а время представляется как абсолютный скаляр, который вводится как переменная величина, допускающая ее измерение часами для каждой точки пространства с результатом, независимым от движения и положения этой точки и часов.

Эта модель пространства и времени используется для описания многих практически важных явлений и служит основой для дальнейшего уточнения в физике модельных представлений о пространстве и времени. Так, в специальной теории относительности (СТО), возникшей в связи с теорией электромагнитного поля, трехмерное пространство и время рассматриваются как единое целое в рамках четырехмерного псевдоевклидова пространства. В общей теории относительности (ОТО) пространство и время рассматриваются как искривленное четырехмерное псевдориманово пространство, которое не задается заранее, как, например, псевдоевклидово пространство в СТО, а должно определяться вместе с происходящими явлениями в веществе и в полях, в частности и в присутствующих электромагнитных полях.

Проблему физического моделирования пространства и времени отнюдь нельзя считать уже исчерпанной. Дальнейшее усложнение и видоизменение этих понятий уже дебатируется в работах, посвященных познавательным вопросам в перспективах. Например, в современных теориях супергравитации рассматриваются четырехмерные метрические аффинно-связные неримановы пространства с кручением.

Вместе с этим каждая из классических теорий, таких, как ньютоновская механика, СТО и ОТО, навсегда сохранит свое значение для физического познания природы в соответствующих ограниченных условиях. Аналогичное положение сохранится и для других физических моделей вещества и поля.

Сущность модельных представлений пространства и времени такая же, как и всяких других определений модельных объектов и постановок задач. Например, на первых порах допустима схематизация телевизионных башен или ракет как упругих балок или стержней. Первоначальные грубые схемы под влиянием требований техники и при вынужденном более полном познании усложняются и детализируются. Однако усложнения моделирования пространства и времени более универсальны и имеют особое принципиальное значение в науке.

Следует заметить, что сущность ньютоновской механики и смысл ее закономерностей становятся более отчетливыми после выхода на практике за ее пределы в СТО и ОТО. Это относится, в частности, к пониманию определения фундаментальнейших свойств инерциальности и инерциальных систем отсчета, представлений о природе тяготения и о силах инерции, о том, что такое движение по инерции, смысл инвариантных показаний пружинного акселерометра, которые не зависимы от исходной теории или применяемой системы отсчета [23].

Может быть, что до сих пор в повседневных буднях физики главное значение ОТО — это достижение более глубокого осознания с помощью ОТО сущности и смысла механики Ньютона. Такое осознание является руководящим началом для построения новых моделей.

Изложенные выше истины могут показаться совсем тривиальными, но это не так. На одной из конференций один из знаменитых профессоров сказал: «Вот Вы тут говорите о разных моделях, а мы-то изучаем металл!»

Наше время характеризуется изучением многих явлений во все более и более сложных условиях с учетом различных важных тонких деталей, которыми раньше пренебрегали. Наличие мощных вычислительных устройств и многообразных замечательных измерительных приборов и различного рода установок облегчает нахождение ответов на правильно поставленные вопросы, и в связи с этим происходит сдвиг центра исследований в сторону более глубоких в теоретическом отношении исследований проблем, связанных с моделированием и с правильными постановками новых задач [6, 17, 18, 22]. Зачастую формулировка целесообразных схем и конкретизация математических задач представляет собой один из главных научных результатов — это уже больше чем 60% пройденного пути к достижению конечных целей, поставленных на практике или в теории.

Теоретическое и практическое конструирование новых моделей вещества и полей — это актуальнейшая проблема, которая уже имеет свою богатую историю, но опыт показывает, что назрела нужда в упорядочении этой деятельности в соответствии с уже развитыми ранее успешными методами трактовки этих вопросов: с использованием современных достижений физики и с явной опорой на обоснованные универсальные физические законы, такие, как первое и второе начала термодинамики, как свойства ковариантности математических формулировок физических соотношений, использованные апробированные способы учета макроскопической необратимости явлений и т. п.

Ходячие представления об энергии, о силах и о механизмах взаимодействий внутри веществ и полей должны уточняться и усложняться в явной форме, когда в этом отношении известная ясность уже достигнута, а в некоторых случаях эти уточнения как в микроскопике, так и в макроскопике составляют важнейший предмет современных исследований, так как эти вопросы нередко вообще не имеют нужных ответов.

В ньютоновской механике динамические соотношения в аналитической механике и в простейших моделях сплошной среды строятся при помощи известных законов Ньютона и добавочных, связанных с ними законов для действующих сил, проверенных в опытах.

Рассмотрим основное уравнение для материальной точки или поступательно движущегося тела

$$m\mathbf{a} = \mathbf{F} \tag{1}$$

Здесь m — масса, $\mathbf{a}$ — вектор ускорения точки относительно инерциальной системы координат, $\mathbf{F}$ — вектор суммарной силы.

Уравнение (1) известным образом обобщается на модели систем материальных точек с наложенными связями.

Очевидно, что в приложениях векторное уравнение (1) и его обобщения эквивалентны мысленно вводимому скалярному уравнению для соответствующих виртуальных перемещений

$$\left(-m\frac{d^2x_i}{dt^2} + X_i\right)\delta x^i = 0 \tag{2}$$

где $x_i = x^i$ $(i = 1, 2, 3)$ — декартовы координаты, t — время, X_i — компоненты действующей силы $\mathbf{F}$, а δx^i — мысленно вводимые компоненты векторов $\delta\mathbf{r}$ виртуальных смещений точек подвижной среды. Здесь и дальше по одинаковым ковариантным и контравариантным индексам подразумевается суммирование.

В выражениях для компонент действующей силы X_i можно выделить потенциальную составляющую и написать

$$X_i = -\frac{\partial U}{\partial x^i} + X_i', \quad \delta U = \frac{\partial U}{\partial x^i}\delta x^i$$

Скалярная функция U называется потенциальной энергией.

Кроме того, обозначим трехмерный скаляр $mv^2/2$ через T и назовем T кинетической энергией ($\mathbf{v} = d\mathbf{r}/dt$). После этого равенство (2) при помощи очевидных выкладок представим в форме

$$\delta(T - U) - \frac{d}{dt}(mv_i\delta x^i) + X_i'\delta x^i = 0 \tag{3}$$

Эквивалентные равенства (1)—(3) для действительных движений, когда $\delta x^i = dx^i$, можно переписать в форме

$$-d(T + U) + X_i'dx^i = 0 \tag{4}$$

По определению, из уравнения (4) следует, что общая механическая энергия, равная $T + U$, не сохраняется, ее приращение $d(T + U)$ равняется выражению $X_i'dx^i$, которое может отличаться от нуля и которое для конечных тел можно во многих случаях истолковать как приращение других видов энергии, балансирующихся с изменением механической энергии.

В качестве обобщения уравнения энергии (4) на уравнение первого закона термодинамики, не вытекающего непосредственно из (1), явится уравнение

$$-d(T + U) + dQ = 0 \tag{5}$$

Через dQ обозначен приток энергии, который в ньютоновской механике для материальной точки можно приписать элементарной работе некоторых обобщенных сил, а в механике конечных тел — потоку другого вида энергии, иногда тепловой энергии, которая балансируется изменениями механической энергии.

Первый закон термодинамики в механике точки совпадает с уравнением (5), если $dQ = 0$, т. е. нет превращений механической энергии материальной точки в другие виды энергии. При наличии таких превращений уравнение (5) есть закон сохранения энергии в термодинамике, но этого закона для чисто механической энергии нет в механике.

В теории сплошных сред dQ может иметь различную чисто механическую природу. Например, это может быть работа обычных поверхностных сил на границах тела, работа внешних массовых сил внутри тела, это может быть работа массовых или поверхностных сил высшего порядка, когда внутренние взаимодействия характеризуются тензорами высшего порядка (например, пары сил и т. п.). Однако в общем случае уравнение (5) представляет собой первый закон термодинамики, где dQ является приращением различных видов энергий, которые можно трактовать, например, как тепловую, химическую или электромагнитную энергии.

Скалярные равенства

$$\delta T - d/dt\,(mv_i\delta x^i) = -m\mathbf{a}\delta\mathbf{r} \tag{6}$$
$$-dT = m\mathbf{a}d\mathbf{r}$$

представляют собой не что иное, как элементарную работу на мысленно вводимом виртуальном перемещении δx^i или на действительном смещении dx^i внешней силы инерции.

Скалярное уравнение

$$\delta(T - U) - d/dt\,(mv_i\delta x^i) + \delta Q = 0 \tag{7}$$

представляет собой обобщенную запись уравнения (3), которая после суммирования (интегрирования) по частицам распространяется на конечные тела и которую можно рассматривать как уравнение виртуального закона сохранения энергии — основного постулата физики, отвечающего первому закону термодинамики. Подчеркнем, что в уравнениях (3) или (7) стоит $T - U$, а в уравнениях (4) и (5) стоит $-(T + U)$.

Вместо фундаментального уравнения (1) и его обобщений можно исходить из фундаментального энергетического уравнения (3) и (7) или из эквивалентных им интегральных соотношений вариационного типа. Эти вопросы детально изучаются в аналитической механике.

Для элементарной работы внешней массовой силы инерции на виртуальном перемещении $\delta\mathbf{r}$ центра малой индивидуальной частицы с массой Δm в ньютоновской механике можно написать

$$-\Delta m\,(\mathbf{a}\cdot\delta\mathbf{r}) = -\Delta m\left(\frac{d^2\mathbf{r}}{dt^2}\,\delta\mathbf{r}\right) \tag{8}$$

где $\mathbf{a}$ — вектор ускорения относительно любой инерциальной системы отсчета и, в частности, относительно локальной собственной системы отсчета, $\mathbf{r}$ — радиус-вектор, а $\delta\mathbf{r}$ — виртуальное изменение $\mathbf{r}$.

Векторы $\mathbf{a}$, $\mathbf{r}$ и $\delta\mathbf{r}$ в ньютоновской кинематике можно рассматривать в любых системах координат. При использовании неинерциальной системы координат, которую можно рассматривать как систему координат x^i в переносном движении, будут верны следующие формулы:

для скорости

$$\mathbf{v} = d\mathbf{r}/dt = \mathbf{v}_{\text{пер}} + \mathbf{v}_{\text{отн}} \tag{9}$$

для ускорения

$$\mathbf{a} = \mathbf{a}_{\text{пер}} + \mathbf{a}_{\text{отн}} + 2v^k_{\text{отн}}\frac{\partial}{\partial x^k}\mathbf{v}_{\text{пер}} \tag{10}$$

Здесь $\mathbf{v}_{\text{пер}}$ и $\mathbf{a}_{\text{пер}}$ — скорость и ускорение в любой инерциальной системе отсчета точек, взятых в переносной системе отсчета — системе координат, а $\mathbf{v}_{\text{отн}}$ и $\mathbf{a}_{\text{отн}}$ — трехмерные скорость и ускорение, взятые в движении относительно переносной системы отсчета.

Последний член справа в (10) представляет собой обобщенное ускорение Кориолиса, написанное с учетом деформирования переносной системы отсчета [27]. Векторные формулы (9) и (10) в компонентах можно переписать в любых системах координат.

Равенство (8) в каждой данной точке M можно представить в следую щем виде:

$$(11)\qquad -\Delta m\,(\mathbf{a}\delta\mathbf{r}) = \Delta m\left[\delta\frac{v^2}{2} - d\left(\mathbf{v}\frac{\delta\mathbf{r}}{dt}\right)\right] =$$
$$= \delta\left(\frac{\rho v^2}{2}dV_3\right) - \frac{\partial\rho\,(\mathbf{v}\delta\mathbf{r}\,dV_3)}{\partial t} - \frac{\partial\rho v^\alpha(\mathbf{v}\delta\mathbf{r})}{\partial x^\alpha}dV_3 =$$
$$= -\delta\left(\frac{\rho v^2}{2}dV_3\right) + \Delta m\left[\delta v^2 - d\left(\mathbf{v}\frac{\delta\mathbf{r}}{dt}\right)\right]$$

Здесь dV_3 — трехмерный индивидуальный объем, $\mathbf{v}$ — скорость точек среды в глобальной инерциальной системе отсчета. В последнем из равенств в (11) выражение в прямых скобках равно нулю для действительных движений. Третье промежуточное выражение в (11) содержит дивергентный член, который можно интегрировать по частям. Этот член получен с помощью уравнения неразрывности в форме $\Delta m = \rho dV_3 = \mathrm{const}$, или $\partial\rho/\partial t + \operatorname{div}\rho\mathbf{v} = 0$.

В локальной собственной инерциальной тетраде в каждой фиксированной точке M имеем $\mathbf{v} = \mathbf{v}^* = 0$, поэтому $-\Delta m\,(\mathbf{a}\delta\mathbf{r}) = -\Delta m d\,(\mathbf{v}^*\delta\mathbf{r}^*/dt)$ и $-\Delta m\,(\mathbf{a}d\mathbf{r}^*) = 0$.

Таким образом, в уравнении энергии (3) в собственных системах отсчета для малых частиц выпадает работа сил инерции и кинетическая энергия для действительных движений, но работа сил инерции на виртуальных перемещениях, вообще говоря, отлична от нуля.

В физике и в химии уравнения вида (5) и (7) рассматриваются как фундаментальные законы при исследовании многих явлений и таких, в которых можно пренебрегать движениями вообще или учитывать движения только за счет изменения объемов. В общем случае в физике и химии для виртуальных состояний необходимо учитывать виртуальную работу сил инерции.

Из первого закона термодинамики для виртуальных или действительных процессов следует, что для изолированных индивидуализированных систем или систем, не взаимодействующих с внешними объектами, но с учетом работы сил инерции, их энергия с учетом кинетической энергии сохраняется постоянной. При наличии взаимодействия с другими системами энергия данной выделенной системы может меняться только за счет обмена энергиями между разными системами.

Для написания общего макроскопического уравнения первого закона термодинамики необходимо разъяснить нетривиальную суть следующих понятий.

1°. Что такое индивидуализированный физический объект.

2°. Что такое энергия физических объектов, каковы различные виды энергии и их общие качественные особенности.

3°. Определение энергии с точек зрения различных наблюдателей (как для системы в целом, так и для ее отдельных частей).

С точки зрения аналитической механики, имеющей дело с дискретной системой материальных точек или с неизменяемыми абсолютно твердыми телами, ответ на п. 1° очевиден.

Что касается моделей сплошных сред, то в общем случае индивидуальность для изолированной конечной системы в целом тоже очевидна, но индивидуальность ее малых частей связана с модельно определяемой возможностью введения пространственных лагранжевых координат, которые индивидуализируют точки среды.

В конечном счете макроскопическая индивидуальная малая частица сплошной среды — это переменный малый объем вещества, для которого его кинематические и физические состояния и физические процессы регулируются законами, которые по их определению верны только для индивидуальных частиц. Иначе говоря, индивидуальные частицы — это такие частицы, для которых описание их состояний подчинено законам для индивидуальных частиц. Заданием для всех t поля скоростей индивидуальных точек определяются лагранжевы координаты, индивидуализирующие точки среды.

Для введения лагранжевой системы координат в среде, представляющей собой смесь различных веществ и полей, для каждой из которых уже введены свои лагранжевы координаты, требуется опереться на дополнительные условия, которые определяют характеристические физические свойства модельных индивидуальных частиц для суммарного континуума. В этом случае при наличии диффузии, химических реакций и превращений элементарных и ядерных частиц сильно усложняются обычные представления об индивидуальных телах, используемые в аналитической механике.

В самом деле, если рассматривать частицы вещества малого переменного объема как совокупность одних и тех же атомов и молекул, то в течение конечных промежутков времени из-за хаотического движения атомов и молекул и в результате диффузии индивидуальность соответствующих малых частиц в сплошной среде теряет свой обычный смысл, используемый в аналитической механике. Очевидно, что даже для среды, составленной из однородных атомов, вопрос об индивидуальности частиц сплошной среды для конечных интервалов времени также связан с известными характерными механическими допущениями, вводимыми явно или неявно при замене модельных дискретно определенных сред на континуально и непрерывно распределенные сплошные среды.

Таким образом, новые представления об индивидуальных частицах среды в механике сплошных сред тесно связаны с нетривиальными аксиоматическими обобщениями микроскопических понятий и законов (не выводимыми, а постулируемыми) на макроскопические понятия и законы, формулируемые в механике систем дискретных материальных точек, которые в свою очередь представляют собой далеко идущую упрощенную идеальную схематизацию явлений в окружающем нас мире.

В связи со сказанным выше отметим еще, что проявление эффектов квантовой механики как для внутренних, так и для внешних взаимодействий ведет к дальнейшим усложнениям понятий об индивидуальности и, в частности, в тех случаях, когда макроскопические явления можно описывать в рамках классической механики, в которых квантовые эффекты проявляются через отдельно определяемые термодинамические понятия и привносимые из квантовой механики функциональные связи.

В связи с п. 2° прежде всего следует заметить, что энергия представляет собой основную модельную характеристику физических объектов вещества и поля, которую можно рассматривать как основную задаваемую первичную характеристику, подобную массе, через которую можно выражать другие характерные физические величины, или как характеристику, которую можно определять и вычислять через другие характеристики, принимаемые в качестве первичных. Но важно отметить сразу, что для всякого физического объекта всегда можно в бесконечно малом объеме вводить и рассматривать его полную энергию и в определенных случаях соответствующие доли различных видов энергии. (Как известно, в общей теории относительности понятие конечного трехмерного объема среды в общем случае не имеет смысла.) Во всех физических теориях для всех физических объектов энергия — основная характеристика состояния и протекающих процессов. Особое значение имеют характеристики полной энергии и ее долей для индивидуализированных объектов, которые рассматриваются в течение бесконечно малого промежутка времени или, когда это позволяет смысл понятия об индивидуализированном объекте, в течение конечных промежутков времени. Существование и существенное значение понятия энергии для всякого физического объекта выводится из первого закона термодинамики, представляющего собой универсальное утверждение, постулируемое для индивидуализированных объектов во всех физических моделях веществ и полей.

К сказанному выше можно еще добавить, что при обработке опытов, в которых обнаруживается невязка в балансах энергии, такие невязки могут стать источником установления существования индивидуализированных физических объектов, носителей соответствующих энергий, присутствующих в обрабатываемых опытах. Именно таким путем была открыта частица нейтрино.

Таким образом, для всякого физического модельного объекта существует его характеристика — энергия, и это верно всегда, независимо от того, используется ли и фигурирует ли эта характеристика в теории или в опытах явно.

В связи со вторым законом термодинамики аналогичное универсальное значение для всякой системы, состоящей из большого числа частиц и описываемой макроскопически, имеет макроскопическое понятие об энтропии, связанное с качественными особенностями тепловой энергии и явлениями необратимых процессов, которые показывают, что статистически могут осуществляться только события, направленные к состояниям с наибольшими вероятностями. Опыт и теория показывают, что состояния с наибольшими вероятностями в многочастичных малых объемах данной системы выражены острыми пиками распределения.

При конструировании макроскопических моделей физических объектов, характеризуемых в приемлемом виде минимальным числом характерных величин, в соответствии с первым и вторым законами термодинамики для механической системы и для каждой ее малой части, можно и вообще нужно вводить энергию и энтропию как постулируемые функции от, вообще говоря, небольшого числа определяющих параметров. Очевидно, что для многих частных моделей эти постулаты на основании опытов или других предварительных теорий можно заменять эквивалентными им другими постулатами для других характеристик, через которые выражения для энергии и энтропии должны или могут получаться при помощи специальных расчетов в виде формул или заменяющих их способами.

В отличие от понятия силы в ньютоновской механике, представляющей собой вектор, имеющий ограниченный универсальный смысл только для некоторых элементарных механических систем и явлений (не описывающих явлений притока тепла и притока энергии, не связанной с работой обычных сил, например при намагничивании и поляризации тел и многими другими взаимодействиями), универсальное понятие энергии для всякого вида объектов является всегда трехмерным пространственным скаляром [2], а при некоторой усложненной трактовке в законе сохранения энергии энергию можно рассматривать как четырехмерный скаляр в четырехмерном пространстве по пространственным координатам и времени (в СТО и ОТО это существенно).

Скалярность понятия энергии и скалярная природа уравнений первого и второго законов термодинамики связаны с ковариантностью законов физики, что является естественным обобщением на случай глобальной симметрии, локальных законов симметрии, представляемых преобразованиями Галилея в ньютоновской механике или Лоренца в СТО и ОТО.

Напомним теперь основные виды энергии, которые могут фигурировать как аргументы в термодинамических функциях и как отдельные члены в уравнении первого закона термодинамики, являющегося развитием (3) при изучении физических явлений в сплошных средах, веществах и полях, в которых могут происходить внешние воздействия и внутренние процессы, сопровождающиеся трансформациями энергий различной природы друг в друга.

При фиксировании видов энергии, их зависимости от определяющих параметров и при установлении законов их превращений следует исходить из данных о следующих видах энергий.

1°. *Ядерная энергия*, проявляющаяся при сильных и слабых взаимодействиях элементарных частиц, о которой в физике уже имеется много данных и, в частности, данных об особых возможных условиях, когда эта энергия может проявляться, что, как правило, связано с механическими движениями вещества. Во многих явлениях физики и механики ядерная энергия никак не выделяется, а ее присутствие проявляется только через наличие соответствующих постоянных, однако несомненно, что во многих актуальнейших механических и вообще физических проблемах, уже поставленных в порядок дня, энергия, содержащаяся в ядрах атомов, будет иметь первостепенное значение.

2°. *Электромагнитная энергия* — основная характеристика электромагнитных полей, проявляющаяся в структурных микроскопических образованиях атомов, молекул и их совокупностей, в различного рода телах, веществах, в их внутренних взаимодействиях и в химических соединениях органических и неорганических материалов. Большое значение играет электромагнитная энергия в проблемах распространения и поглощения различного рода излучений, в излучениях световых волн, радиоволн, лазерных излучениях в электротехнике и т. д.

---

[2] Трехмерный скаляр — это инвариант относительно преобразования независящих от времени трех координат пространства, четырехмерный скаляр — это инвариант относительно преобразования общего вида трех пространственных координат и времени.

Очевидно, что множество механических эффектов непосредственно связано и порождено действием электромагнитных взаимодействий.

3°. *Химическая энергия* имеет электромагнитную природу, в частности, это энергия топлив, взрывчатых веществ, энергия, выделяющаяся или поглощающаяся при химических реакциях в областях неорганической и органической химии и т. д. Очевидно, что проявление химической энергии теснейшим образом связано с обязательно возникающими при химических процессах механическими явлениями.

4°. *Механическая энергия* — это в первую очередь потенциальная и кинетическая энергия в относительном движении, связанная с работой действующих сил и моментов различных порядков, главным образом гравитационной и электромагнитной природы. К механической энергии относится также внутренняя потенциальная энергия сплошных сред. В ньютоновской механике можно рассматривать работу и соответствующую энергию, обусловленную силами инерции.

5°. *Тепловая энергия* — это макроскопическая энергия беспорядочных структурных состояний, микроскопических процессов и внутренних движений в макроскопических телах.

Известно, что во многих случаях происходят переходы регулярных макроскопических видов энергии, в частности макроскопических видов механической энергии в тепловую энергию, что особенно важно при необратимых явлениях. Свойства возможных превращений тепловой энергии в другие виды энергии составляют второе начало термодинамики и служат основой для введения такой макроскопической характеристики, как энтропия.

6°. *Гравитационная энергия*. В ньютоновской механике гравитационная энергия — четырехмерный скаляр, представляющий собой энергию, обусловленную взаимным притяжением тел по закону Ньютона. Эта энергия приписывается телам и связана с их относительным расположением. В ОТО гравитационная энергия поля связана с кривизной риманова пространства, определяется геометрическими свойствами четырехмерного пространства — времени и должна быть отличной от нуля в вакуумных объемах пространства, где нет вещества и электромагнитного поля, но имеются гравитационные волны, распространяющиеся с конечной скоростью. В простейших моделях получение выражений, определяющих энергию, равносильно получению четырехмерного тензора энергии — импульса $\mathbf{P}$. В этом случае численное значение энергии равно соответствующей компоненте $P_{4\cdot}^{\cdot 4}$, которая является трехмерным скаляром: при преобразовании координат, зависящем от временной координаты, величина $P_{4\cdot}^{\cdot 4}$ может изменяться.

Для дальнейшей теории, связанной с определением энергии, необходимо ввести понятия о следующих системах отсчета и о соответствующих им системах координат.

1. Система отсчета и координат Лагранжа, иначе, система координат, сопутствующая выделенным индивидуализированным точкам сплошной среды (для вещества или поля), которым соответствуют однозначно определенные постоянные значения координат ξ^1, ξ^2, ξ^3, а временная координата ξ^4 изменяется вдоль непересекающихся траекторий (мировых линий в четырехмерном пространстве для каждой данной индивидуализированной точки среды). Очевидно, что различные сопутствующие системы координат ξ^i и η^i для данной сопутствующей системы отсчета связаны взаимно однозначными преобразованиями вида

$$\eta^4 = f(\xi^1, \xi^2, \xi^3, \xi^4) \text{ и } \eta^\alpha = \eta^\alpha(\xi^1, \xi^2, \xi^3), \ \alpha = 1,2,3$$

2. Система отсчета наблюдателя и соответствующая система координат x^i ($i = 1,2, 3, 4$). Система отсчета наблюдателя должна задаваться и может быть фиксирована произвольно. В ньютоновской механике основным типом наблюдательной системы отсчета являются инерциальные системы, в которых обычно формулируются физические законы. Однако, как известно, можно пользоваться и системами отсчета наблюдателя неинерциальными и вообще деформируемыми. Систему отсчета наблюдателя всегда можно трактовать как сопутствующую некоторым вводимым абстрактно идеальным средам или объектам.

В одном и том же пространстве функциональные соотношения

$$x^i = f^i(\xi^1, \xi^2, \xi^3, \xi^4), \; i = 1, 2, 3, 4$$

образуют закон движения среды. В связи с функциями f^i, представляющими закон движения, можно вводить различного рода характеристики (скорость, ускорение, тензор деформации и скоростей деформации и т. д.), которые могут использоваться в качестве аргументов для задаваемых и определяемых функций.

В сопутствующей системе отсчета для индивидуализированных точек трехмерные векторы скорости и ускорения в каждой точке всегда равны нулю. Трехмерные скорости и ускорения индивидуальных точек при $\xi^\alpha = \mathrm{const}$ относительно системы наблюдателя отличны от нуля. С другой стороны, в сопутствующей системе координат индивидуальные частицы с течением времени могут деформироваться. Очевидно, что сопутствующая система отсчета может быть инерциальной только в особых частных случаях.

Однако в общем случае для каждой точки M среды в каждый момент времени можно вводить локально инерциального наблюдателя, для которого точка M имеет скорость, равную нулю. Соответствующая локально определенная инерциальная координатная тетрада называется собственной системой координат. В собственной системе отсчета точка M имеет скорость, равную нулю, ее ускорение отлично от нуля, причем скорости в соседних бесконечно близких к точке M точках вообще отличны от нуля, но бесконечно малы.

Система инерциальных тетрад собственных систем отсчета для каждой точки среды, определенных в каждый момент времени, образует неголономное множество систем отсчета, которое можно рассматривать как атрибут неинерциальной сопутствующей системы отсчета. Характеристические векторы и тензоры можно рассматривать с помощью компонент и базисов, определенных в каждой точке в собственной системе отсчета.

Физические соотношения между характеристиками явлений, установленные теоретически или экспериментально в локальных тетрадах собственных систем отсчета, можно пересчитать на голономную систему наблюдателя; такой пересчет представляет собой решение основной задачи навигации [3] [23, 24].

[3] Основная задача о навигационных расчетах в ньютоновской навигации впервые в общем случае была поставлена и решена Ткачевым Л. И. в 1944 г. (См. *Ткачев Л. И.* Система инерциальной ориентировки: Дис. на соискание уч. ст. докт. техн. наук. М: Моск. энергетический ин-т, 1973).

Таким образом, определяющие уравнения механики сплошной среды, в частности термодинамические уравнения, можно формулировать в инерциальных собственных системах отсчета, в которых в каждой данной точке M среда покоится, а затем эти уравнения и полученные выводы для относительного покоя переносятся на систему наблюдателя с помощью навигационных пересчетов [23, 24].

Вместе с этим физическая суть дела, связанная с неголономной системой собственных тетрад, гораздо глубже и связана непосредственно с определением энергии как четырехмерного скаляра.

В самом деле, рассмотрим две инерциальные лаборатории A и B, оснащенные одинаковыми приборами, но движущиеся друг относительно друга. Считая Землю инерциальной системой A, представим себе вторую лабораторию B на платформе грузовика, которая движется вместе с грузовиком по идеально ровной дороге поступательно с постоянной горизонтальной скоростью v. В лаборатории B на грузовике возьмем малую дробинку, которая покоится относительно платформы. В этом случае инерциальная система отсчета, связанная с платформой, для дробинки будет собственной и очевидно, что в системе B кинетическая энергия дробинки в ньютоновской механике равна нулю, а в СТО энергия дробинки $E = m_0 c^2$ (где m_0 — масса покоя дробинки, а c — скорость света).

С другой стороны, в системе отсчета A, связанной с Землей, кинетическая энергия дробинки в ньютоновской механике отлична от нуля и равна $m_0v^2/2$, а в СТО энергия дробинки опять равна $E = m_0c^2$.

Можно показать, что в рамках СТО основные виды энергий всегда можно ввести как четырехмерные инварианты. С другой стороны, кинетическая энергия масс в рамках ньютоновской механики не является четырехмерным инвариантом.

Для устранения такого положения с кинетической энергией в уравнении балансов энергии для малой индивидуализированной частицы вместо кинетической энергии можно рассматривать только элементарную работу внешних сил инерции, равную приращению кинетической энергии, которая, в силу векторной природы второго закона по Ньютону, не зависит от выбора инерциальной системы координат.

Применение собственных тетрад в системе B удобно тем, что в дифференцированных уравнениях первого и второго начал термодинамики исключаются термодинамически несущественная скорость $\mathbf{v}$ и кинетическая энергия, зависящие от выбора системы отсчета A, что, как правило, не связано с изучаемыми процессами в сопутствующей системе отсчета и с закономерностями, независимыми от точки зрения наблюдателя A, которого можно выбирать произвольно.

Предыдущие обсуждения роли кинетической энергии согласуются с традиционными трактовками уравнения энергии, в которых уравнение энергии можно записать в виде «уравнения притока тепла». Значение системы тетрад B и соответствующей записи уравнений энергии выявляется в наибольшей степени, когда кроме механических видов энергии учитываются и устанавливаются выражения и для других видов энергии.

Введенные выше системы отсчета можно использовать для определений математическим путем различного рода физических понятий и выражающихся через них характеристик, имеющих кинематический, динамический и вообще физический смысл.

Подчеркнем, что каждая из перечисленных систем отсчета может предварительно послужить, с одной стороны, для формулировки и определения соответствующих четырехмерных тензорных характеристик, а с другой стороны, определенные принятыми условиями в конкретной системе отсчета характеристики скалярной и тензорной природы можно рассматривать в любой другой системе отсчета и, таким образом, они могут служить характерными величинами явлений и соответствующих инвариантных формулировок различных физических законов в любых других системах координат.

Определение физических характеристик, в частности энергии в тетрадных системах отсчета, которые затем рассматриваются в любых других системах отсчета как скаляр, наиболее целесообразно по двум причинам:

1) каждая тетрада в каждой точке среды M — это инерциальная система, в которой рассматриваемая точка M имеет скорость, равную нулю;

2) система тетрад определяет собой для данной среды в каждый момент времени выделенную систему отсчета единственным образом. (К этому надо добавить, что обычно лабораторные опыты и их результаты описываются именно в локальной инерциальной системе отсчета.)

Сказанное выше с наибольшим физическим значением проявляется при рассмотрении проблемы выражения электромагнитной энергии, которое должно фигурировать в уравнении энергий.

Для более ясного представления сути дела рассмотрим опять лаборатории в системе отсчета A и в системе отсчета B с привлечением в каждой точке среды соответствующих тетрад собственных инерциальных платформ.

Пусть на платформе B, подвижной относительно A в инерциальной системе отсчета, на тонком стержне идеального изолятора укреплен заряженный шар, сделанный из проводника, и отсутствуют какие-либо другие возмущающие объекты. В этом опыте измерения электромагнитного поля наблюдателем B в ньютоновской механике или в СТО дает просто стационарное электростатическое кулоново поле, в котором отсутствует магнитное напряжение, а измерение поля инерциальным «неподвижным» наблюдателем A дает нестационарное электромагнитное поле, в котором присутствует и магнитное напряжение. Таким образом, результаты измерений одинаковыми приборами в двух инерциальных системах отсчета B и A различны. Также получаются разными величины плотности энергии в пустоте вне заряженного шара; как известно, плотность электромагнитной энергии определяется в пустоте выражением

$$(8\pi)^{-1}\,(E^2 + H^2)$$

Следовательно, плотность энергии в том же объеме зависит от выбора инерциальной системы отсчета, что в этом опыте проявляется в полной мере. (Для малых трехмерных скоростей v движения системы B относительно системы A эта разница очень мала и имеет порядок v/c.) К сказанному следует еще добавить, что векторы электрической и магнитной напряженности можно определять только в инерциальных системах отсчета, которые в СТО могут быть глобальными системами отсчета, а в ОТО это могут быть только локальные системы вблизи любой точки M — тетрадные собственные системы отсчета.

В связи с этим напомним, что сопутствующая система отсчета, как правило, не инерциальна, система наблюдателя также, вообще говоря, не инерциальна. Как известно, в ОТО инерциальные тетрады можно вводить только локально вблизи каждой точки среды. С другой стороны, характеристики E и H электромагнитного поля можно определить только с помощью измерений приборами, связанными с инерциальными системами отсчета. Очевидно, что одни и те же приборы, но движущиеся друг относительно друга, дают разные результаты.

Здесь можно усмотреть некоторую грубую аналогию с принципом неопределенности в квантовой механике, согласно которому результаты измерений зависят не только от состояния наблюдателя, но еще и от применяемой постановки опыта и от типов измерительных приборов. Как известно, в СТО и в ОТО можно указать много величин, в частности геометрических, для которых их измеряемые значения зависят от выбора подвижного наблюдателя. Это эффекты, подобные эффекту Доплера, которые проявляются и в ньютоновской механике.

В связи с этим возникает проблема выделения инерциальной системы, гарантирующей однозначность результатов измерения физических характеристик электромагнитного поля и однозначность выражения для энергии и ее приращений в электромагнитном поле.

Достижение таких результатов связано с двумя основными условиями.

1°. Фиксирование тензора энергии — импульса для электромагнитного поля (можно взять тензор Минковского). Вопрос о фиксировании тензора энергии — импульса электромагнитного поля был исчерпывающим образом разъяснен еще в 1965 г. [8], однако и до последнего времени публиковались многочисленные путанные работы по этому вопросу. Теперь, по-видимому, уже внедряется по этому поводу повсеместно правильное понимание сути дела.

2° Для определения нужных притоков энергии в каждой точке среды используется собственная инерциальная система отсчета, в которой среда локально покоится. При таких условиях энергия электромагнитного поля становится четырехмерным скаляром.

Как видно из предыдущего анализа, проблема понимания сути дела и установление выражения для электромагнитной энергии, фигурирующей в первом законе термодинамики, не совсем тривиальны.

Все предыдущие выводы сводятся к условию, что плотность энергии среды и электромагнитного поля представляется четырехмерным скаляром, равным компоненте $T_{4\cdot}^{\cdot 4}$ тензора энергии — импульса, взятого в каждой точке среды в собственной инерциальной системе отсчета, определенной локально.

Еще сложнее дело обстоит с энергией гравитационного поля в ОТО. Более 70 лет вносились различные предложения для определения энергии гравитационного поля с помощью псевдотензора энергии — импульса гравитационного поля, однако псевдотензоры, определенные в невыделенных единственным способом системах отсчета, не имеют правильного физического смысла. В одной из недавних работ автором была введена выделенная однозначно сопутствующая система координат, определенная геометрически для риманова пространства. С помощью этой точно и единственным образом определенной системы отсчета был физически правильно построен действительный тензор (не псевдотензор) энергии — импульса гравитационного поля в ОТО [26], однако в этом построении возможны разные варианты для численного значения инвариантной величины энергии гравитационного поля. Выбор варианта может быть мотивирован, в частности, простотой и подтвержден опытом, но осложняется тем, что обнаружение на опыте соответствующих эффектов и гравитационных волн в настоящее время связано с еще непреодоленными экспериментальными трудностями. Суть такого замечания, которое относится к любым возможным теориям, имеет общее принципиальное и универсальное значение, так как в физике соответствие правильно построенных теорий (что само по себе имеет важное значение) действительности всегда необходимо проверять и подтверждать в опытах. Иначе говоря, всякая построенная модель и все численные значения входящих параметров должны соответствовать опытам.

Предыдущие выводы об определении энергии и последующие методы, связанные с универсальными термодинамическими законами, должны рассматриваться как теоретические основы, которые всегда должны выполняться, служить исходным базисом для дальнейшего прогресса, учитывающего уже накопленный опыт, и выявлять смысл новых обобщений в свете уже достигнутых результатов.

При построении моделей вообще и сплошных сред в частности необходимо вводить искомые определяющие переменные характеристики и заданные постоянные параметры или заданные функции, а также зависящие от них термодинамические функции, такие, как внутренняя энергия U или свободная энергия F, или энтропия S, или соответствующие законы для притоков различных видов энергии и т. п.

При этом нужно использовать обобщенное уравнение принципа виртуальных работ или перемещений, тесно связанного с фундаментальными уравнениями естествознания — первым и вторым началами термодинамики, согласно которым для индивидуализированных малых объемов dV_3 частиц и полей должны выполняться следующие уравнения [5, 16]:

уравнение первого начала термодинамики

(12) $$-\delta\,(UdV_3) + \delta A_M^{(e)} + \delta A_n^{(e)} + \delta Q^{(e)} + \delta Q^{**} = 0$$

уравнение второго начала термодинамики

(13) $$-\rho\Theta\delta S dV_3 + \delta Q^{(e)} + \delta Q' = 0$$

уравнение неразрывности

(14) $$dm = \rho dV_3 \text{ и } \delta\, dm = 0$$

Здесь UdV_3 — полная энергия частиц, а $\delta\,(UdV_3)$ — виртуальное приращение энергии для мысленно вводимых явлений, $\delta A_M^{(e)}$ и $\delta A_n^{(e)}$ — соответствующие виртуальные элементарные работы всех внешних массовых и поверхностных сил, которые в ньютоновской механике должны содержать элементарную работу сил инерции — $dm\mathbf{a}\cdot\delta\mathbf{r}$, $\delta Q^{(e)}$ — полный виртуальный внешний приток тепла, который может происходить за счет внешних распределенных массовых источников и через поверхность $d\Sigma$, ограничивающую объем $dV_4 = dV_3dt$; δQ^{**} — добавочный виртуальный приток нетепловой энергии, который может возникать за счет наличия в аргументах U и S различного рода определяющих величин, в частности электромагнитных характеристик, величин, выражающихся через последовательные производные от закона движения и от тому подобных существенных характеристик вещества и поля (явное введение в уравнение (12) и обоснование присутствия члена dQ^{**} было дано автором в 1964 г. в докладе на Международном конгрессе по механике [5]), dQ' — некомпенсированное тепло, величина определяемая механизмами необратимых явлений. В приложениях нередко для определения dQ' используются обыкновенные линейные связи для соответствующих величин в теории Онзагера или нелинейные связи в обобщенной теории Онзагера, например в теории пластичности или в теории электромагнитного гистерезиса.

Уравнение (14) написано в предположении, что ядерные реакции отсутствуют в действительных и варьированных процессах и поэтому $ddm = \delta dm = 0$. Кроме того, уравнение (13) написано в предположении, что в рассматриваемой модели существует абсолютная температура Θ.

При помощи интегрирования уравнений (12) и (13) по четырехмерным объемам V_4 эти уравнения можно заменить интегральными соотношениями, которые в общем случае уже не являются интегральными законами энергии той же природы для индивидуализированных объектов, как и исходные уравнения, так как при интегрировании по объему V_4 промежутки времени у разных частиц могут быть разными, и в разные моменты времени в объеме V_4 будут присутствовать различные частицы.

Непосредственно очевидно, что из универсальных уравнений (12) и (13) можно вывести следующее интегральное базовое вариационное уравнение:

$$\delta \int_{V_4} \Lambda\, dV_4 + \delta W^* + \delta W = 0 \tag{15}$$

где V_4 — произвольный четырехмерный конечный объем пространства и времени.

Лагранжиан [4] $\Lambda = -U$ представляет собой со знаком минус полную удельную термодинамическую энергию, обобщенную на произвольные мысленно вводимые процессы, мало отличающиеся от действительных процессов и от физически определенной энергии вещества и поля в варьируемом объеме V_4, составленном из объемов dV_4 индивидуальных частиц для соответствующих моментов времени.

Отметим, что величина Λ для мысленных процессов может содержать добавочные члены, обращающиеся в нуль для действительных процессов. Вариации δ взяты при постоянных лагранжевых координатах ξ^1, ξ^2, ξ^3,

[4] В действительности Λ — плотность лагранжиана, однако для простоты и краткости будем называть Λ просто лагранжианом.

ξ^4 и могут быть заменены вариациями ∂ при фиксированных координатах x^i в системе наблюдателя по операторной формуле

$$\delta = \partial + \delta x^i \nabla_i \tag{16}$$

Соответствующая теория вариаций, сохраняющих ту же тензорную природу, что и варьируемые компоненты тензоров, не тривиальна, она изложена в [30].

Скалярные уравнения (12) — (14) и следующее из них уравнение (15) написаны для произвольных непрерывных вариаций искомых величин. Это накладывает на коэффициенты при вариациях после варьирования требования об их обращении в нуль для всевозможных осуществимых частных процессов и движений, что приводит к замкнутой системе уравнений Эйлера, уравнений состояния и дополнительных условий на сильных разрывах и на границах области для искомых функций.

В общей теории развита техника получения этих связей и их анализ. Из условия ковариантности физических уравнений и законов лагранжиан Λ и соответствующую ему энергию U необходимо вводить как четырехмерный инвариант-скаляр, зависящий, вообще говоря, от известных и главным образом от искомых функций, в частности от ряда функций, выражающихся через закон движения $x^i = f^i(\xi^k)$, и от некоторых физически определенных переменных — компонент тензорных искомых параметров $\mu^A(x^k)$ $(A = 1, 2, 3, \ldots)$ [10], от компонент метрического тензора g_{ij} и заданных в сопутствующей или в системе наблюдателя постоянных параметров или известных функций $K^B(\xi^k)$ или $K^C(x^i)$. Из-за скалярности Λ аргументы у Λ можно выписывать как в системе сопутствующей, так и в системе наблюдателя или в тетрадной системе B.

При использовании базового уравнения (15) в каждый из трех членов, являющихся скалярами, вкладывается соответствующий физический смысл, причем объем V_4 произвольный и на границе этого объема Σ вариации искомых функций могут также принимать произвольные значения [11, 13].

В соответствии с фундаментальными уравнениями термодинамики (12), (13) и (14) в вариационное уравнение для любого объема V_4 вводятся дополнительные члены δW^* и δW.

В общем случае скалярный функционал δW^* определяется формулой

$$\delta W^* = \int\limits_{V_4} [\rho\Theta\delta S\, dV_3 - \delta Q' + \delta A_M^{(e)} + \delta Q_M^{**}]\, \frac{dV_4}{dV_3} \tag{17}$$

Величина δW^* определяется притоками тепла $\delta Q^{(e)} = \rho\Theta\delta S dV_3 - \delta Q'$ и массовыми притоками энергии $\delta A_M{}^{(e)} + \delta Q_M{}^{**}$, где $\delta Q_M{}^{**}$ — объемные (массовые) притоки энергии за счет вариаций дополнительных параметров типа μ^A или K^B или за счет присутствия в аргументах U частных производных высшего порядка от искомых функций.

В аналитической ньютоновской механике член вида δW^* необходимо вводить при наличии внешних непотенциальных сил и неголономных связей. В ньютоновской механике вариация δW^* содержит член, отвечающий работе внешних сил инерции, если Λ выражается только через потенциальную энергию U.

При обратимых явлениях $dQ' = 0$. В необратимых процессах $dQ' > 0$, например, при наличии вязкости, электрических токов и гистерезиса в некоторых случаях можно положить

$$\delta Q' = (\tau_i^{\,j} \nabla_j \delta x^i + I^k \partial A_k)\, dV_3 \tag{18}$$

где $\tau_i^{\,j}$ — соответствующий тензор типа тензора вязких напряжений, I^k — четырехмерные компоненты вектора тока, а A_k — компоненты четырехмерного векторного потенциала электромагнитного поля. Наличие члена $I^k \partial A_k$ обуславливается неконсервативностью явлений в электромагнитном поле, взаимодействующим с веществом (член $I^k \partial A_k$ в выражении для $\delta Q'$ появился в работе [29], а его обоснование дано в усовершенствованном варианте этой работы ([32], с. 254—280)).

Что касается скаляра δW, определяемого из уравнения (15), то, поскольку V_4 произвольно, получается, что для любых вариаций на Σ величина δW при отсутствии в Λ и δW^* производных выше первого порядка от искомых функций имеет вид [13, 15]

$$\delta W = \int\limits_{\Sigma} (P_i^{\,j} \delta x^i + M_A^{\,j} \delta \mu^A)\, n_j\, d\sigma \tag{19}$$

где n_j — компоненты единичного вектора нормали к поверхности Σ.

Компоненты тензоров $P_i^{\,j}$ и $M_A^{\,j}$ определяются из уравнения (15).

Тензор $\mathbf{P} = P_i^{\,j} Э^i Э_j$ представляет собой тензор энергии— импульса среды и поля. Векторы $Э^i$ и $Э_j$ — координатные векторы базиса в системе наблюдателя; тензорные компоненты $M_A^{\,j}$ определяют дополнительные тензоры, аналогичные тензору $\mathbf{P}$. Присутствие $M_A^{\,j}$ обусловлено потоками энергии через поверхность за счет дополнительных параметров μ^A в аргументах Λ и в выражении для δW^*.

Получающиеся формулы для компонент $P_i^{\,j}$ и $M_A^{\,j}$ представляют собой термодинамические уравнения состояния.

Можно показать, что при наличии внутри V_4 поверхностей Σ' сильных разрывов на Σ' возникают специальные условия, которые в данном случае при справедливости формулы (19) представляют собой условия непрерывности на Σ' компонент $P_i^{\,j} n_j\ (\Sigma')$ и $M_A^{\,j} n_j\ (\Sigma')$ [13, 16, 18].

Наконец, основы основ — динамические уравнения — получаются из (15) как уравнения Эйлера для базового вариационного уравнения.

Легко показать, и это хорошо известно, что уравнения Эйлера для вариационного уравнения (15) сохраняются неизменными, если заменить Λ на $\Lambda + \nabla_i \Omega^i$, где Ω^i — любые функции от определяющих параметров или вообще любых величин [26].

Однако при такой замене меняется выражение для энергии системы и меняются выражения для компонент $P_i^{\,j}$ и $M_A^{\,j}$. В связи с этим в физической задаче о построении модели энергию U и лагранжиан Λ необходимо задавать полностью, несмотря на то, что основные уравнения Эйлера не чувствительны к добавкам вида $\nabla_i \Omega^i$ в лагранжиане Λ. Эти обстоятельства важны при решении проблемы о тензоре импульса гравитационного поля и, очевидно, так же обстоит дело во всех случаях, когда при построении моделей требуется устанавливать уравнения, которые должны использоваться, в частности, при формулировке краевых условий.

Выше изложена схема построения моделей с опорой на общие физические основы и с использованием всевозможной физической информации, добытой в различных опытах и теориях.

В частности, в механике сплошных сред очень полезны теории статистической физики, в которых на основании некоторых простейших классических или квантовых допущений вычисляются термодинамические функции в собственной системе отсчета.

Большое значение имеют различного рода данные, получаемые при обработках серий простейших опытов, результаты которых могут представляться в виде эмпирических формул, которые обобщаются на более общие случаи и формулируются, вообще говоря, в собственной системе отсчета. Известны примеры, когда эмпирические формулы становятся основами для глубочайших теоретических обобщений и новых физических точек зрения.

Отметим еще, специально, плодотворность применения уравнения (15) для развития различного рода теоретических моделей типа теории мелкой воды, теории различного рода тонких пленок, пластинок, оболочек, стержней и т. п. [21, 28, 31].

Во всех этих примерах можно снижать размерность задачи с помощью задания общего правдоподобного закона распределения искомых функций от трех переменных соответственными функциями от двух или от одной переменной, содержащих внутренние параметрические функции от уменьшенного числа переменных, для которых получаются уравнения Эйлера, соответствующие уравнения состояния и соответствующие краевые или другие условия.

Лагранжиан для модельных задач со сниженным числом независимых переменных можно, например, получить интегрированием лагранжиана, отвечающего трехмерной задаче по тонкому поперечному размеру, по которому вид искомых функций с точностью до некоторых искомых функций задается.

В настоящее время такие теории уже развиты и соответствующие модели обоснованы с помощью базового вариационного уравнения (15).

С помощью уравнения (15) каждая из уже известных моделей и ряд новых моделей получаются с помощью минимального числа физически естественных и необходимых допущений как в рамках ньютоновской механики, так и в рамках СТО, ОТО и в последнее время в постановке более общих представлений о пространстве и времени и в частности, в микроскопических теориях для элементарных частиц [7, 9, 12, 14, 19, 20, 25, 29, 30].

Однако развитая общая теория, связанная с уравнением (15), еще не получила в известных приложениях полного развития с использованием всех его возможностей.

Как в ньютоновской механике, так и в СТО и ОТО можно принять лагранжиан Λ равным $-U$ и, в частности, в ньютоновской механике не вводить в выражение для Λ удельной кинетической энергии T. В этом случае было показано, что необходимо в член δW^* включать работу внешних сил инерции наряду с другими внешними притоками энергии и притоками энергии типа $\rho\Theta\delta S dV_3$ и $-\delta Q'$ за счет необратимых явлений.

В ряде случаев получается так, что формула для δW^* представима в виде

$$\delta W^* = \delta \int_{V_4} \Lambda^* dV_4 + \delta W^{*\prime} \tag{20}$$

Поэтому вместо $\Lambda = -U$ можно положить

(21) $$\Lambda = -U + \Lambda^*$$

Вместе с этим изменяется физический смысл лагранжиана как энергии U со знаком минус. В частности, согласно равенству (3), в аналитической механике принимают, что

(22) $$\Lambda = T - U$$

Можно было бы, согласно равенству (11), в последнем члене положить

(23) $$\Lambda = -(T + U)$$

Такое перераспределение членов в базовом вариационном уравнении не оказывает влияния на уравнения Эйлера, но при подобных переобозначениях не сохраняется четырехмерная инвариантность каждого из членов в уравнении (15), хотя уравнение (15) в целом остается четырехмерным инвариантом.

При условии (22) связь вариационного уравнения (15) с первым и вторым законами термодинамики перестает быть явной.

К этому можно добавить, что в СТО и ОТО в уравнении (15) кинетическая энергия в Λ не фигурирует. Во многих случаях в ньютоновской механике для адиабатических обратимых процессов, когда $dQ' = 0$ и $dS = 0$, можно рассматривать случаи (22) при $\Lambda^* = T$ и $\delta W^{*\prime} = 0$. Но при необратимых процессах в неконсервативных системах член $\delta W^{*\prime}$ всегда должен присутствовать.

В настоящее время в физике при построении новых моделей сред и полей, и особенно полей, обычно пользуются вариационным «принципом» в виде

(24) $$\delta \int_{V_4^*} L\, dV_4 = 0$$

где L — постулируется из математических соображений и не отождествляется с термодинамической энергией, во всяком случае явно. При этом рассматривается только фиксированный объем V_4^*, вариации искомых функций вообще не являются компонентами тензоров и равны нулю на границе Σ^* объема V_4^*, представляющего собой объем области, в которой ищется решение с задаваемыми краевыми условиями на Σ^*. Основная цель состоит только в получении уравнений Эйлера.

Возможности получения уравнений состояния и выражений для тензора энергии — импульса после задания L и $\delta W^{*\prime} = 0$ или Λ и $\delta W^* \neq 0$ с помощью уравнения (15) выпускаются из виду. В связи с этим широко распространены неправильные толкования сущности уравнений Эйлера и понятия о тензоре энергии — импульса.

Таким образом, можно отметить, что в физике теперь все построения, связанные с введением новых моделей, в той или иной степени исходят из интегральных вариационных уравнений, к сожалению, без должной явной связи с их термодинамическими основами. Вместе с этим следует подчеркнуть, что в каждом отдельном случае при построении конкретных моделей требуется преодолевать трудности, обусловленные технически сложными описаниями нужных допущений и их толкованием.

Недавно подробно изучены некоторые простейшие модели классического характера для описания движений материальных сред, взаимодействующих с электромагнитным полем [30]. В этих моделях из уравнения (15) при термодинамически обоснованных Λ и δW^* выводятся уравнения Эйлера, содержащие все динамические уравнения, в том числе и все уравнения Максвелла. В важных примерах находятся формулы для сил взаимодействия между электромагнитным полем и веществом, зависящих от характеристик поля и от свойств вещества, и другие соотношения.

Основной смысл предложенной выше теоретической программы состоит в том, что в механике и в физике имеется по существу только небольшое число универсальных понятий и общих положений, связанных с точными модельными представлениями, конкретизируемых в примерах с помощью частных постулатов, и что понятия об энергии и энтропии, связанные с первым и вторым началами термодинамики, можно рассматривать как основы физики и механики. Этих основ немного и они просты, но их понимание и творческое применение требует глубоко вникнуть в сущность научных методов познания окружающей нас природы.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Roy M.* Mécanique des milliux continus et deformables. T. 1—2. Gauthier — Villars, 1950. T. 1. 198 p. T. 2. 200—411 p.
2. *Седов Л. И.* Об основных принципах механики сплошной среды. М.: Изд-во МГУ, 1961. 26 с. (на англ. яз.: Nat. Research Council of Canada. Techn. Trans. No. 1031, Ottawa).
3. *Седов Л. И.* Об основных концепциях механики сплошной среды.— В кн.: Некоторые проблемы математики и механики (к 60-летию акад. М. А. Лаврентьева). — Новосибирск: Изд-во СО АН СССР, 1961, с. 227—235.
4. *Седов Л. И.* Введение в механику сплошной среды. М.: Физматгиз, 1962. 284 с.
5. *Sedov L. I.* Some problems of designing new models of continuum media.— In: Applied Mechanics. Proc. 11th Intern. Congr. Appl. Mech., Münich, 1964. Berlin: Springer-Verlag, 1966, p. 9—19.
6. *Седов Л. И.* Математические методы построения новых моделей сплошных сред.— Успехи матем. наук, 1965, т. 20, вып. 5 (125), с. 121—180.
7. *Седов Л. И.* О тензоре энергии импульса и о макроскопических внутренних взаимодействиях в гравитационном поле и в материальных средах.— Докл. АН СССР, 1965, т. 164, № 3, с. 519—522.
8. *Седов Л. И.* О пондеромоторных силах взаимодействия электромагнитного поля и ускоренно движущегося материального континуума с учетом конечности деформаций.— ПММ, 1965, т. 29, вып. 1, с. 4—17.
9. *Бердичевский В. Л.* Построение моделей сплошных сред при помощи вариационных принципов.— ПММ, 1966, т. 30, вып. 3, с. 510—530.
10. *Голубятников А. Н.* Сплошная среда со спинорными и векторными характеристиками.— Докл. АН СССР, 1966, т. 169, № 2, с. 299—302.
11. *Sedov L. I.* Variational methods of constructing models of continuous media.— In: Irreversible Aspects of Continuum Mechanics and Transfer of Physical Characteristics of Moving Fluids (Proc. IUTAM Symp., Vienna, 1966). Wien — New York Springer-Verlag, 1968, p. 346—358.
12. *Коган А. М.* Вариационные принципы для уравнений кинетической теории газа.— Докл. АН СССР, 1967, т. 175, № 4, с. 785—788.
13. *Седов Л. И.* Модели сплошных сред с внутренними степенями свободы.— ПММ, 1968, т. 32, вып. 5, с. 771—785 (см. также: *Седов Л. И.* Механика сплошной среды. Изд. 3. М.: Наука, 1976, т. 1, с. 502—527).
14. *Желнорович В. А.* Вариационный принцип и уравнения состояния для сплошных сред.— Докл. АН СССР, 1969, т. 184, № 1, с. 55—58.

15. *Sedov L. I.* Über den Begriff des Spannungstensors bei Kontinuumsmodellen mit inneren Freiheitsgraden.— Z. angew. Math. und Phys., 1969, v. 20, Fsc. 5, S. 653—658.
16. *Седов Л. И.* Механика сплошной среды. Т. 1. М.: Наука. Изд. 1—1970. 492 с.; изд. 2—1973. 536 с.; изд. 3—1976. 535 с.
17. *Седов Л. И.* Изобретение физических моделей. Выступление перед участниками Конгресса по механике в Канаде 17 мая 1971 г. Ротапринтное издание на англ. яз. (см. также в кн.: *Седов Л. И.* Размышления о науке и об ученых. М.: Наука, 1980, с. 119—123; в кн.: *Седов Л. И.* Мысли об ученых и науке прошлого и настоящего. М.: Наука, 1973, с. 63—67).
18. *Седов Л. И.* Об условиях на сильных разрывах в теории гравитации.— ПММ, 1972, т. 36, вып. 1, с. 3—14.
19. *Цыпкин А. Г., Штейн А. А.* Модели сплошных сред в ньютоновской механике.— Отчет Института механики МГУ, 1973, № 1468. 103 с.
20. *Черный Л. Т.* Построение моделей магнитоупругих сплошных сред с учетом магнитного гистерезиса и пластических деформаций.— Научн. труды Ин-та механики МГУ, 1974, № 31, с. 100—119.
21. *Бердичевский В. Л.* Об уравнениях теории анизотропных неоднородных стержней.— Докл. АН СССР, 1976, т. 228, № 3, с. 558—561.
22. *Седов Л. И.* О перспективных направлениях и задачах в механике сплошных сред.— ПММ, 1976, т. 40, вып. 6, с. 963—980 (см. также: Вестн. АН УССР, 1976, № 10; Вестн. АН СССР, 1977, вып. 2, с. 36—49).
23. *Седов Л. И.* Об уравнениях инерциальной навигации с учетом релятивистских эффектов.— Докл. АН СССР, 1976, т. 231, № 6, с. 1311—1314.
24. *Седов Л. И.* О естественной теории сплошных сред.— ПММ, 1977, т. 41, вып. 6, с. 971—984.
25. *Желнорович В. А., Седов Л. И.* О вариационном выводе уравнений состояния для материальной среды и гравитационного поля.— ПММ, 1978, т. 42, вып. 5, с. 771—780.
26. *Седов Л. И.* О локальном уравнении энергии в гравитационном поле.— Докл. АН СССР, 1978, т. 240, № 3, с. 568—571 (см. также: Об описании динамических свойств гравитационного поля в вакууме.— ПММ, 1980, т. 44, вып. 2, с. 195—204; на анг. яз.: Astron. Nachr., 1980, B. 301, H. 2, S. 45—49).
27. *Седов Л. И.* О сложении движений относительно деформируемых систем отсчета.— ПММ, 1978, т. 42, вып. 1, с. 175—177.
28. *Бердичевский В. Л.* Вариационно-асимптотический метод построения теории оболочек.— ПММ, 1979, т. 43, вып. 4, с. 664—687.
29. *Седов Л. И., Цыпкин А. Г.* О построении моделей сплошных сред, взаимодействующих с электромагнитным полем.— ПММ, 1979, т. 43, вып. 3, с. 387—400 (см. также: Trends in Solid Mechanics 1979. Proc. of Symp. dedicated to the 65th Birthday of W. T. Koiter. Delft Univ. Press, Sijthoff & Noordhoff Intern. Publishers, 1979, p. 195—210).
30. *Седов Л. И.* Применение базисного вариационного уравнения для построения моделей сплошных сред.— В кн.: Избранные вопросы современной механики (к 50-летию со дня рождения Григоряна С. С.). Ч. 1. М.: Изд-во Моск. ун-та, 1981, с. 11—64.
31. *Бердичевский В. Л., Сутырин В. Г.* Проблема эквивалентного стержня в нелинейной теории пружин.— В кн. Тезисы докладов 5-го Всес. съезда по теор. и прикл. механике. Алма-Ата, 1981. Алма-Ата: Наука, 1981, с. 57.
32. *Седов Л. И.* Размышления о науке и об ученых. М.: Наука, 1980. 440 с.

Москва

Поступила в редакцию
8.VI.1981