

УДК 532.59

## РАСПРОСТРАНЕНИЕ ВОЛН КЕЛЬВИНА ИЗ КАНАЛА В ПОЛУОГРАНИЧЕННЫЙ БАССЕЙН

Плис В. И.

Рассматривается задача о распространении волн Кельвина из канала в полуограниченный бассейн. Точное решение этой задачи строится методом Винера — Хопфа. Проводится асимптотический и численный анализ решения.

В работах [1, 2] методом Винера — Хопфа решены задачи дифракции волн Кельвина в бассейнах, ограниченных бесконечными и полубесконечными параллельными стенками. Ниже обобщенным методом спивания [3] решена задача дифракции волн Кельвина в случае прямоугольного излома стенок, ограничивающих жидкость.

**1. Постановка задачи.** Рассмотрим вращающуюся против часовой стрелки с угловой скоростью  $\omega$  систему, состоящую из канала и бассейна конечной глубины  $h$ . Стенки канала и бассейна описываются уравнениями  $x < 0, |y| = a$  и  $x = 0, |y| > a$  соответственно (фиг. 1). Рассмотрим гармонические волновые движения поверхности жидкости, возвышения которых можно представить в виде  $\xi(x, y) \cdot \exp(-i\sigma t)$ , где  $\sigma$  — частота этих колебаний. Остановимся на случае  $\sigma > 2\omega$ . В линейной теории длинных поверхностных волн [4] функция  $\xi(x, y)$  — решение волнового уравнения

$$(\Delta + \kappa^2)\xi(x, y) = 0, \quad \kappa^2 = \frac{\sigma^2 - 4\omega^2}{gh},$$

$$\Delta = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2}$$

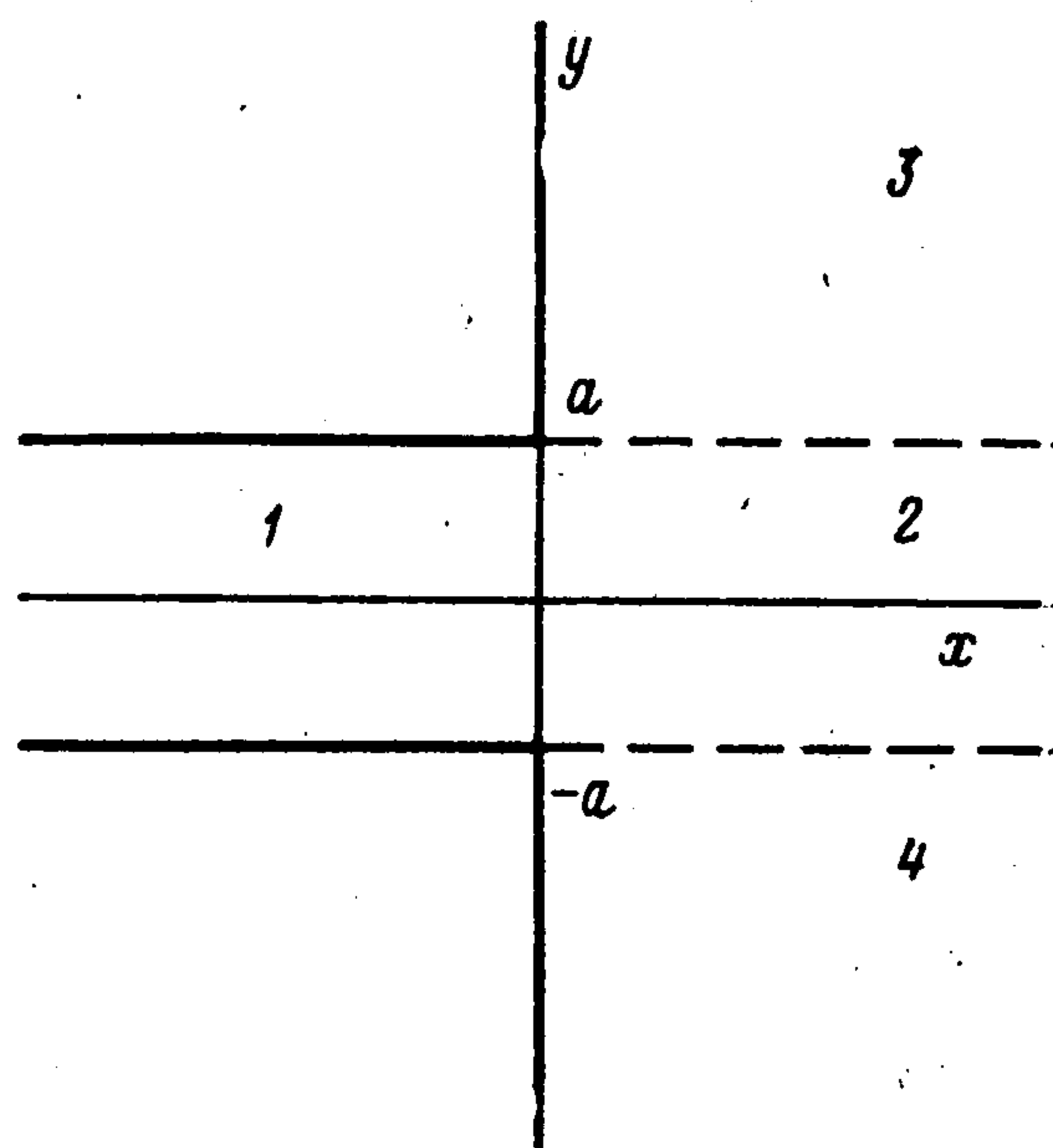
где  $g$  — ускорение свободного падения,  $\Delta$  — двумерный оператор Лапласа.

Пусть в канале распространяется волна Кельвина единичной амплитуды

$$\xi_0(x, y) = \exp[i\kappa x - l\eta\kappa(y + a)]$$

$$l = 2\omega/\sigma, \quad \eta = (1 - l^2)^{-1/2}$$

Исследуем возвышения поверхности жидкости в системе, возбуждаемые этой волной при дифракции на открытом конце канала. Будем считать канал областью 1, а бассейн разобьем на три области: 2, 3, 4, как показано на фиг. 1. Полную амплитуду возвышений в канале ( $x < 0, |y| < a$ ) представим в виде  $\xi_0 + \xi_1$ , где  $\xi_0$  — падающие, а  $\xi_1$  — дифрагированные волны. На продолжении канала в области 2 ( $x > 0,$



Фиг. 1

$|y| < a$ ) неизвестную амплитуду возвышений обозначим  $\xi_2$ . В областях 3 ( $x > 0, y > a$ ) и 4 ( $x > 0, y < -a$ ) амплитуды возвышений обозначим соответственно  $\xi_3$  и  $\xi_4$ .

Для неизвестных функций  $\xi_j$  ( $j = 1, 2, 3, 4$ ) получаем следующую краевую задачу:

$$(1.2) \quad (\Delta + \kappa^2) \xi_j(x, y) = 0$$

$$(1.3) \quad v_1(x, a) = v_1(x, -a) = 0, \quad x < 0$$

$$u_3(0, y) = 0, \quad y > a; \quad u_4(0, y) = 0, \quad y < -a$$

$$(1.4) \quad \xi_3(x, a+0) = \xi_2(x, a-0), \quad x > 0$$

$$\xi_4(x, -a-0) = \xi_2(x, -a+0), \quad x > 0$$

$$\xi_0(0, y) + \xi_1(0, y) = \xi_2(0, y), \quad |y| < a$$

$$u_3(x, a+0) = u_2(x, a-0), \quad x > 0$$

$$u_4(x, -a-0) = u_2(x, -a+0), \quad x > 0$$

$$u_0(0, y) + u_1(0, y) = u_2(0, y), \quad |y| < a$$

Здесь  $u_j$  и  $v_j$  ( $j = 0, 1, 2, 3, 4$ ) — компоненты скорости жидкости, параллельные осям  $x$  и  $y$  и связанные с  $\xi_j(x, y)$  соотношениями

$$(1.5) \quad u_j(x, y) = \frac{\sigma}{\kappa^2 h} \left( -i \frac{\partial}{\partial x} + l \frac{\partial}{\partial y} \right) \xi_j(x, y)$$

$$v_j(x, y) = -\frac{\sigma}{\kappa^2 h} \left( l \frac{\partial}{\partial x} + i \frac{\partial}{\partial y} \right) \xi_j(x, y)$$

Условия (1.3) представляют собой краевые условия на стенках системы, (1.4) — условия непрерывности возвышений и  $x$  — компонент скоростей.

Наконец, дифрагированные волны должны удовлетворять условию на ребре [5]:

$$(1.6) \quad \xi_j \sim r^{1/2}, \quad r \rightarrow 0, \quad r = \sqrt{x^2 + (y \pm a)^2}$$

и условию излучения: решение на бесконечности должно содержать только расходящиеся волны.

Можно показать, что в классе ограниченных функций задача (1.2) — (1.6) имеет единственное решение.

**2. Система функциональных уравнений.** Для решения задачи (1.2) — (1.6) предположим, что волновое число  $\kappa$  обладает малой положительной мнимой частью, которую в окончательных результатах устремим к нулю. Введение в  $\kappa$  мнимой добавки соответствует предположению о диссипации энергии в жидкости.

Дифрагированное поле возвышений в канале  $\xi_1$  будем искать в виде суперпозиции следующих волн [2]: волны Кельвина, отраженной от открытого конца канала, конечного числа прогрессивных волн, распространяющихся в канале в отрицательном направлении оси  $x$ , и бесконечного числа волн, экспоненциально затухающих при удалении в глубь канала от его открытого конца

$$(2.1) \quad \xi_1(x, y) = A_r \exp[-i\eta\kappa x + l\eta\kappa(y-a)] + \\ + \sum_{k=1}^{\infty} [R_k \sin(\gamma_k y - \varphi_k) + T_k \cos(\gamma_k y - \varphi_k)] \exp(-i\alpha_k x)$$

$$\gamma_k = \frac{\pi k}{2a}, \quad \alpha_k = \sqrt{\kappa^2 - \gamma_k^2}, \quad \text{Im } \alpha_k > 0,$$

$$\sin \varphi_k = \frac{\gamma_k}{\sqrt{\gamma_k^2 + \alpha_k^{2l^2}}, \quad \cos \varphi_k = \frac{\alpha_k^l}{\sqrt{\gamma_k^2 + \alpha_k^{2l^2}}$$

Неизвестные амплитуды  $R_k$  равны нулю при  $k = 2, 4, 6, \dots$ , а амплитуды  $T_k$  — при  $k = 1, 3, 5, \dots$ . В выражении (2.1) число прогрессивных волн совпадает с целой частью величины  $2\kappa a/\pi$ .

Введем вспомогательные функции  $U_j(y, \alpha)$  ( $j = 2, 3, 4$ ) комплексного переменного  $\alpha$  по формулам

$$(2.2) \quad U_j(y, \alpha) = \int_0^{+\infty} u_j(x, y) \exp(i\alpha x) dx$$

Из свойств преобразования Фурье в комплексной плоскости следует, что  $U_j(y, \alpha)$  — регулярные функции комплексного переменного  $\alpha$  в полуплоскости  $\text{Im } \alpha > 0$ . Для вывода уравнений, которым удовлетворяют эти функции, умножим обе части волнового уравнения (1.1), записанного для  $u_j(x, y)$ , на  $\exp(i\alpha x)$  и проинтегрируем его по  $x$  от 0 до  $+\infty$  с учетом условия излучения. Это дает

$$(2.3) \quad \left(\frac{\partial^2}{\partial y^2} + \gamma^2\right) U_j(y, \alpha) = \frac{\partial u_j}{\partial y}(0, y) - i\alpha u_j(0, y), \quad \gamma = \sqrt{\kappa^2 - \alpha^2}$$

где ветвь корня выбрана так, что  $\text{Im } \gamma > 0$ . Функции  $U_j(y, \alpha)$  будем искать в виде суммы

$$(2.4) \quad U_j(y, \alpha) = U_{js}(y, \alpha) + U_{ja}(y, \alpha)$$

Здесь и в дальнейшем индексом  $s$  обозначены четные, а индексом  $a$  нечетные по  $y$  функции. Решение уравнения (2.3) приведем для четной составляющей, а для нечетной дадим только окончательный результат.

Обратимся к области 3. С учетом второго краевого условия (1.3) уравнение для функции  $U_{3s}(y, \alpha)$  запишем в виде

$$(2.5) \quad \left(\frac{\partial^2}{\partial y^2} + \gamma^2\right) U_{3s}(y, \alpha) = \frac{\partial u_{3s}}{\partial y}(0, y)$$

Для исключения неизвестной функции в правой части этого уравнения заменим  $\alpha$  в (2.5) на  $-\alpha$  и вычтем полученное соотношение из (2.5). Это дает уравнение, решение которого, удовлетворяющее условию излучения, имеет вид

$$(2.6) \quad U_{3s}(y, \alpha) - U_{3s}(y, -\alpha) = F(\alpha) \exp(i\gamma y)$$

где  $F(\alpha)$  — неизвестная функция комплексного переменного  $\alpha$ . Дифференцируя (2.6) по  $y$  и исключая  $F(\alpha)$ , получим связь между функциями и их производными

$$U_{3s}(y, \alpha) - U_{3s}(y, -\alpha) = \frac{1}{i\gamma} \left[ \frac{\partial U_{3s}}{\partial y}(y, \alpha) - \frac{\partial U_{3s}}{\partial y}(y, -\alpha) \right]$$

Найдем по первой формуле (1.5)  $x$ -компоненту скорости в канале  $u_1(x, y)$  и продифференцируем ее по  $y$ . В выражениях для  $u_1(x, y)$  и  $\partial u_1(x, y)/\partial y$  положим  $x = 0$  и представим каждое из них в виде суммы

двух слагаемых — четного по переменной  $y$  и нечетного. Подстановка четных слагаемых в правую часть уравнения (2.3) для  $U_{2s}(y, \alpha)$  дает уравнение, четное по  $y$  решение которого имеет вид

$$(2.7) \quad U_{2s}(y, \alpha) = -\frac{iK_i}{\eta\kappa + \alpha} \operatorname{ch} k_y y + \frac{iK_r}{\eta\kappa - \alpha} \operatorname{ch} k_y y - \\ - i \sum_{k=1}^{\infty} \frac{A_k}{\alpha_k - \alpha} \cos \gamma_k y + B(\alpha) \cos \gamma y \\ K_i = -\frac{\kappa}{\eta} \exp(-l\eta\kappa a), \quad K_r = A_r K_i, \quad k_y = l\eta\kappa \\ A_k = \begin{cases} (-\alpha_k \sin \varphi_k + l\gamma_k \cos \varphi_k) R_k, & k = 1, 3, 5, \dots \\ (-\alpha_k \cos \varphi_k - l\gamma_k \sin \varphi_k) T_k, & k = 2, 4, 6, \dots \end{cases}$$

и содержит неизвестную функцию  $B(\alpha)$ . Продифференцируем (2.7) по  $y$  и исключим  $B(\alpha)$ . Затем в полученном соотношении заменим  $\alpha$  на  $-\alpha$  и результат вычтем из этого соотношения. Положив  $y = a$ , с учетом четвертого условия (1.4) и соотношения (2.6) приходим к функциональному уравнению

$$(2.8) \quad U_{2s}(a, \alpha) - U_{2s}(a, -\alpha) = P_s Y_0(\alpha) + Q_s X_0(\alpha) + \\ + i \sum_{k=1}^{\infty} A_k \cos \gamma_k a Y_k(\alpha) - \sum_{k=1}^{\infty} A_k \gamma_k \sin \gamma_k a X_k(\alpha) \\ P_s = \frac{i\kappa}{2\eta} [1 + \exp(-2l\eta\kappa a)] (1 - A_r) \\ Q_s = \frac{l\kappa^2}{2} [1 - \exp(-2l\eta\kappa a)] (1 - A_r) \\ X_k = \frac{\alpha}{\gamma(\alpha^2 - \alpha_k^2)} [1 + \exp(2i\gamma a)] \\ Y_k(\alpha) = \frac{\alpha}{\alpha^2 - \alpha_k^2} [1 - \exp(2i\gamma a)], \quad \alpha_0 = \eta\kappa$$

Та же процедура для нечетной составляющей решения дает второе функциональное уравнение

$$(2.9) \quad U_{2a}(a, \alpha) - U_{2a}(a, -\alpha) = P_a F_0(\alpha) + Q_a G_0(\alpha) + \\ + i \sum_{k=1}^{\infty} B_k \sin \gamma_k a F_k(\alpha) + \sum_{k=1}^{\infty} B_k \gamma_k \cos \gamma_k a G_k(\alpha) \\ P_a = \frac{i\kappa'}{2\eta} [1 - \exp(-2l\eta\kappa a)] (1 + A_r) \\ F_k(\alpha) = \frac{\alpha}{\alpha^2 - \alpha_k^2} [1 + \exp(2i\gamma a)] \\ Q_a = -\frac{l\kappa^2}{2} [1 + \exp(-2l\eta\kappa a)] (1 + A_r) \\ G_k(\alpha) = \frac{\alpha}{\gamma(\alpha^2 - \alpha_k^2)} [1 - \exp(2i\gamma a)] \\ B_k = \begin{cases} (-\alpha_k \cos \varphi_k + l\gamma_k \sin \varphi_k) R_k, & k = 1, 3, 5, \dots \\ (-\alpha_k \sin \varphi_k - l\gamma_k \cos \varphi_k) T_k, & k = 2, 4, 6, \dots \end{cases}$$

3. Сведение задачи к системе линейных алгебраических уравнений. Численный и асимптотический анализ. Функциональные уравнения (2.8) и (2.9) можно свести к бесконечной системе линейных уравнений,

Покажем это на примере четной составляющей решения.

Разобьем функции  $X_k(\alpha)$  и  $Y_k(\alpha)$  на слагаемые, регулярные в верхней (функции с индексом плюс) и нижней (с индексом минус) полуплоскости

$$(3.1) \quad X_k(\alpha) = X_{k+}(\alpha) - X_{k-}(\alpha), \quad Y_k(\alpha) = Y_{k+}(\alpha) - Y_{k-}(\alpha)$$

Разложение (3.1) выполняется по формулам преобразования Гильберта [6]. Так, например

$$X_{k+}(\alpha) = \frac{1}{2\pi i} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{X_k(\beta) d\beta}{\beta - \alpha}$$

а  $X_{k-}(\alpha) = -X_{k+}(-\alpha)$  вследствие того, что  $X_k(-\alpha) = -X_k(\alpha)$ .

В результате разложения в уравнении (2.8) можно выделить функции, регулярные в разных полуплоскостях комплексного переменного  $\alpha$ , и согласно теореме Лиувилля получаем

$$(3.2) \quad U_{2s}(a, \alpha) - P_s X_{0+}(\alpha) + Q_s Y_{0+}(\alpha) - \\ - \sum'_{k=1}^{\infty} A_k \gamma_k \sin \gamma_k a X_{k+}(\alpha) - i \sum'_{k=2}^{\infty} A_k \cos \gamma_k a Y_{k+}(\alpha) = P(\alpha)$$

где  $P(\alpha)$  — некоторый полином, а штрих у знака суммы означает суммирование через единицу.

Для однозначного выбора решения следует удовлетворять условию на ребре (1.6), в соответствии с которым должны выполняться асимптотические оценки

$$U_{2s}(a, \alpha) \sim \alpha^{-2/s} (|\alpha| \rightarrow +\infty); \quad R_k, \quad T_k \sim k^{-2/s} (k \rightarrow +\infty)$$

Эти соотношения позволяют оценить асимптотику левой части уравнения (3.2) и установить, что  $P(\alpha) \equiv 0$ .

Нетрудно связать неизвестные амплитуды со значениями функции  $U_{2s}(a, \alpha)$  в точках  $\alpha_m$  ( $m = 1, 3, 5, \dots$ ). Действительно, правая часть выражения для регулярной при  $\text{Im } \alpha > 0$  функции  $\partial U_{2s}(a, \alpha)/\partial y$  не должна иметь полюсов при  $\alpha = \alpha_m$  ( $m = 1, 3, 5, \dots$ ). Это дает

$$(3.3) \quad U_{2s}(a, \alpha_m) = -\frac{\alpha_m a}{\gamma_m} \sin \gamma_m a A_m - i \frac{K_i \text{ch } k_y a}{\eta \kappa + \alpha_m} - \\ - i \frac{K_r \text{ch } k_y a}{\eta \kappa - \alpha_m} - i \sum'_{k=2}^{\infty} \frac{A_k \cos \gamma_k a}{\alpha_k - \alpha_m} \quad (m = 1, 3, 5, \dots)$$

Отсюда получаются следующие линейные алгебраические уравнения для неизвестных амплитуд  $A_r$  и  $A_k$  ( $k = 1, 2, 3, \dots$ ):

$$(3.4) \quad \left\{ \frac{i\kappa}{2\eta} [1 + \exp(-2l\eta\kappa a)] \left[ X_{0+}(\alpha_m) - \frac{1}{\alpha_m - \eta\kappa} \right] + \right. \\ \left. + \frac{l\kappa^2}{2} [1 - \exp(-2l\eta\kappa a)] Y_{0+}(\alpha_m) \right\} A_r + \\ + \sum'_{k=1}^{\infty} \gamma_k \sin \gamma_k a X_{k+}(\alpha_m) A_k - \frac{i\alpha_m a \sin \gamma_m a}{\gamma_m} A_m =$$

$$\begin{aligned}
& -i \sum_{k=2}^{\infty} \cos \gamma_k a \left[ Y_{k+}(\alpha_m) + \frac{1}{\alpha_k - \alpha_m} \right] A_k = \\
& = \frac{l\kappa^2}{2} [1 - \exp(-2l\eta\kappa a)] Y_{0+}(\alpha_m) + \\
& + \frac{i\kappa}{2\eta} [1 + \exp(-2l\eta\kappa a)] \left[ X_{0+}(\alpha_m) - \frac{1}{\alpha_m + \eta\kappa} \right] \quad (m = 1, 3, 5, \dots)
\end{aligned}$$

Аналогично получаются линейные алгебраические уравнения для неизвестных амплитуд  $A_r$  и  $B_k$  ( $k = 1, 2, 3, \dots$ )

$$\begin{aligned}
(3.5) \quad & \left\{ \frac{i\kappa}{2\eta} [1 - \exp(-2l\eta\kappa a)] \left[ \frac{1}{\alpha_m - \eta\kappa} - F_{0+}(\alpha_m) \right] - \right. \\
& \left. - \frac{l\kappa^2}{2} [1 + \exp(-2l\eta\kappa a)] G_{0+}(\alpha_m) \right\} A_r + \\
& + i \sum_{k=1}^{\infty} \sin \gamma_k a \left[ F_{k+}(\alpha_m) + \frac{1}{\alpha_k - \alpha_m} \right] B_k + \\
& + \sum_{k=2}^{\infty} \gamma_k \cos \gamma_k a G_{k+}(\alpha_m) B_k - \frac{i\alpha_m a \cos \gamma_m a}{\gamma_m} B_m = \\
& = \frac{i\kappa}{2\eta} [1 - \exp(-2l\eta\kappa a)] \left[ F_{0+}(\alpha_m) - \frac{1}{\alpha_m - \eta\kappa} \right] + \\
& + \frac{l\kappa^2}{2} [1 + \exp(-2l\eta\kappa a)] G_{0+}(\alpha_m) \quad (m = 2, 4, 6, \dots)
\end{aligned}$$

Регулярные в верхней полуплоскости функции  $F_{k+}(\alpha)$  и  $G_{k+}(\alpha)$  вычисляются по формулам преобразования Гильберта.

Таким образом исходная задача дифракции волн Кельвина сведена к решению бесконечной системы линейных алгебраических уравнений относительно амплитуд волн, возбужденных в канале.

Бесконечная система линейных уравнений (3.4)–(3.5) решалась численно методом усечения. Для контроля точности на печать выводились значения  $|R_k| k^{3/2}$ ,  $|T_k| k^{3/2}$ , которые довольно быстро стремились к константе.

На фиг. 2 приведена зависимость модуля  $A_r$  от  $\kappa a$ , а фиг. 3 и 4 иллюстрируют зависимость от  $\kappa a$  модулей амплитуд трех первых четных и нечетных прогрессивных волн. Представленные зависимости имеют характерные для дифракционных задач изломы при

$$(3.6) \quad \kappa a = \pi n/2$$

На фиг. 3 эти изломы наблюдаются при  $n = 3, 5, \dots$ , а на фиг. 4 — при  $n = 4, 6, \dots$ . Они вызваны перестройкой амплитуд волновых движений в момент зарождения новой прогрессивной волны. Это явление известно в электродинамике [7] и ядерной физике [8] под названием порогового. В работе [2] отмечены изломы на графиках зависимостей амплитуд прогрессивных волн в канале при тех же (3.6) значениях  $\kappa a$ .

В данной задаче для удовлетворения граничным условиям на стенках бассейна следует одновременно учитывать волновые движения в бассейне, возбужденные волнами обеих симметрий, существующими в канале. Таким образом, четные и нечетные волны в отличие от результатов работы [2] оказываются связанными. Это легко прослеживается на фиг. 3 и 4. Действительно, амплитуды волн каждой из симметрий имеют характерные локальные минимумы в момент зарождения волны другой симметрии.

Вместе с тем амплитуда, отраженной волны Кельвина испытывает характерные изломы при зарождении прогрессивных волн любой симметрии.

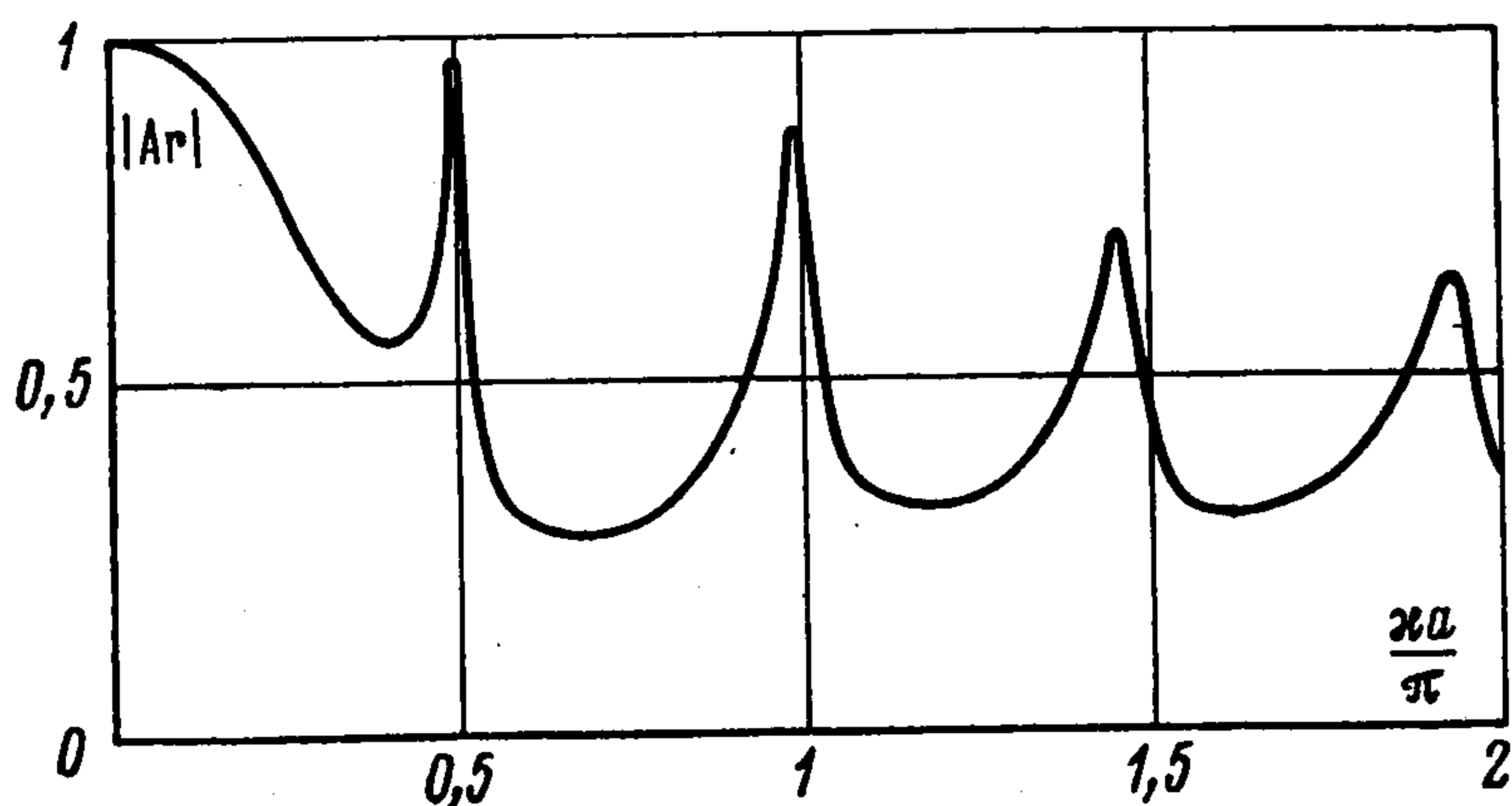
В заключение на примере области 4 ( $x > 0, y < -a$ ) покажем, как получить выражение для возмущений, зная решение линейной системы (3.4)–(3.5).

Обозначим правые части уравнений (3.4) и (3.5) соответственно  $F_s(\alpha)$  и  $F_a(\alpha)$ . Для  $U_4(y, \alpha)$  справедливо уравнение

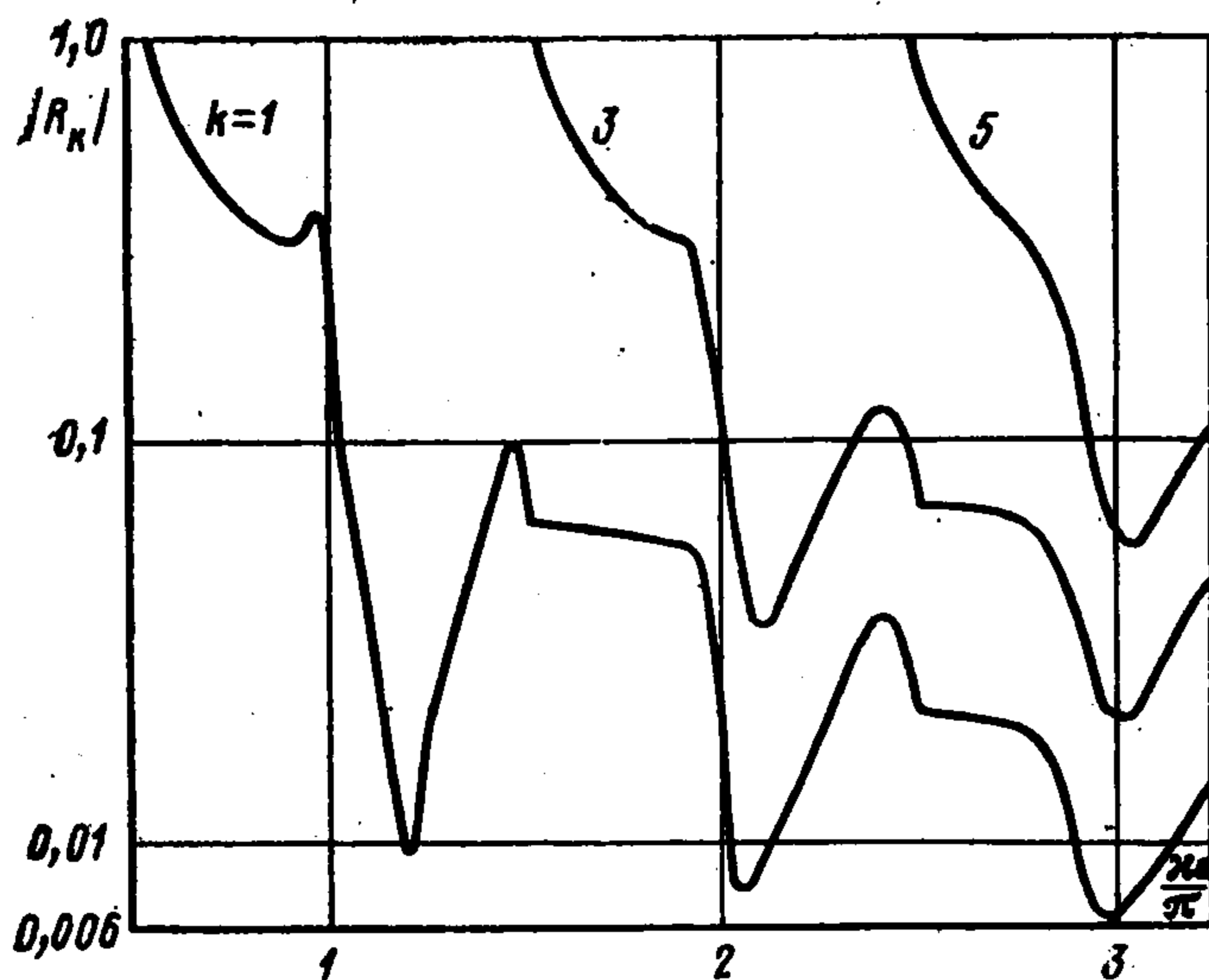
$$\left(\frac{\partial^2}{\partial y^2} + \gamma^2\right) U_4(y, \alpha) = \frac{\partial u_4}{\partial y}(0, y)$$

Его решение с учетом выбора ветви корня  $\gamma$  имеет вид

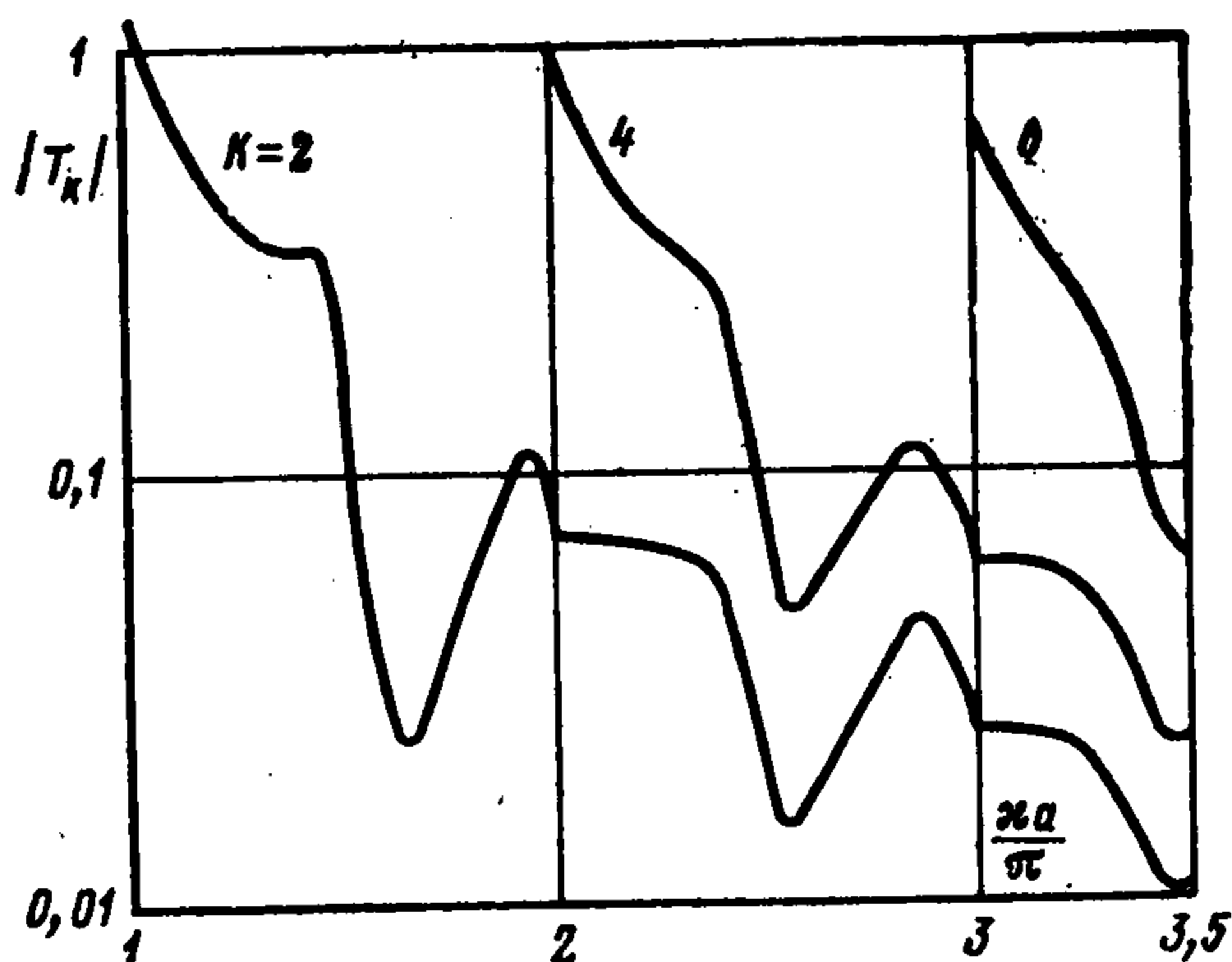
$$(3.7) \quad U_4(y, \alpha) - U_4(y, -\alpha) = D(\alpha) \exp(-i\gamma y)$$



Фиг. 2



Фиг. 3



Фиг. 4

Положив  $y = -a$  в (3.7), с учетом условия сшивания (1.4) находим функцию  $D(\alpha)$  в явном виде

$$D(\alpha) = [F_s(\alpha) - F_a(\alpha)] \exp(-i\gamma a)$$

Доопределяя компоненту скорости  $u_4(x, y)$  на область  $x < 0, y < -a$  по формуле  $u_4(x, y) = -u_4(-x, y)$  и обращая преобразование Фурье (2.2), приходим к интегральному представлению  $x$ -компоненты скорости в области 4

$$(3.8) \quad u_4(x, y) = \frac{1}{4\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} [F_s(\alpha) - F_a(\alpha)] \exp[-i\alpha x - i\gamma(y+a)] d\alpha$$

Формулу для возвышений получаем, интегрируя (1.12) при  $j = 4$  с учетом (3.8)

$$(3.9) \quad \xi_4(x, y) = \frac{1}{4\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{F_s(\alpha) - F_a(\alpha)}{\alpha + i\gamma l} \exp[-i\alpha x - i\gamma(y + a)] d\alpha$$

В явном виде этот интеграл не вычисляется, но полюс подынтегрального выражения в точке  $\alpha = -il\eta k$  соответствует волне Кельвина, распространяющейся вдоль стенки  $x = 0$ ,  $y < -a$  в отрицательном направлении оси  $y$ . Вычисляя вычет в этом полюсе, находим амплитуду волны Кельвина

$$\xi_k = -\frac{i\eta^2}{2} [F_s(-il\eta k) - F_a(-il\eta k)] \exp[-l\eta k x - i\eta k(y + a)]$$

Выражение для возвышений в области 4 на больших расстояниях от входа в канал ( $\kappa r \gg 1$ ) получим, оценивая интеграл (3.9) по методу перевала

$$(3.10) \quad \xi_4(r, \theta) \sim \frac{1}{4\pi \sqrt{\kappa r}} \exp[i(\kappa r - \pi/4)] \times \\ \times \kappa \cos \theta [F_s(-\kappa \sin \theta) - F_a(-\kappa \sin \theta)]$$

Полярные координаты  $r$ ,  $\theta$  с центром в точке  $x = 0$ ,  $y = -a$  введены по формулам  $x = r \sin \theta$ ,  $y + a = -r \cos \theta$ . Как видно из (3.10), возвышения на бесконечности представляют собой расходящиеся затухающие цилиндрические волны с угловым распределением амплитуды

$$|\cos \theta [F_s(-\kappa \sin \theta) - F_a(-\kappa \sin \theta)]|$$

В заключение укажем, что единицы измерения длины и времени выбраны так, что  $\sigma/(\kappa^2 h) = 1$ .

Автор благодарит Беякова В. А. за обсуждение результатов работы.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Габов С. А., Рубан П. И., Секерж-Зенькович С. Я. Дифракция волн Кельвина на полубесконечной стенке в полуограниченном бассейне. — Ж. вычисл. матем. и матем. физики, 1975, 15, № 6, с. 1512.
2. Плис А. И., Плис В. И. Дифракция волн Кельвина на открытом конце плоскопараллельного канала. — ПММ, 1980, т. 44, вып. 1, с. 69.
3. Воскресенский Г. В., Журав С. М. Излучение из плоского волновода с фланцем. — Радиотехника и электроника, 1976, т. 21, № 7, с. 1390.
4. Сретенский Л. Н. Теория волновых движений жидкости. М.—Л.: Глав. ред. общетехн. лит. и номогр., ОНТИ, 1936. 303 с.
5. Плис В. И. Об «условии на ребре» в линейной теории длинных поверхностных волн. — ПММ, 1979, т. 43, вып. 3, с. 564.
6. Нобл Б. Применение метода Винера—Хопфа для решения дифференциальных уравнений в частных производных. М.: Изд-во иностр. лит., 1962, 272 с.
7. Болотовский Б. М., Лебедев А. Н. О пороговых явлениях в классической электродинамике. — Ж. эксперим. и теор. физики, 1967, т. 53, № 4, с. 1349.
8. Базь А. И., Зельдович Я. Б., Переломов А. М. Рассеяние, реакции и распады в нерелятивистской квантовой механике. М.: Наука, 1966, 339 с.