Прикладная математика и механика. Том 45, вып. 5, 1981

УДК 531.36

СТАБИЛИЗАЦИЯ ЛИНЕЙНЫХ СИСТЕМ С МУЛЬТИПЛИКАТИВНЫМИ ШУМАМИ ПРИ НЕПОЛНОЙ ИНФОРМАЦИИ

Ряшко Л. Б.

Вопрос об устойчивости сложной стохастической системы с несколькими мультипликативными шумами сведен к отысканию значения квадратичного критерия, вычисляемого для более простой системы с меньшим числом шумов. Для управляемой системы с мультипликативными шумами при неполной информации предлагается последовательная процедура, позволяющая получить необходимые и достаточные условия стабилизируемости, а также отыскать параметры стабилизирующего регулятора. Реализация всей процедуры сведена к решению ряда задач оптимизации. В результате мажорирования нескольких шумов одним шумом получена теорема сравнения, дающая простые достаточные условия стабилизируемости, при которых значительно упрощается построение стабилизирующего регулятора. Работа непосредственно примыкает к [1], где для случая полной информации задача стабилизации стохастической системы с несколькими шумами сводилась к задаче оптимизации для более простой системы с меньшим числом шумов. Ниже эта идея получает дальнейшее развитие применительно к случаю неполной информации.

При неполной информации задача построения оптимального регулятора для системы с аддитивными шумами легко решается благодаря теореме разделения [2]. В случае мультипликативных шумов оптимальный фильтр становится нелинейным и, вообще говоря, бесконечномерным [3], что создает математические трудности при исследовании его возможностей в задаче построения стабилизирующих регуляторов. В работах [4, 5] для систем с мультипликативными шумами при неполной информации использовались регуляторы, построенные по принципу непосредственной обратной связи по наблюдаемым переменным. Однако такие регуляторы часто не стабилизируют систему даже в детерминированном случае.

Необходимым условием устойчивости системы с шумами является устойчивость этой системы без шумов. Поэтому регуляторы, стабилизирующие стохастические системы, естественно искать среди регуляторов, стабилизирующих детерминированные системы, что и принято ниже в качестве исходного пункта.

1. Постановка задачи. Рассмотрим стохастическую систему S_k:

$$x^{\cdot} = Ax + Bu + \sum_{r=1}^{k} \gamma_r(x, u) v_r^{\cdot}, \quad \gamma_r(x, u) = \sqrt{x^* Q_r x + u^* P_r u} \tag{1.1}$$

при неполной информации, когда наблюдение задается стохастической системой

$$y^{\cdot} = Cx + \sum_{r=1}^{k} \gamma_r(x, u) w_r^{\cdot} \tag{1.2}$$

Здесь x — n-мерный вектор, u — m-мерное управление, y — q-мерный вектор наблюдаемых переменных, A, B и C — постоянные матрицы размерности $n \times n$, $n \times m$ и $q \times n$, $v_r(t)$ и $w_r(t)$ — независимые в совокупности векторные винеровские процессы размерности n и q с параметрами

$$M\{v_r(t) - v_r(s)\} = 0,\ M\{[v_r(t) - v_r(s)][v_r(t) - v_r(s)]^*\} = V_r \cdot |t - s|$$

$$M\{w_r(t) - w_r(s)\} = 0,\ M\{[w_r(t) - w_r(s)][w_r(t) - w_r(s)]^*\} = W_r \cdot |t - s|$$

Q_r, P_r, V_r и W_r — неотрицательно определенные матрицы ($Q_r \geqslant 0$, $P_r \geqslant 0$, $V_r \geqslant 0$, $W_r \geqslant 0$) размерностей $n \times n$, $m \times m$, $n \times n$, $q \times q$.

Для стабилизации системы (1.1), (1.2) будем использовать регулятор, состоящий из фильтра (структура которого совпадает со структурой известного фильтра Калмана — Бьюси):

$$z^{\cdot} = Az + Bu + L(y^{\cdot} - Cz) \tag{1.3}$$

и обратной связи

$$u = -Kz \tag{1.4}$$

Динамические свойства регулятора (1.3), (1.4) зависят от выбора матриц K и L размерности $m \times n$ и $n \times q$.

Если пара (A, B) стабилизируема, а пара (A, C) обнаруживаема (условия A), то выбором K и L всегда можно добиться (см., например, [6]), чтобы регулятор (1.3), (1.4) стабилизировал детерминированную систему

$$x^{\cdot} = Ax + Bu,\ y^{\cdot} = Cx \tag{1.5}$$

2. Устойчивость. Рассмотрим наряду с системой

$$x^{\cdot} = Ax + \sum_{r=1}^{p} \alpha_r(x) v_r^{\cdot},\quad \alpha_r(x) = \sqrt{x^* Q_r x} \tag{2.1}$$

истему

$$x^{\cdot} = Ax + \sum_{r=1}^{p} \alpha_r(x) v_r^{\cdot} + \alpha(x) v^{\cdot},\quad \alpha(x) = \sqrt{x^* Q x} \tag{2.2}$$

с дополнительным шумом $\alpha(x) v^{\cdot}$, где $v(t)$ — независимый в совокупности с $v_r(t)$ n-мерный винеровский процесс с параметрами

$$M\{v(t) - v(s)\} = 0,\ M\{[v(t) - v(s)][v(t) - v(s)]^*\} = V \cdot |t - s|$$

Теорема 2.1. Пусть система (2.1) экспоненциально устойчива в среднем квадратическом. Тогда для экспоненциальной устойчивости в среднем квадратическом системы (2.2) необходимо и достаточно, чтобы выполнялось неравенство

$$I = M \int_0^{\infty} \alpha^2(x)\, dt < 1$$

где $x(t)$ — решение системы (2.1) при случайном начальном векторе $x(0)$, для которого $M\{x(0)x^*(0)\} = V$.

Этот критерий использовался [1] при исследовании задачи стабилизации для случая полной информации, хотя и не был сформулирован там явным образом. Его доказательство, проведенное на основе метода функций Ляпунова с привлечением спектральных свойств положительных операторов, по сути дела целиком содержится в доказательстве теоремы 2.1 из [1]. Отметим, что весьма близкие по характеру критерии устойчивости имеются в [7, 8]. В случае неполной информации вопросы стабилизации удобнее решать, опираясь на другой критерий устойчивости.

Рассмотрим наряду с (2.1), (2.2) систему

$$x^{\cdot} = Ax + \sum_{r=1}^{p} \alpha_r(x) v_r^{\cdot} + v^{\cdot} \tag{2.3}$$

получаемую из (2.2) заменой дополнительного мультипликативного шума $\alpha(x)v^{\cdot}$ на соответствующий аддитивный шум $v^{\cdot}$.

Пусть $M(t) = M\{x(t)x^*(t)\}$ — матрица вторых моментов решения $x(t)$ системы (2.1), а $D(t) = M\{x(t)x^*(t)\}$ — матрица вторых моментов решения $x(t)$ системы (2.3).

При помощи формулы Ито можно показать, что эти матрицы удовлетворяют линейным детерминированным дифференциальным уравнениям ($\operatorname{tr} H$ — след матрицы H):

$$M^{\cdot} = L(M), \quad D^{\cdot} = L(D) + V$$

$$L(M) = AM + MA^* + \sum_{r=1}^{p} \operatorname{tr}(Q_r M) V_r$$

Пусть $M(0) = V$, $D(0) = 0$. Тогда

$$D(t) = \int_0^t \exp[(t-s)L](V)\,ds = \int_0^t M(\tau)\,d\tau \tag{2.4}$$

Если система (2.1) устойчива (экспоненциально в среднем квадратическом), то у системы (2.3) существует единственное стационарно распределенное состояние x_s (см. [9, 10]), причем $M\{x_s x_s^*\} = \lim D(t)$ при $t \to \infty$. Теперь, используя равенство (2.4), а также легко проверяемое тождество $M\{x^*Qx\} = \operatorname{tr}(QM\{xx^*\})$, получим

$$M\{\alpha^2(x_s)\} = M\{x_s^* Q x_s\} = \lim_{t\to\infty} \operatorname{tr}(QD(t)) = \int_0^\infty \operatorname{tr}(QM(\tau))\,d\tau = I$$

Аналогичный переход для систем без мультипликативных шумов имеется в [11]. В результате из теоремы 2.1 получаем следующий критерий.

Теорема 2.2. Пусть система (2.1) устойчива. Тогда для устойчивости системы (2.2) необходимо и достаточно, чтобы выполнялось неравенство $M\{\alpha^2(x_s)\} < 1$.

В приложениях довольно часты случаи, когда параметры шумов точно не известны. Например, для интенсивностей шумов могут быть найдены лишь довольно грубые оценки. В подобных случаях большой интерес представляют грубые достаточные условия, позволяющие по возможности более простым способом ответить на вопрос об устойчивости системы. Для получения таких условий предлагается использовать теорему сравнения.

Теорема 2.3. Рассмотрим наряду с системой (2.1) систему

$$x^{\cdot} = Ax + \alpha(x)v^{\cdot}, \quad \alpha(x) = \sqrt{x^*Qx} \tag{2.5}$$

Пусть выполняются соотношения

$$Q_r \leqslant Q\,(r=1,2,\ldots,p),\quad v\,(t)=\sum_{r=1}^{p} v_r(t)$$

Тогда из устойчивости системы (2.5) вытекает устойчивость системы (2.1). Доказательство этой теоремы можно получить используя, например, метод функций Ляпунова [9].

Замечание. Идею мажорирования шумов можно использовать и в случае системы

$$x^{\cdot} = Ax + \sum_{r=1}^{p} \sigma_r x \xi_r^{\cdot} \tag{2.6}$$

Здесь σ_r — постоянные $(n \times n)$ — матрицы, $\zeta_r\,(t)$ — скалярные независимые в совокупности стандартные винеровские процессы.

Для системы (2.6) в качестве мажорирующей можно взять систему (2.5), в которой $v\,(t) = \sqrt{p}\; v_0(t)$, где $v_0\,(t)$ — n-мерный процесс с компонентами — независимыми стандартными винеровскими процессами, а матрица Q такова, что

$$\sigma_r{}^*\sigma_r \leqslant Q \quad (r = 1,\ 2,\ldots,\ p)$$

3. Стабилизация системы с одним шумом. Рассмотрим систему (1.1), (1.2) в случае $k = 1$:

$$\begin{aligned} x^{\cdot} &= Ax + Bu + \gamma\,(x,\ u)\,v^{\cdot} \\ y^{\cdot} &= Cx + \gamma\,(x,\ u)\,w^{\cdot},\quad \gamma\,(x,\ u) = (x^*Qx + u^*Pu)^{1/2} \end{aligned} \tag{3.1}$$

Для стабилизации системы (3.1) воспользуемся регулятором (1.3), (1.4). Тогда относительно переменных $x\,(t)$ и $z\,(t)$ получаем замкнутую систему, которую удобно записать в компактном виде

$$\mathbf{X}^{\cdot} = \mathbf{A}\,(R)\,\mathbf{X} + (\mathbf{X}^*\mathbf{Q}\,(R)\,\mathbf{X})^{1/2}\,\mathbf{v}^{\cdot} \tag{3.2}$$

Здесь

$$\mathbf{X} = \begin{Vmatrix} x \\ z \end{Vmatrix},\quad \mathbf{A}\,(R) = \begin{Vmatrix} A & -BK \\ LC & A-BK-LC \end{Vmatrix},\quad R = [K, L]$$

$$\mathbf{Q}(R) = \begin{Vmatrix} Q & 0 \\ 0 & K^*PK \end{Vmatrix},\quad \mathbf{v} = \begin{Vmatrix} v\,(t) \\ Lw\,(t) \end{Vmatrix}$$

Рассмотрим множество $\mathbf{R} = \{R \mid$ матрица $\mathbf{A}\,(R)$ — устойчива$\}$.

При условии A имеем $\mathbf{R} \neq \varnothing$.

Стабилизировать систему (3.1) регулятором (1.3), (1.4), значит подобрать параметры R такие, чтобы система (3.2) была устойчива. Согласно теореме 2.2 для устойчивости системы (3.2) с $R \in \mathbf{R}$ необходимо и достаточно, чтобы выполнялось неравенство

$$I\,(R) = M\,\{\mathbf{X}^*\,(R)\ \mathbf{Q}\,(R)\ \mathbf{X}\,(R)\} < 1$$

где $X\,(R)$ — стационарно распределенное состояние системы

$$\mathbf{X}^{\cdot} = \mathbf{A}\,(R)\mathbf{X} + \mathbf{v}^{\cdot}$$

Ясно, что тогда необходимым и достаточным условием стабилизируемости системы (3.1) регулятором (1.3), (1.4) будет неравенство

$$\inf_{R\in\mathbf{R}} I\,(R) < 1$$

Проделав обратную замену, получаем, что оптимизируемый фукционал

$$I(R) = M\{x_R{}^*Qx_R + z_R{}^* K^* PKz_R\} = M\{\gamma^2(x_R, u_R)\}$$

вычисляется на стационарно распределенном состоянии x_R системы (3.3) с наблюдением (3.4)

$$\dot{x} = Ax + Bu + \dot{v} \tag{3.3}$$

$$\dot{y} = Cx + \dot{w} \tag{3.4}$$

и управлением u_R, формируемым регулятором (1.3), (1.4) с параметрами R. В результате справедлива

Теорема 3.1. Пусть детерминированная система (1.5) стабилизируема регулятором (1.3), (1.4) ($\mathbf{R} \neq \varnothing$). Тогда для стабилизируемости системы (3.1) регулятором (1.3), (1.4) необходимо и достаточно, чтобы выполнялось неравенство

$$I = \inf_{R \in \mathbf{R}} M\{\gamma^2(x_R, u_R)\} < 1$$

где x_R — стационарно распределенное состояние системы (3.3) с наблюдением (3.4) и управлением u_R. При этом стабилизировать систему (3.1) будет всякий регулятор (1.3), (1.4) с параметрами $R \in \mathbf{R}$, для которого $M\{\gamma^2(x_R, u_R)\} < 1$.

Благодаря тому, что система (3.3), (3.4) содержит лишь аддитивные шумы, можно воспользоваться теоремой разделения [2] и с ее помощью легко решить возникшую задачу оптимизации.

Ограничимся здесь случаем невырожденных шумов. Будем считать, что матрицы Q, P, V и W — положительно-определенные ($Q > 0$, $P > 0$, $V > 0$ и $W > 0$). Тогда значения параметров K_0 и L_0 оптимального регулятора находятся [6] из соотношений

$$K_0 = P^{-1}B^*D, \quad L_0 = SC^*W^{-1} \tag{3.5}$$

где $D > 0$ и $S > 0$ — решения уравнений

$$A^*D + DA - DBP^{-1}B^*D = -Q, \; AS + SA^* - SC^*W^{-1}\times \times CS = -V \tag{3.6}$$

Существование и единственность решений матричных уравнений (3.6) вытекает (см. [6]) из условий A. При этом оптимальное значение функционала равно

$$I = \operatorname{tr}(DV) + \operatorname{tr}(DBP^{-1}B^*DS) \tag{3.7}$$

В итоге получаем, что необходимым и достаточным условием стабилизируемости системы (3.1) является неравенство $I < 1$. Если $I < 1$, то стабилизировать систему (3.1) будет регулятор (1.3), (1.4) с параметрами (3.5).

Величина $I_1 = \operatorname{tr}(DV)$ является оптимальным значением функционала $M\{\gamma^2(x, u)\}$ в задаче оптимального регулирования системой (3.3) управлением вида $u = -Kx$.

Неравенство $I_1 < 1$ служит необходимым и достаточным условием стабилизируемости системы (3.1) при полной информации [1]. Поэтому на величину $I_2 = \operatorname{tr}(DBP^{-1}\cdot B^*DS)$ можно смотреть как на некоторую добавку, возникающую при переходе к неполной информации. В случае невырожденных шумов величина I_2 строго положительна. При увеличении интенсивности шумов, действующих в канале наблюдения, величина I_2 будет расти, что приведет к нестабилизируемости ($I_1 + I_2 \geqslant 1$). В свою очередь уменьшение их интенсивности ведет к уменьшению I_2, при этом в предельных вырожденных случаях величина I_2 может оказаться равной нулю. Последнее означало бы, что неполнота информации не мешает стабилизации системы. Именно такая ситуация возникает в случае уравнения n-го порядка с одной незашумленной координатой доступной наблюдению, рассмотренном в [12].

4. Стабилизация системы с несколькими шумами. Последовательная процедура. В общем случае системы с несколькими шумами выяснение стабилизируемости и построение стабилизирующего регулятора осуществляется с помощью последовательной процедуры подобно тому, как это делается в [1] при полной информации. На каждом шаге этой процедуры исследуется влияние очередного шума, добавляемого в систему. Рассмотрим переход от системы S_p к S_{p+1}. (Обозначение см. (1.1), (1.2).) Пусть множество $\mathbf{R}_p = \{R \mid$ регулятор (1.3), (1.4) стабилизирует систему $S_p\}$ непусто. Тогда, опираясь на критерий устойчивости теоремы 2.2, можно доказать, что необходимым и достаточным условием стабилизируемости системы S_{p+1} регулятором (1.3), (1.4) будет выполнение неравенства

$$\inf_{R\in\mathbf{R}_p} M\{\gamma_{p+1}^2(x_R, u_R)\} < 1$$

где x_R — стационарно распределенное состояние системы

$$\dot{x} = Ax + Bu + \sum_{r=1}^{p} \gamma_r(x, u)\dot{v}_r + \dot{v}_{p+1}$$

$$\dot{y} = Cx + \sum_{r=1}^{p} \gamma_r(x, u)\dot{w}_r + \dot{w}_{p+1}$$

с управлением u_R, формируемым регулятором (1.3), (1.4). При этом стабилизировать систему S_{p+1} будет регулятор (1.3), (1.4) с параметрами $R \in \mathbf{R}_p$, для которых $M\{\gamma_{p+1}{}^2(x, u)\} < 1$.

Согласно этому критерию каждый шаг процедуры сводится к решению задачи минимизации соответствующего функционала для системы, в которой дополнительный мультипликативный шум заменен на аддитивный. Реализация всей процедуры состоит из решения последовательности задач оптимизации. На первом шаге возникает задача минимизации квадратичного критерия для системы, содержащей лишь аддитивные шумы, что позволяет для отыскания параметров оптимального регулятора воспользоваться теоремой разделения (см. п. 3). Последующие шаги представляют собою качественно более сложную задачу: приходится оптимизировать систему, содержащую помимо аддитивных еще и мультипликативные шумы, присутствие которых не позволяет получить аналог теоремы разделения.

5. Мажорирование нескольких шумов одним шумом. Достаточный критерий стабилизируемости. Получение необходимых и достаточных условий стабилизируемости системы с несколькими мультипликативными шумами требует осуществления последовательной процедуры. Вместе с тем, если граничиться лишь достаточными условиями, то исследование стабилизируемости можно значительно упростить. Для этого удобно использовать идею мажорирования.

Теорема 5.1. Пусть шумы системы (1.1), (1.2) и (3.1) связаны соотношениями

$$v(t)=\sum_{r=1}^{k} v_r(t), \quad w(t)=\sum_{r=1}^{k} w_r(t) \tag{5.1}$$

$$\gamma_r(x, u) \leqslant \gamma(x, u) \quad (r=1,2,\ldots, k)$$

Тогда из стабилизируемости системы (3.1) вытекает стабилизируемость системы (1.1), (1.2), а регулятор (1.3), (1.4) с параметрами K и L, стабилизирующий систему (3.1), будет стабилизировать и систему (1.1), (1.2). Доказательство теоремы 5.1 сразу следует из теоремы 2.3, если учесть, что шумы замкнутой системы (3.1), (1.3), (1.4) благодаря (5.1) мажорируют шумы замкнутой системы (1.1), (1.2), (1.3), (1.4).

Теперь неравенство $I<1$ (см. (3.7)), будучи по теореме 3.1 необходимым и достаточным условием стабилизируемости системы (3.1), является достаточным условием стабилизируемости системы (1.1), (1.2). Если $I<1$, то регулятор (1.3), (1.4) с параметрами (3.5), стабилизирующий систему (3.1), будет стабилизировать и систему (1.1), (1.2).|

Таким образом, если получение необходимых и достаточных условий стабилизируемости системы (1.1), (1.2) при помощи последовательной процедуры требует решения k задач оптимизации, то для получения достаточных условий нужно решить всего одну такую задачу. Отметим, что с вычислительной точки зрения задача сводится к решению матричных уравнений (3.6), хорошо известных в связи с решением задачи об аналитическом конструировании регулятора. При этом соответственно упрощается и построение стабилизирующего регулятора.

6. Пример. Рассмотрим систему

$$x_1^{\cdot}=x_2+(\sigma_1x_1+\sigma_2x_2)\xi_1^{\cdot}, \quad x_2^{\cdot}=u+\varphi x_2\xi_2^{\cdot}+\vartheta u\eta_1^{\cdot} \tag{6.1}$$

о поведении которой можно судить лишь по значениям y, где

$$y^{\cdot}=x_1+\psi x_1\xi_3^{\cdot}+\beta u\eta_2^{\cdot} \tag{6.2}$$

Построим для системы (6.1), (6.2) мажорирующую систему вида

$$x_1^{\cdot}=x_2+\gamma(x_1, x_2, u)\zeta_1^{\cdot}, \quad x_2^{\cdot}=u+\gamma(x_1, x_2, u)\zeta_2^{\cdot} \tag{6.3}$$

$$y^{\cdot}=x_1+\gamma(x_1, x_2, u)\zeta_3^{\cdot}$$

$$\gamma(x_1, x_2, u)=(x^*Qx+Pu^2)^{1/2}, \quad x^*=(x_1, x_2)$$

где $\zeta_1(t)$, $\zeta_2(t)$, $\zeta_3(t)$ — независимые в совокупности стандартные винеровские процессы.

Чтобы система (6.3) была мажорирующей для системы (6.1), (6.2), достаточно взять, например

$$Q=\begin{Vmatrix} q_{11} & q_{12} \\ q_{12} & q_{22}\end{Vmatrix}=\begin{Vmatrix} \sigma_1^2+\psi^2 & \sigma_1\sigma_2 \\ \sigma_1\sigma_2 & \sigma_2^2+\varphi^2\end{Vmatrix}, \quad P=\max\{\vartheta^2, \beta^2\} \tag{6.4}$$

Для стабилизации систем (6.1), (6.2) и (6.3) воспользуемся регулятором (1.3), (1.4), который в данном случае будет иметь вид

$$z_1^{\cdot}=z_2+l_1(y^{\cdot}-z_1), \quad z_2^{\cdot}=u+l_2(y^{\cdot}-z_1) \tag{6.5}$$

$$u=-k_1z_1-k_2z_2$$

Найдем необходимые и достаточные условия стабилизируемости системы (6.3). Для этого (см. п. 3) заменим в ней мультипликативные шумы на соответствующие аддитивные и для полученной системы

(6.6) $$x_1^{\cdot} = x_2 + \zeta_1^{\cdot},\ x_2^{\cdot} = u + \zeta_2^{\cdot},\ y^{\cdot} = x_1 + \zeta_3^{\cdot}$$

решим задачу оптимизации с критерием

(6.7) $$I(u) = M\{\gamma^2(x_1, x_2, u)\}$$

Оптимальным для задачи (6.6), (6.7) будет регулятор (6.5) с параметрами (см. (3.5), (3.6)):

$$k_1 = d_{12}/P,\ k_2 = d_{22}/P,\ l_1 = s_{11},\ l_2 = s_{12}$$

Здесь d_{12}, d_{22} и s_{11}, s_{12} — элементы матриц $D > 0$ и $S > 0$, являющихся решениями уравнений

$$A^*D + DA - \frac{1}{P} Dbb^*D = -Q, \quad AS + SA^* - Scc^*S = -E$$

$$A = \begin{Vmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{Vmatrix}, \quad b = \begin{Vmatrix} 0 \\ 1 \end{Vmatrix}, \quad c = \begin{Vmatrix} 1 \\ 0 \end{Vmatrix}, \quad E = \begin{Vmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{Vmatrix}$$

Эти уравнения в рассматриваемом случае легко разрешимы

(6.8) $$d_{12} = (Pq_{11})^{1/2}, \quad d_{22} = [P(q_{22} + 2d_{12})]^{1/2}, \quad d_{11} = \frac{1}{P} d_{12}d_{22} - q_{12}$$

$$s_{11} = \sqrt{3}, \quad s_{12} = 1, \quad s_{22} = \sqrt{3}$$

Оптимальное значение критерия $I(u)$ равно

$$I = d_{11} + d_{22} + \frac{1}{P}(s_{11}d_{12}^2 + 2s_{12}d_{12}d_{22} + s_{22}d_{22}^2)$$

С учетом (6.4), (6.8) можно получить явное выражение I через параметры σ_1, σ_2, φ, ψ, ν, β исходной системы. Неравенство $I < 1$, будучи необходимым и достаточным условием стабилизируемости системы (6.3), является достаточным условием стабилизируемости системы (6.1), (6.2). Если $I < 1$, то стабилизировать систему (6.3), а значит, и систему (6.1), (6.2) будет регулятор (6.5) с параметрами

$$k_1 = \left(\frac{q_{11}}{P}\right)^{1/2}, \quad k_2 = \left[\frac{q_{22} + 2(Pq_{11})^{1/2}}{P}\right]^{1/2}, \quad l_1 = \sqrt{3}, \quad l_2 = 1$$

где q_{11}, q_{22}, P находятся из (6.4).

Автор благодарит Мильштейна Г. Н. за внимание к работе.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Ряшко Л. Б.* Стабилизация линейных стохастических систем с возмущениями, зависящими от состояния и управления.— ПММ, 1979, т. 43, вып. 4, с. 612.
2. *Wonham W. M.* On the separation theorem of stochastic control.— SIAM Journal on Control, 1968, v. 6, No. 4, p. 312.
3. *Липцер Р. Ш., Ширяев А. Н.* Статистика случайных процессов. М.: Наука, 1974. 696 с.
4. *McLane P. J.* Linear optimal stochastic control using instantaneous output feedback.— Intern. J. Control, 1971, v. 13, No. 2, p. 383.
5. *Мильштейн Г. Н.* Линейные оптимальные регуляторы заданной структуры в системах с неполной информацией.— Автоматика и телемеханика, 1976, № 8, с. 48.
6. *Квакернаак X., Сиван Р.* Линейные оптимальные системы управления. М.: Мир, 1977. 650 с.
7. *Невельсон М. Б., Хасьминский Р. З.* Об устойчивости линейной системы при случайных возмущениях ее параметров.— ПММ, 1966, т. 30, вып. 2, с. 404.
8. *Левит М. В., Якубович В. А.* Алгебраический критерий стохастической устойчивости линейных систем с параметрическим воздействием типа белый шум.— ПММ, 1972, т. 36, вып. 1, с. 142.

9. *Хасьминский Р. З.* Устойчивость систем дифференциальных уравнений при случайных возмущениях их параметров. М.: Наука, 1969. 367 с.
10. *Zakai M.* A Lyapunov criterion for the existence of stationary probability districutions for systems perturbed by noise.— SIAM Journal on Control, 1969, v. 7, No. 3, p. 390.
11. *Rom D. B., Sarachik P. E.* The design of optimal compensators for linear constant systems with inaccessible states.— IEEE Trans. Automat. Control., 1973, v. 18, No. 5, p. 509.
12. *Ряшко Л. Б.* Линейный фильтр в задаче стабилизации линейных стохастических систем при неполной информации.— Автоматика и телемеханика, 1979, № 7, с. 80.

Свердловск

Поступила в редакцию
13.VI.1980