для определения коэффициентов a_1 и b_1, а второе необходимое соотношение получается из условия сращивания с главным членом внешнего разложения. Эти уравнения позволяют определить коэффициенты a_1 и b_1. Сравнение полученного таким образом двучленного разложения для среднего числа Шервуда показывает, что Sh с требуемой точностью совпадает с корнем уравнения (13).

Можно показать, что в случае частицы произвольной формы, свободно взвешенной в сдвиговом потоке, при линейной кинетике поверхностной реакции для среднего числа Шервуда справедлива формула

$$\mathrm{Sh}/\mathrm{Sh}_0 = 1 + \alpha\, \mathrm{Sh}_0 P^{1/2} + \alpha^2\, \mathrm{Sh}_0{}^2 P + O(P^{3/2}) \tag{14}$$

Здесь среднее число Шервуда Sh_0 соответствует массообмену реагирующей частицы при $f(x) = kx$ с неподвижной средой (т. е. при $P = 0$), а коэффициент α определяется согласно [9].

Формула (14) выводится тем же путем, который использовался в [10] для исследования случая диффузионного режима реакции ($k \to \infty$), аналогично тому, как соответствующее обобщение работы [2] делалось в [6] для поступательного потока.

В случае твердой сферы $\mathrm{Sh}_0 = k(k+1)^{-1}$ и формула (14) с точностью до $O(P^{3/2})$ переходит в (12).

Автор благодарит Гупало Ю. П. и Рязанцева Ю. С. за полезное обсуждение.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Acrivos A., Taylor T. D.* Heat and mass transfer from single sphere in Stokes flow.— Phys. Fluids, 1962, v. 5, No. 4, p. 378.
2. *Brenner H.* Forced convection heat and mass transfer at small Peclet numbers from particle of arbitrary shape.— Chem. Engng Sci., 1963, v. 18, No. 2, p. 109.
3. *Rimmer P. L.* Heat transfer from a sphere in a stream of small Reynolds number.— J. Fluid Mech., 1968, v. 32, pt 1, p. 1.
4. *Taylor T. D.* Mass transfer from single sphere in Stokes flow with surface reactions.— Intern. J. Heat Mass Transfer, 1963, v. 6, No. 11, p. 993.
5. *Гупало Ю. П., Рязанцев Ю. С.* О массо- и теплообмене сферической частицы в ламинарном потоке вязкой жидкости.— ПММ, 1971, т. 35, вып. 2, с. 254.
6. *Гупало Ю. П., Рязанцев Ю. С., Сысков Ю. Н.* Диффузия к обтекаемой реагирующей частице произвольной формы.— Изв. АН СССР, МЖГ, 1975, № 2, с. 99.
7. *Гупало Ю. П., Полянин А. Д., Рязанцев Ю. С., Сергеев Ю. А.* Конвективная диффузия к твердой частице в потоке газа при нелинейной кинетике гетерогенной химической реакции.— Докл. АН СССР, 1977, т. 237, № 1, с. 86.
8. *Frankel N., Acrivos A.* Heat and mass transfer from small spheres and cylynders freely suspended in shear flow.— Phys. Fluids, 1968, v. 11, No. 9, p. 1913.
9. *Batchelor G. K.* Mass transfer from a particle suspended in fluid with a steady linear ambient velocity distribution.— J. Fluid Mech., 1979, v. 95, No. 2, p. 369.
10. *Acrivos A.* A note on the rate of heat or mass transfer from a small particle freely suspended in a linear shear field.— J. Fluid Mech., 1980, v. 98, No. 2, p. 299.

Москва

Поступила в редакцию
18.IX.1980

УДК 539.3

ЦИЛИНДРИЧЕСКАЯ ОБОЛОЧКА ПОД ДЕЙСТВИЕМ БОКОВОЙ ДИНАМИЧЕСКОЙ НАГРУЗКИ

Соколов Ф. А.

Рассматривается упругая, круговая, находящаяся в условиях плоской деформации цилиндрическая оболочка, нагруженная давлением.

Предполагается, что давление есть функция времени и разложимо в ряд Фурье по косинусам угла. На основании уравнений В. З. Власова [1] получены выражения для перемещений. Отмечена неточность [2] при определении функций времени в членах рядов, входящих в выражения для перемещений.

Уравнения движения круговой цилиндрической оболочки в условиях плоской деформации [1] запишем в виде

$$(1)\qquad \frac{\partial^2 v}{\partial\theta^2}+\frac{\partial w}{\partial\theta}=\frac{\partial^2 v}{\partial\tau^2}$$

$$\frac{\partial v}{\partial\theta}+w+\alpha^2\left[\frac{\partial^2}{\partial\theta^2}\left(\frac{\partial^2 w}{\partial\theta^2}+w\right)+\frac{\partial^2 w}{\partial\theta^2}+w\right]=-\frac{\partial^2 w}{\partial\tau^2}+\frac{1}{H}q$$

$$\left(w=\frac{w'}{R},\quad v=\frac{v'}{R},\quad \tau=\left[\frac{E}{(1-\nu^2)\rho}\right]^{1/2}\frac{t}{R},\quad \alpha^2=\frac{h^2}{12R^2},\ H=\frac{E}{1-\nu^2}\frac{h}{R}\right)$$

Здесь w' и v' — радиальное и тангенциальное перемещения, R и h — радиус и толщина оболочки, ρ — плотность материала оболочки, q — давление, θ — угловая координата.

Рассматриваем случай, когда оболочка нагружена давлением вида

$$q(\theta,\tau)=p(\tau)f(\theta),\quad f(\theta)=a_0+a_1\cos\theta+\sum_{n=2}^{\infty}a_n\cos n\theta$$

Считаем, что при $\tau=0$ перемещения и скорости равны нулю.

Применим к системе (1) преобразование Лапласа по времени, обозначив изображения функций w, v, p соответствующими большими буквами, s — параметр преобразования.

Решение системы уравнений, полученных после преобразования Лапласа, ищем в виде рядов Фурье. Получаем

$$W=\frac{P(s)}{Hs}F_1(\theta,s),\quad V=\frac{P(s)}{Hs}F_2(\theta,s)$$

$$F_1(\theta,s)=\frac{sa_0}{s^2+1+\alpha^2}+\frac{s^2+1}{s(s^2+2)}a_1\cos\theta+\sum_{n=2}^{\infty}\frac{a_n(s^2+n^2)s}{\Delta}\cos n\theta$$

$$-F_2(\theta,s)=\frac{a_1}{s(s^2+2)}\sin\theta+\sum_{n=2}^{\infty}\frac{a_n sn}{\Delta}\sin n\theta$$

$$\Delta=s^4+[n^2+1+\alpha^2(n^2-1)^2]s^2+n^2\alpha^2(n^2-1)^2$$

Для оригиналов функций $F_i(\theta,s)$ получаем выражения (γ_n^2, β_n^2 — кóрни уравнения $\Delta=0$, взятые с обратным знаком)

$$(2)\qquad f_1(\theta,\tau)=\frac{\sin(\tau\sqrt{1+\alpha^2})}{\sqrt{1+\alpha^2}}a_0+\left[\tau+\frac{\sin(\tau\sqrt{2})}{\sqrt{2}}\right]\frac{a_1}{2}\cos\theta+$$

$$+\sum_{n=2}^{\infty}\frac{a_n}{\beta_n^2-\gamma_n^2}\left[\left(\frac{n^2}{\gamma_n}-\gamma_n\right)\sin\gamma_n\tau-\left(\frac{n^2}{\beta_n}-\beta_n\right)\sin\beta_n\tau\right]\cos n\theta$$

$$-f_2(\theta,\tau)=\left[\tau-\frac{\sin(\tau\sqrt{2})}{\sqrt{2}}\right]\frac{a_1}{2}\sin\theta+$$

$$+\sum_{n=2}^{\infty}\frac{na_n}{\beta_n^2-\gamma_n^2}\left(\frac{\sin\gamma_n\tau}{\gamma_n}-\frac{\sin\beta_n\tau}{\beta_n}\right)\sin n\theta$$

Используя теорему свертывания, находим выражения функций w, v

$$w=\frac{1}{H}\int_0^{\tau}p(x)f_1(\theta,\tau-x)\,dx,\quad v=\frac{1}{H}\int_0^{\tau}p(x)f_2(\theta,\tau-x)\,dx$$

Решение этой задачи приведено в работе [2], где допущена неточность при определении функций в членах рядов, содержащих $\cos\theta$, $\sin\theta$.

Запишем полученные в [2] выражения перемещений, учитывая разницу в знаках для радиального перемещения и давления, принятых в [1, 2], виде

$$w = \frac{1}{H}\int_0^\tau p(x) f_3(\theta, \tau - x)\,dx, \quad v = \frac{1}{H}\int_0^\tau p(x) f_4(\theta, \tau - x)\,dx \tag{3}$$

$$f_3(\theta, \tau) = a_0 \sin\tau - \frac{a_1}{\beta_1^2 - \gamma_1^2}\left[\left(\gamma_1 - \frac{1}{\gamma_1}\right)\sin\gamma_1\tau + \right.$$

$$\left. + \left(\frac{1}{\beta_1} - \beta_1\right)\sin\beta_1\tau\right]\cos\theta + \sum_{n=2}^{\infty}\frac{a_n}{\beta_n^2 - \gamma_n^2}\left[\left(\frac{n^2}{\gamma_n} - \gamma_n\right)\sin\gamma_n\tau - \right.$$

$$\left. - \left(\frac{n^2}{\beta_n} - \beta_n\right)\sin\beta_n\tau\right]\cos n\theta$$

$$-f_4(\theta, \tau) = \frac{a_1}{\beta_1^2 - \gamma_1^2}\left(\frac{\sin\gamma_1\tau}{\gamma_1} - \frac{\sin\beta_1\tau}{\beta_1}\right)\sin\theta +$$

$$+ \sum_{n=2}^{\infty}\frac{n a_n}{\beta_n^2 - \gamma_n^2}\left(\frac{\sin\gamma_n\tau}{\gamma_n} - \frac{\sin\beta_n\tau}{\beta_n}\right)\sin n\theta$$

$$\gamma_n^2 = {}^1/_2\,(\alpha^2 n^4 + n^2 + 1) + {}^1/_2\,[\alpha^4 n^8 - 2\alpha^2 n^6 + (n^2 + 1)^2]^{1/2}$$

$$\beta_n^2 = {}^1/_2\,(\alpha^2 n^4 + n^2 + 1) - {}^1/_2\,[\alpha^4 n^8 - 2\alpha^2 n^6 + (n^2 + 1)^2]^{1/2}, \quad n \geqslant 1$$

Выражения (2) и (3) совпадают, если в (2) пренебречь величиной α^2 по сравнению с единицей, кроме членов, содержащих $\cos\theta$ и $\sin\theta$. Эти члены в (3) должны быть такими же, как в (2).

В этом можно убедиться решив уравнения для перемещений [2] при $n = 1$.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Власов В. З.* Общая теория оболочек. Избр. тр. Т. 1. М.: Изд-во АН СССР, 1962. 527 с.
2. *Humphreys J. S., Winter R.* Dynamic Response of a Cylinder to a Side Pressure Pulse.— AIAA Journal, 1965, v. 3, No. 1, p. 27. (Рус. перев.: Ракетная техника и космонавтика, 1965, т. 3, № 1).

Москва

Поступила в редакцию 5.VI.1978

Технический редактор *В. М. Пахомова*

Сдано в набор 25.05.81 Подписано к печати 16.07.81 Т-22421 Формат бумаги 70×108¹/₁₆
Высокая печать Усл. печ. л. 16,8 Усл. кр.-отт. 45,0 тыс. Уч.-изд. л. 15,3 Бум. л. 6
Тираж 2649 экз. Зак. 481

Издательство «Наука». 103717, ГСП, Москва, К-62, Подсосенский пер., 21
2-я типография издательства «Наука». 121099, Москва, Шубинский пер., 10