

К ТЕОРИИ РАЗРУШЕНИЯ ТВЕРДЫХ ТЕЛ ПОД ВОЗДЕЙСТВИЕМ МОЩНЫХ ИМПУЛЬСНЫХ ПУЧКОВ ЭЛЕКТРОНОВ

А. А. Борzych, Г. П. Черепанов

(Москва)

При импульсном (наносекундном) облучении твердых тел пучками релятивистских электронов (а также мощными оптическими лучами лазера) был открыт новый тип разрушения [1-14], совершенно отличный от вязкого или хрупкого типов разрушения под действием механических нагрузок [15]. В настоящей работе предлагается теория этого явления, существо которой заключается в следующем: в твердом теле образуются электронные сгустки, которые играют роль «ножей» или «клиньев», разрезающих тело. Дается постановка основных модельных задач теории.

В п. 1 рассматриваются коллективные релятивистские взаимодействия сверхсветовых электронов пучка в среде; показано существование механизма самоуплотнения пучков быстрых заряженных частиц. В п. 2 строится точное решение плоской стационарной динамической задачи теории упругости о сверхзвуковом движении бесконечного тонкого клина (это решение аналогично известному решению газодинамики об обтекании клина [16]). В п. 3 построенное решение привлекается для расчета нестационарного движения клина конечной длины. Получена простая оценка размеров разрушения при большой начальной скорости клина.

В 1966 г. Освальд опубликовал первые результаты по разрушению полупроводниковых кристаллов интенсивными пучками электронов высоких энергий [1]. Такие пучки электронов с плотностью до 10^8 А/м² создаются в электронных «пушках» с напряжениями до 10 млн. В, длительностью импульса порядка 10^{-9} ÷ 10^{-7} с и частотой в сотни Герц. В последующих работах обнаружено и исследовано разрушение таких разнообразных материалов, как металлы, диэлектрики, ионные кристаллы, стекла и различные горные породы.

Анализ экспериментальных результатов позволил установить следующие основные особенности процесса разрушения: а) разрушение всех материалов (даже весьма пластичных при обычных механических воздействиях) происходит «хрупким» образом, т. е. образец в результате оказывается расколотым трещиной без каких-либо следов остаточной деформации; б) начальные макродефекты и трещины (даже весьма большие) не влияют на порог разрушения — то значение интенсивности пучка (плотности поглощенной энергии), при котором происходит раскалывание образца; в) порог разрушения, являющийся постоянной материала, представляет собой минимальную интенсивность облучения, при которой может начаться разрушение; г) трещина, разрушающая образец, растет со сверхзвуковой скоростью; д) пороги разрушения не зависят от температуры и чистоты кристаллов, а также энергии электронов пучка (в пределах 0.5—10 МэВ). Эти эффекты совершенно несвойственны обычному вязкому, хрупкому или смешанному механическому разрушению. Теории, объясняющей это новое явление, пока не существует. О

В работе [17] была рассмотрена задача о расклинивании хрупкого тела тонким клином произвольной формы, одним из важнейших результатов которой был вывод о том, что скорость распространения трещин перед клином не может превышать скорости волн Релея (всегда меньшей скорости продольных волн). В дальнейшем исследовался

также [18] случай движения тонкого клина со скоростью, большей релеевской, но меньшей скорости поперечных волн; при этом вдоль некоторого конечного отрезка лобовой части имело место соприкосновение клина с телом, а остальная поверхность клина была свободной. Очевидно, что сверхзвуковые трещины при электронном и лазерном разрушении гигантскими импульсами облучения предполагают существование некоторых макроскопических объектов, разрезающих тело со сверхзвуковой скоростью. В обоих случаях (в дальнейшем рассматриваются лишь импульсные пучки электронов высокой энергии) естественно предположить существование некоторого физического механизма, приводящего к образованию сгустков твердотельной электронной или электронно-протонной плазмы, которые играют роль «лезвий», разрезающих тело. (По некоторым оценкам [12, 19], средняя квадратичная скорость распространения флуктуаций твердотельной плазмы имеет порядок 10^6 м/с.) В случае электронных облучений одним из таких механизмов может служить самоуплотнение сверхсветовых электронов, существующее при достижении определенной плотности начального пучка.

Эта гипотеза принимается ниже, поскольку она позволяет объяснить и понять указанные особенности электронного разрушения. Далее решается задача определения законов движения раскалывающего плазменного «клина» в твердом теле в самых грубых модельных допущениях о том, что тонкий клин абсолютно жесткий, а тело идеально упругое (необратимые деформации на бортах трещины при больших скоростях не успевают развиваться), однородное и изотропное. Возникающая в такой постановке математическая проблема аналогична проблеме обтекания тонкого клина сверхзвуковым потоком газа, но несколько сложнее, как будет видно из дальнейшего, вследствие наличия системы двух волновых уравнений.

1. Коллективные релятивистские взаимодействия в электронных пучках. Собственное электромагнитное поле электрона с зарядом $e < 0$, движущееся в среде вдоль оси z с постоянной скоростью V , большей фазовой скорости света a , но меньшей скорости света в вакууме c [20], в собственной системе отсчета (с учетом преобразований Лоренца) имеет вид

$$(1.1) \quad E_z = \frac{-eM^2z}{2\pi\epsilon'(z^2 - M^2r^2)^{3/2}}, \quad E_i = \frac{eM^4x_i}{2\pi\epsilon'(z^2 - M^2r^2)^{3/2}}$$

$$(r^2 = x_1^2 + x_2^2; i = 1, 2)$$

$$(1.2) \quad B_z = 0, \quad B_i = \frac{\mu'eVM^2(1 - a^2/c^2)x_{i-1}}{2\pi(1 - V^2/c^2)(z^2 - M^2r^2)^{3/2}}$$

$$(x_{i-1} = x_2, -x_1)$$

$$M^2 = \frac{V^2/a^2 - 1}{1 - V^2/c^2} = \frac{\mu\epsilon V^2/c^2 - 1}{1 - V^2/c^2} > 0$$

$$a = \frac{c}{\sqrt{\mu\epsilon}}, \quad \mu' = \mu\mu_0, \quad \epsilon' = \epsilon\epsilon_0$$

Здесь $E_1, E_2, E_z, B_1, B_2, B_z$ — компоненты электромагнитного поля (СИ) в системе координат x_1x_2z , связанной с электроном, μ' и ϵ' — абсолютные магнитная и диэлектрическая проницаемости среды, M — релятивистское число Маха. Поле (1.1) и (1.2) имеет место в конусе Маха сверхсветового электрона $z^2 > M^2r^2, z < 0$; вне его собственное поле электрона отсутствует.

Диссипация энергии электрона (и его торможение) вызвана взаимодействием его поля с электромагнитным полем среды (потери на тормозное излучение и возбуждение связанных электронов вещества), волновыми потерями на фронте конуса Маха (излучение Вавилова — Черенкова)

и взаимодействием его поля с электромагнитным полем других движущихся электронов пучка (коллективное взаимодействие). Первые два вида потерь при больших скоростях одинаковы для всех электронов пучка и не влияют на их взаимное расположение. Поэтому взаимное расположение электронов в пучке определяется коллективными взаимодействиями, которые только и рассматриваются ниже.

Методом инвариантных Γ -интегралов (так же, как это было сделано для досветового электрона во внешнем поле [21]) в случае сверхсветового движения электрона во внешнем поле $\mathbf{E}_0 = \{E_{0i}\}$, $\mathbf{B}_0 = \{B_{0j}\}$, используя (1.1) и (1.2), можно получить

$$(1.3) \quad \Gamma_i = eE_{0i} \quad (i = 1, 2, z)$$

Здесь Γ_i — необратимая работа внешнего поля при перемещении электрона на единицу длины вдоль i -й оси. Если во внешнем поле $\mathbf{B}_0 = 0$, то Γ_i — компоненты силы, действующей на заряд. Этот результат нельзя считать самоочевидным для сверхсветовых скоростей; метод Γ -интегралов, представляющих собой форму записи общих законов сохранения, позволяет дать строгое обоснование этого выражения.

Заметим, что внешнее поле \mathbf{E}_0 , \mathbf{B}_0 рассматривается в собственной системе координат, связанной с движущимся электроном.

Пусть в следе (конусе Маха) передового электрона e_0 , движущегося в среде со сверхсветовой скоростью $V > a$, находится другой электрон e_1 . Для e_1 внешним полем будет поле (1.1), (1.2) электрона e_0 . Видно, что всегда имеет место эффект притяжения электрона e_1 к передовому электрону, т. е. $\Gamma_z = e_1 E_{0z} > 0$. В частности, при движении вдоль одной и той же оси z двух электронов имеем следующую силу притяжения (z — расстояние между электронами):

$$(1.4) \quad F_1(z) = \Gamma_z = \frac{e^2 M^2}{2\pi\epsilon' z^2}$$

Отметим, что электрон e_1 взаимодействует с отстающим полем электрона e_0 , поэтому обратное действие e_1 на электрон e_0 отсутствует.

Простую оценку поведения релятивистской системы электронов можно получить, ограничиваясь моделью одномерной полубесконечной цепочки электронов, находящихся в начальный момент времени на одинаковом расстоянии b один от другого, для которой, при рассмотрении движения одного электрона e_1 в поле электрона e_0 , может быть получено простое аналитическое решение. В одномерной системе будут действовать только силы, направленные вдоль оси цепочки; обозначим через f_{mn} силу, действующую на m -й электрон цепочки со стороны n -го электрона ($n < m$). Результирующая всех сил, действующих на m -й электрон, имеет вид

$$(1.5) \quad F_m = \sum_{n=0}^{m-1} f_{mn}$$

Согласно (1.1), (1.3) и (1.5), в начальный момент состояния системы получим

$$F_m(b) = \frac{e^2 M^2}{2\pi\epsilon' b^2} \sum_{n=0}^{m-1} (n+1)^{-2}$$

Используя оценку для суммы в правой части этого равенства [22], имеем

$$F_1(b) \leq F_m(b) < \pi^2 F_1(b) / 6$$

Отсюда видно, что при любом m силы $F_m(b)$ мало отличаются от $F_1(b)$.

Релятивистское дифференциальное уравнение движения электрона [23] согласно (1.4) в движущейся системе отсчета имеет вид

$$\frac{d^2z}{dt^2} = \frac{e^2(V^2/a^2 - 1)}{2\pi\epsilon' m_0 z^2 (1 - V^2/c^2)}$$

Решая это уравнение со следующими начальными условиями при $t = 0: z = -b, dz/dt = 0$, получим

$$(1.6) \quad tK^{1/2} = [-bz(z+b)]^{1/2} + b^{3/2} \arcsin [(z+b)/b]^{1/2}$$

$$K = \frac{e^2(V^2/a^2 - 1)}{\pi\epsilon' m_0 (1 - V^2/c^2)}$$

Оценим характерное время τ , за которое электрон e_1 сблизится с e_0 (образуется плотная система двух электронов, в которой определяющими станут квантовые взаимодействия, не учитываемые моделью сплошной среды, и силы торможения за счет излучения ускоряемого электрона; границу применимости решения (1.6) для используемых пучков можно грубо оценить расстояниями порядка 10^{-13} м). Полагая $z = 0$, найдем

$$(1.7) \quad \tau = \frac{\pi b^{3/2}}{2K^{1/2}}$$

Отметим, что величины b, t и τ рассматриваются в собственной системе координат движущегося электрона. Переходя к лабораторной системе с помощью преобразований Лоренца: $b' = b(1 - V^2/c^2)^{1/2}, t' = t(1 - V^2/c^2)^{-1/2}$, из (1.7) получим

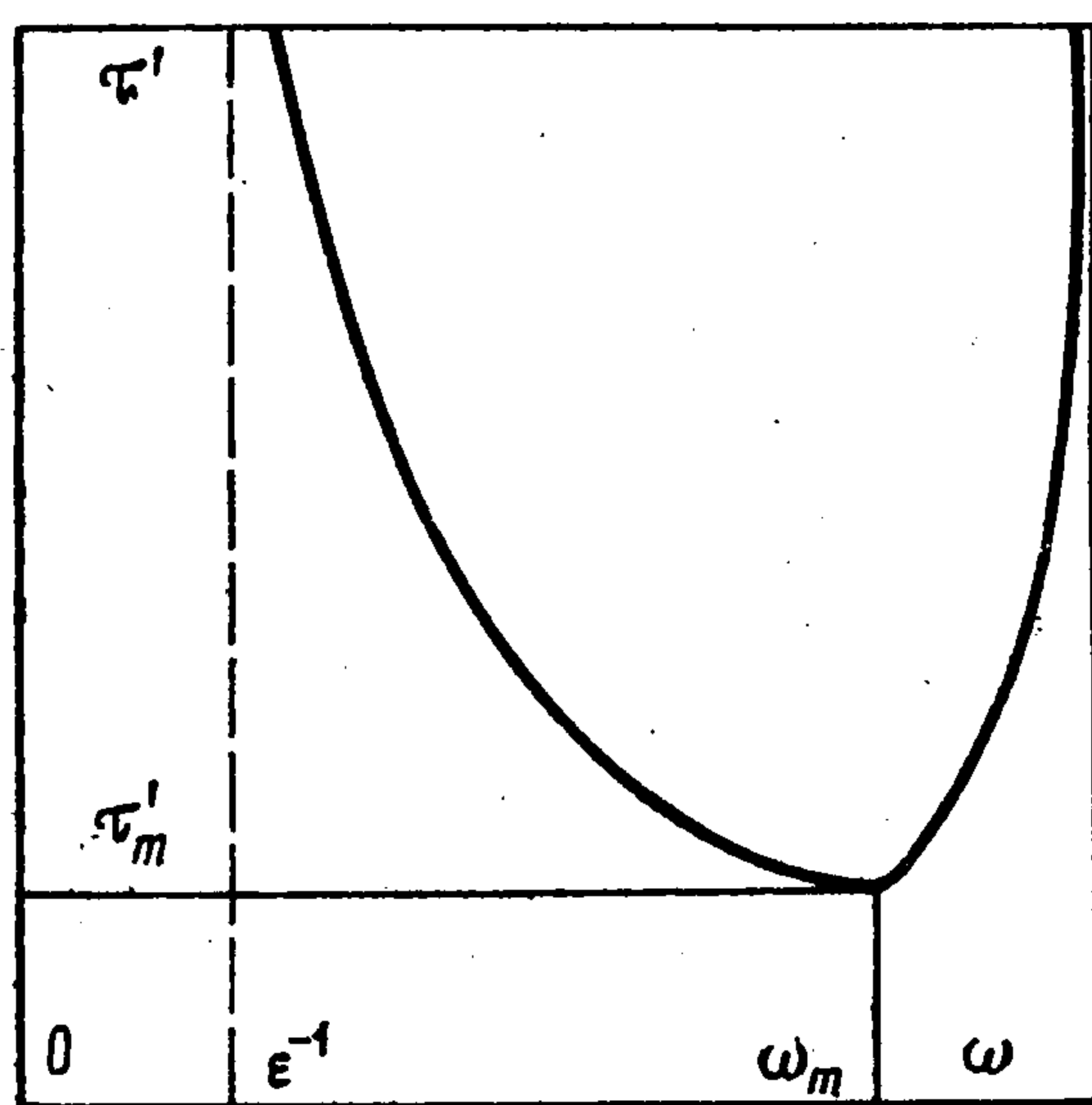
$$(1.8) \quad (\tau')^2 = \frac{\pi^3 \epsilon_0 m_0 (b')^{3/2}}{4e^2 \mu (1 - V^2/c^2)^{3/2} [V^2/c^2 - (\mu\epsilon)^{-1}]}$$

Зависимость τ' от $\omega = V^2/c^2$ при некотором постоянном $\mu\epsilon$ показана на фиг. 1. Видно, что эффект сближения наиболее существен в ограниченном диапазоне скоростей (энергий) частиц, при которых характерное время τ' будет меньше времени существования направленного сверхсветового пучка в среде. При $\omega_m = (2\mu\epsilon + 3) / (5\mu\epsilon)$ время τ' принимает минимальное значение

$$(1.9) \quad \tau'_m = \frac{C_m (b')^{3/2}}{\mu^{1/2} (1 - \mu\epsilon^{-1})^{3/4}}, \quad C_m = \left[\frac{5^5 \pi^6 m_0^2 e_0^2}{12^3 e^4} \right]^{1/4}$$

где для электронных пучков $C_m = 6,437 \cdot 10^{-2} \text{ м}^{-3/2} \text{ с}$. Например, для $b' \sim 10^{-6}$ м (таков порядок расстояний в применяемых импульсных электронных пучках) получим $\tau'_m \sim 10^{-10}$ с.

Как показано на простой модели, в релятивистских электронных пучках в среде имеется механизм самоуплотнения пучка (этот эффект, в принципе, будет справедлив для любых пучков одноименно заряженных частиц соответствующих энергий). Так как время T , для которого справедлива постановка задачи, мало, то действие этого механизма может про-



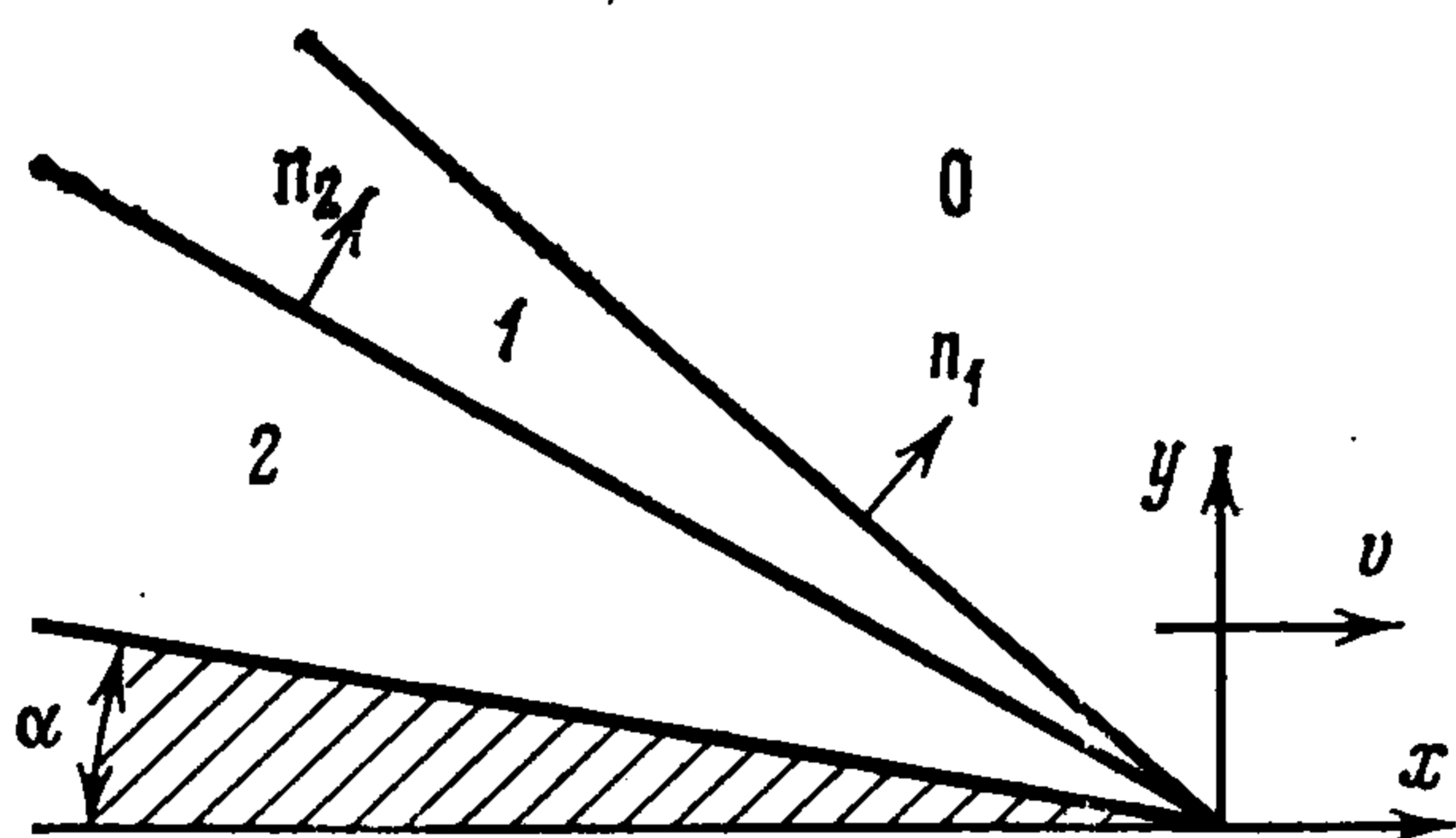
Фиг. 1

являться только для пучков достаточно большой начальной интенсивности, т. е. малых b' . Начальную плотность в пучке, необходимую для образования плотного сгустка в диэлектрической среде ($\mu = 1$), можно согласно выражению (1.9) оценить

$$(1.10) \quad g \sim (b')^{-3} > C_m^2 (1 - \epsilon^{-1})^{-1/2} T^{-2}$$

Величина T — время существования направленного пучка сверхсветовых электронов в среде и определяется действием двух факторов: торможением электронов до скорости света и потерями на возбуждение и ионизацию связанных электронов вещества [24]. Для высоких энергий ($\omega \gg \omega_m$) более точная оценка критической плотности может быть получена из соотношения (1.8).

Следует заметить, что получаемые по формуле (1.10) значения начальной плотности выше обычно достигаемой средней плотности. Однако время T значительно меньше длительности импульса ускорителя, так что размеры области с критической плотностью могут быть много меньше размеров пучка. В малых объемах значительные плотности могут достигаться как за счет неоднородного распределения плотности в пучке



Фиг. 2

в радиальном и осевом направлениях (обычно значительного [11, 14]), так и вследствие потока ионизированных электронов [24], а также возможности значительных флуктуаций в малых объемах.

2. Стационарное сверхзвуковое движение бесконечного клина. Пусть бесконечный тонкий клин с малым углом раствора 2α движется в упругой среде с постоянной сверхзвуковой скоростью v (фиг. 2). Уравнения стационарной плоской задачи динамической теории упругости в системе координат xu , связанной с клином, имеют вид

$$(2.1) \quad M_i^2 \frac{\partial^2 \Phi_i}{\partial x^2} = \frac{\partial^2 \Phi_i}{\partial y^2} \quad (i = 1, 2; M_i^2 = \frac{v^2}{c_i^2} - 1 > 0)$$

$$u_x = \frac{\partial \Phi_1}{\partial x} + \frac{\partial \Phi_2}{\partial y} - vt, \quad u_y = \frac{\partial \Phi_1}{\partial y} - \frac{\partial \Phi_2}{\partial x}$$

$$(2.2) \quad \frac{\sigma_{xx}}{\mu} = (1 + M_2^2 - 2M_1^2) \frac{\partial^2 \Phi_1}{\partial x^2} + 2 \frac{\partial^2 \Phi_2}{\partial x \partial y}$$

$$\frac{\sigma_{yy}}{\mu} = (M_2^2 - 1) \frac{\partial^2 \Phi_1}{\partial x^2} - 2 \frac{\partial^2 \Phi_2}{\partial x \partial y}$$

$$\frac{\sigma_{xy}}{\mu} = 2 \frac{\partial^2 \Phi_1}{\partial x \partial y} + (M_2^2 - 1) \frac{\partial^2 \Phi_2}{\partial x^2}$$

Здесь Φ_1, Φ_2 — волновые потенциалы, u_x и u_y — перемещения, σ_{xx}, σ_{yy} и σ_{xy} — напряжения, M_i — модифицированные числа Маха, μ — постоянная Ламе упругой среды, c_1 и c_2 — скорости продольной и поперечной упругих волн.

Скорости среды через волновые потенциалы будут выражаться так:

$$(2.3) \quad v_x = -v \left(1 + \frac{\partial^2 \Phi_1}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \Phi_2}{\partial x \partial y} \right), \quad v_y = -v \left(\frac{\partial^2 \Phi_1}{\partial x \partial y} - \frac{\partial^2 \Phi_2}{\partial x^2} \right)$$

Общее решение уравнения (2.1) имеет вид

$$(2.4) \quad \Phi_i = \varphi_i(x - M_i y) + \psi_i(x + M_i y)$$

где φ_i и ψ_i — произвольные дважды дифференцируемые функции. Потенциалы Φ_i определены в областях, ограниченных семействами линий Маха $x \pm M_i y = 0$ и поверхностью клина. Параметры невозмущенной среды будем обозначать индексом 0 (перемещения и напряжения в ней нулевые), параметры среды между линиями Маха $x + M_1 y = 0$ и $x + M_2 y = 0$ — индексом 1, а между $x + M_2 y = 0$ и поверхностью клина — индексом 2 (фиг. 2).

Условия сохранения массы и импульса на разрывах — линиях Маха — имеют вид (вследствие симметрии ограничимся рассмотрением верхней полуплоскости)

$$\text{вдоль } x + M_1 y = 0$$

$$(2.5) \quad \begin{aligned} \rho_0 v_{01} &= \rho_1 v_{11} \\ \sigma_{01} - \sigma_{11} &= \rho_0 v_{01} (v_{01} - v_{11}), \quad \tau_{01} - \tau_{11} = \rho_0 v_{01} (w_{01} - w_{11}) \end{aligned}$$

$$\text{вдоль } x + M_2 y = 0$$

$$(2.6) \quad \begin{aligned} \rho_1 v_{12} &= \rho_2 v_{22} \\ \sigma_{12} - \sigma_{22} &= \rho_1 v_{12} (v_{12} - v_{22}), \quad \tau_{12} - \tau_{22} = \rho_1 v_{12} (w_{12} - w_{22}) \end{aligned}$$

Здесь ρ — плотность среды, v_{lk} и w_{lk} — нормальные и касательные к линиям Маха (с нормалью \mathbf{n}_k) составляющие скорости среды в области l , σ_{lk} и τ_{lk} — нормальные и касательные компоненты вектора напряжения на площадках с нормалью \mathbf{n}_k в области l .

Выразим v_{lk} , w_{lk} , σ_{lk} и τ_{lk} согласно (2.2) — (2.4) через вторые производные потенциалов — φ_i'' и ψ_i'' . Из условий (2.5) на разрыве $x + M_1 y = 0$ получим (так как $\mu = \rho_0 c_2^2$, то второе условие (2.5) есть тождество)

$$(2.7) \quad \varphi_1'' = 0, \quad \rho_1 = \rho_0 [1 + (1 + M_1^2)\psi_1''(0)]^{-1}$$

Из условий (2.6) на $x + M_2 y = 0$ с учетом (2.7) получим

$$(2.8) \quad \varphi_2'' = 0, \quad \rho_2 = \rho_1$$

Здесь учтена малость угла раствора клина; плотность среды в каждой из областей 0, 1, 2 полагалась постоянной.

Видно, что перемещения при условиях (2.7), (2.8) всюду непрерывны.

Подставляя (2.7) и (2.8) в (2.2) и (2.3), получим

$$(2.9) \quad \begin{aligned} v_x &= -v [1 + \psi_1'' + M_2 \psi_2''], \quad v_y = -v [M_1 \psi_1'' - \psi_2''] \\ \sigma_{xx} &= \mu [(1 + M_2^2 - 2M_1^2)\psi_1'' + 2M_2 \psi_2''] \\ \sigma_{yy} &= \mu [(M_2^2 - 1)\psi_1'' - 2M_2 \psi_2''], \quad \sigma_{xy} = \mu [2M_1 \psi_1'' + \\ &+ (M_2^2 - 1)\psi_2''] \end{aligned}$$

Напомним, что в выражениях (2.9) аргументами функций ψ_i'' служат $x + M_i y$, в области 0 нужно полагать $\psi_1'' = 0$ и $\psi_2'' = 0$, а в области 1 — $\psi_2'' = 0$.

На поверхности клина $y + \delta x = 0$ ($\delta = \text{tg } \alpha$) скорости и напряжения имеют вид

$$(2.10) \quad \begin{aligned} v_{2\delta} &= -v (1 + \delta^2)^{-1/2} [\delta + (M_1 + \delta)\psi_1'' + (M_2 \delta - 1)\psi_2''] \\ w_{2\delta} &= -v (1 + \delta^2)^{-1/2} [(M_1 \delta - 1)\psi_1'' - (M_2 + \delta)\psi_2'' - 1] \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\sigma_{2\delta}/\mu &= \{[(1 + M_2^2 - 2M_1^2)\delta^2 + 4M_1\delta + M_2^2 - 1]\psi_1'' + \\ &+ 2(M_2\delta - 1)(M_2 + \delta)\psi_2''\}(1 + \delta^2)^{-1} \\ \tau_{2\delta}/\mu &= \{2(M_1 + \delta)(M_1\delta - 1)\psi_1'' + \\ &+ [(M_2^2 - 1)\delta^2 - 4M_2\delta + 1 - M_2^2]\psi_2''\}(1 + \delta^2)^{-1}\end{aligned}$$

где аргумент функций ψ_i'' есть $(M_i - 1/\delta)y$.

Из отсутствия нормальных составляющих скоростей среды на поверхности клина согласно (2.10) получим

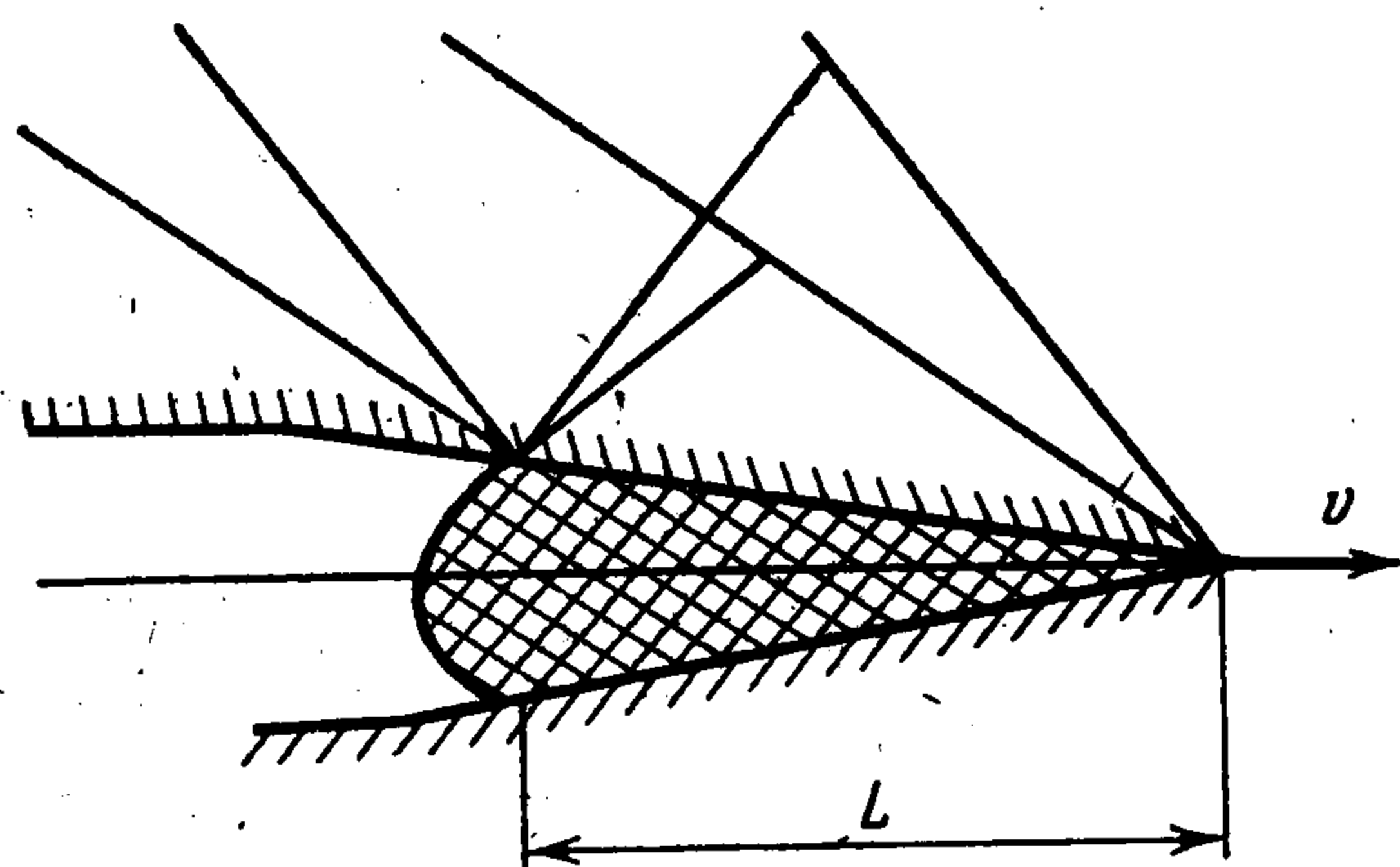
$$(2.11) \quad (1 - M_2\delta)\psi_2''(M_2y - y/\delta) - (M_1 + \delta)\psi_1''(M_1y - y/\delta) = \delta$$

Второе граничное условие на поверхности клина в общем случае имеет вид

$$(2.12) \quad \tau_{2\delta} = F(w_{2\delta}, \sigma_{2\delta})$$

Здесь F — известная из эксперимента или модельных представлений функция. Например, можно считать, что $\tau_{2\delta} = f\sigma_{2\delta}$, где f — коэффициент трения.

Условия (2.11) и (2.12) позволяют найти функции ψ_1'' и ψ_2'' и полностью решают поставленную задачу определения полей скоростей и напряжений



Фиг. 3

(2.9) при сверхзвуковом движении клина в упругой среде. Как видно, в каждой из областей 1 и 2 поле скоростей и напряжений оказывается кусочно-постоянным (как и в аналогичной газодинамической задаче об обтекании клина [16]). Окончательные формулы приведем лишь для наиболее простого и важного случая, используя минимальное число точно не известных

данных о свойствах сверхзвуковых ступок.

Пренебрегая трением ($F = 0$) и ограничиваясь очень малыми углами раствора клина ($\delta \ll 1/M_2$), из (2.9) — (2.12) получим

$$(2.13) \quad \begin{aligned}\psi_1'' &= \frac{(1 - M_2^2)\delta}{(1 + M_2^2)(M_1 + \delta)}, \quad \psi_2'' = \frac{2\delta}{1 + M_2^2} \\ \rho_1 = \rho_2 &= \rho_0 \left[1 + \frac{(M_2^2 - 1)\delta}{M_1 + (2 - M_2^2)\delta} \right]\end{aligned}$$

Поля скоростей и напряжений можно определить подставляя (2.13) в (2.9). На поверхности клина согласно (2.10) и (2.13) имеем

$$(2.14) \quad \sigma_{2\delta} = -\frac{\mu\delta[(M_2^2 - 1)^2 + 4M_1M_2 + 4M_2\delta]}{(M_1 + \delta)(1 + M_2^2)}, \quad \tau_{2\delta} = 0$$

3. Торможение конечного клина в квазистационарном приближении. Пусть в упругой среде движется тонкое клиновидное тело характерной длины L (максимальная толщина клина $h = 2L \operatorname{tg} \alpha = 2L\delta$). Боковая поверхность клина на этом участке взаимодействует с упругой средой, поверхность полости разрушения вне острия свободна (фиг. 3). В начальный момент времени $t = 0$ клиновидное тело имело импульс $P_0 = mv_0$,

где v_0 — начальная скорость, m и P_0 — масса и импульс на единицу ширины клина.

Рассмотрим сверхзвуковое движение клиновидного тела, испытывающего сопротивление упругой среды. Будем пренебрегать силами трения и действием вещества, находящегося в полости. Сила сопротивления, действующая на клин (на единицу ширины), равна

$$R = 2\delta L\sigma_{2\delta}$$

Отсюда в квазистационарном приближении (2.14) имеем

$$R = \frac{2\mu\delta^2 L [(M_2^2 - 1)^2 + 4M_1 M_2 + 4M_2 \delta]}{(M_1 + \delta)(1 + M_2^2)}$$

Решение уравнения движения клина $mdv/dt = R$ с начальным условием $v = v_0$ при $t = 0$ имеет вид

$$t = m \int_{v_0}^v R^{-1} dv$$

Приведем простую формулу для решения в наиболее важном предельном случае: $v^2/c_1^2 \gg 1$. Имеем

$$t = \frac{m}{2\rho_0\delta^2 L c_1} \ln \frac{v_0}{v}$$

Соответствующее расстояние, пройденное клином за время t , равно

$$D(t) = \int_0^t v dt = \frac{mv_0}{2\rho_0\delta^2 L c_1} \left[1 - \exp\left(\frac{-2\rho_0\delta^2 L c_1 t}{m}\right) \right]$$

Так как $m \simeq \rho_w \delta L^2$, где ρ_w — плотность вещества клина (электронной плазмы), отсюда имеем

$$(3.1) \quad \frac{D_\infty}{L} = \frac{\rho_w v_0}{4\delta\rho_0 c_1}$$

Соотношение (3.1) дает простую оценку размеров трещины, образующейся при сверхзвуковом движении клина, и является обобщающей характеристикой механической модели сверхзвукового разрушения.

Замечание о пространственных задачах. Сгустки электронной плазмы имеют конечные размеры во всех измерениях. Поэтому представляют интерес пространственные задачи о сверхзвуковом движении в упругом теле тонких клиньев определенной формы в плане (например, треугольной, круговой и т. д.), в частности, наиболее важными представляются задачи о сверхзвуковых математических разрезах. При этом возникает проблема определения «точки схода» трещины с профиля, типичная для отрывных гидродинамических течений.

Поступила 27 IV 1979

ЛИТЕРАТУРА

1. Oswald R. B. Fracture of silicon and germanium induced by pulsed electron irradiation. IEEE Trans. Nucl. Sci., 1966, vol. 13, No 6.
2. Steverding B., Lehnigk S. H. Response of crack to impact. J. Appl. Phys., 1970, vol. 41, No. 5.
3. Steverding B., Lehnigk S. H. Collision of stress pulses with obstacles and dynamics of fracture. J. Appl. Phys., 1971, vol. 42, No. 8.
4. Winkler S. Proceedings of an international conference of dynamic crack propagation. Nordhoff I. P., Leyden, 1973, p. 623—628.

5. *Curran D. R., Shockey D. A., Winkler S.* Crack propagation at supersonic velocities. II. Theoretical models. *Internat. J. Fract. Mech.*, 1970, vol. 6, No. 3.
6. *Steverding B.* Fracture by superimposing stress waves. *J. Appl. Phys.*, 1972, vol. 43, No. 7.
7. *Kondo Y., Hirai M., Ueta M.* Transient formations of color centers in KBr crystals under the pulsed electron beam. *J. Phys. Soc. Japan*, 1972, vol. 33, No. 1.
8. *Вайсбурд Д. И., Бальчев И. Н.* Разрушение твердого тела в результате сверхплотного возбуждения его электронной подсистемы. Письма в ЖЭТФ, 1972, т. 15, вып. 9.
9. *Вайсбурд Д. И., Геринг Г. И.* Скорость хрупкого разрушения ионных кристаллов при импульсном облучении мощными электронными пучками. Физика твердого тела, 1974, т. 16, вып. 10.
10. *Мелькер А. И., Токмаков И. Л.* Разрушение твердых тел при облучении электронами. Физика и химия обработки материалов, 1977, № 5.
11. *Avery R. T., Keeffe D., Brekke T. L., Finnie I.* Hard-rock tunneling using Pulsed electron beams. *IEEE Trans. Nucl. Sci.*, 1975, vol. 22, No. 3.
12. *Бальчев И. Н., Вайсбурд Д. И.* Два механизма хрупкого разрушения ионных кристаллов интенсивными электронными пучками. Физика твердого тела, 1975, т. 17, вып. 4.
13. *Вайсбурд Д. И., Геринг Г. И., Кондрашов В. Н.* Хрупкое разрушение стекол при импульсном облучении пучками электронов большой плотности. Ж. техн. физики, 1976, т. 46, вып. 5.
14. *Вайсбурд Д. И., Семин Б. Н., Таванов Э. Г., Шкатов В. Т.* Свечение и проводимость неидеальной вырожденной электронно-дырочной плазмы, возникающей в ионных кристаллах при сверхмощном возбуждении. Изв. АН СССР. Сер. физ., 1976 т. 40, № 11.
15. *Черепанов Г. П.* Механика хрупкого разрушения. М., «Наука», 1974.
16. *Курант Р., Фридрихс К.* Сверхзвуковое течение и ударные волны. М., Изд-во иностр. лит., 1950.
17. *Баренблатт Г. И., Черепанов Г. П.* О расклинивании хрупких тел. ПММ, т. 24, 1960, вып. 4.
18. *Barenblatt G. I., Goldstein R. V.* Wedging of an elastic body by a slender wedge moving with a constant super-Rayleigh subsonic velocity. *Internat. J. Fract. Mech.*, 1972, vol. 8, No. 4.
19. *Веденов А. А., Велихов Е. П.* Неустойчивость дрейфа носителей в твердом теле и когерентное излучение фононов. ЖЭТФ, т. 43, 1962, вып. 3.
20. *Тамм И. Е.* Собрание научных трудов, т. 1. М., «Наука», 1975.
21. *Черепанов Г. П.* Инвариантные Г-интегралы и некоторые их приложения в механике. ПММ, 1977, т. 41, вып. 3.
22. *Двайт Г. Б.* Таблицы интегралов и другие математические формулы. М., «Наука», 1978.
23. *Ландау Л. Д., Лифшиц Е. М.* Теоретическая физика, т. 2. Теория поля. М., «Наука», 1973.
24. *Бете Г. А., Ашкин Ю.* Прохождение излучения через вещество. В кн.: Экспериментальная ядерная физика (под ред. Э. Сегре), т. 1. М., Изд-во иностр. лит., 1955.