

К РАСЧЕТУ ЦЕЛИКОВ ОСТАТОЧНОЙ ВЯЗКОПЛАСТИЧЕСКОЙ НЕФТИ

В. М. Енгов, В. Н. Панков, С. В. Панько

(Москва, Томск)

В гидростатическом приближении строится теория определения величины остаточной нефти, обладающей предельным градиентом, в неоднородных по мощности пластах. В общем случае задача сводится к плоской задаче нелинейной фильтрации и может быть решена известными методами. В однородных и слоистых пластах расчет целиков приводит к краевым задачам нелинейной фильтрации, особенностью которых является существование в области течения не только линий, но и областей постоянного по модулю градиента давления, равного предельному. Предложенные ранее схемы расчета целиков в однородных и слоисто-неоднородных пластах [1-6] нуждаются в уточнении на основе предлагаемого общего подхода.

1. Рассмотрим заключительную стадию вытеснения вязкопластической нефти водой из пласта мощностью H , свойства которого — проницаемость k и предельный градиент для нефти G — переменны по мощности

$$(1.1) \quad k = k(z), \quad G = G(z), \quad 0 \leq z \leq H$$

Для простоты примем, что проницаемость пласта монотонно убывает от кровли $z = 0$ к подошве $z = H$, а предельный градиент, соответственно, монотонно возрастает, так что $k'(z) \leq 0$, $G'(z) \geq 0$.

На рассматриваемом этапе в пласте движется лишь вода, предварительно вытеснившая нефть отовсюду, где градиент давления был выше предельного. Пренебрегая различием плотностей воды и нефти, предположим, что пласт достаточно тонкий, давление по мощности распределено гидростатически и его можно характеризовать двумерным распределением $p(x, y) = p(x, y, 0)$.

В зависимости от величины градиента давления примем следующую схему формирования целиков остаточной нефти. В той области пласта, где градиент давления по модулю больше предельного градиента, отвечающего наименьшей проницаемости, т. е. $|\nabla p(x, y)| > G(H)$, пласт полностью промывается водой. Обозначим эту область через D_1 . Там, где градиент давления меньше предельного, отвечающего наибольшей проницаемости, т. е. $|\nabla p(x, y)| < G(0)$, целик неподвижной нефти занимает всю мощность пласта (область D_3). В области D_2 , где градиент давления подчиняется неравенствам $G(0) < |\nabla p| < G(H)$, точкой $z =$

$= h(x, y)$, определяемой из уравнения

$$(1.2) \quad G(h(x, y)) = |\nabla p(x, y)|$$

вся мощность пласта делится на две части. Одна часть $0 \leq z \leq h(x, y)$, в каждой точке которой выполняется условие $G(z) < |\nabla p(x, y)|$, промывается водой. Другая часть пласта $h(x, y) \leq z \leq H$, для которой $G(z) > |\nabla p(x, y)|$, занята целиком неподвижной нефтью. В области D_1 $h(x, y) = H$, а в области D_2 $h(x, y) = 0$.

Для принятой схемы осредненное по мощности движение воды описывается следующей системой уравнений:

$$(1.3) \quad \operatorname{div} w = 0, \quad w = -\frac{K(|\nabla p|)}{\mu} \nabla p$$

$$w = \frac{1}{H} \int_0^{h(|\nabla p|)} v(x, y, z) dz, \quad K(|\nabla p|) = \frac{1}{H} \int_0^{h(|\nabla p|)} k(z) dz$$

Здесь w и K — эффективные скорость и проницаемость, а мощность промытой части пласта $h(|\nabla p|)$ определяется из уравнения (1.2).

Из системы (1.3) следует, что уравнения осредненного движения воды эквивалентны уравнениям нелинейной фильтрации несжимаемой жидкости

$$(1.4) \quad \operatorname{div} w = 0, \quad \nabla p = -\frac{\Phi(w)}{w} w$$

Преобразованием годографа

$$(1.5) \quad dx + idy = e^{i\theta} \left(-\frac{dp}{\Phi(w)} + i \frac{d\psi}{w} \right)$$

система (1.4) переводится в известную линейную систему [7]

$$(1.6) \quad \frac{\partial p}{\partial \theta} = -\frac{\Phi^2(w)}{w\Phi'(w)} \frac{\partial \psi}{\partial w}, \quad \frac{\partial p}{\partial w} = \frac{\Phi(w)}{w^2} \frac{\partial \psi}{\partial \theta}$$

Конкретный вид эффективного закона фильтрации $\Phi(w)$ определяется видом распределений $k(z)$ и $G(z)$ из соотношений (1.2), (1.3).

2. Рассмотрим примеры. При этом допустим, что в соответствии с известной корреляцией для вязкопластических жидкостей $G \sim k^{-1/2}$.

Пусть зависимости $k(z)$ и $G(z)$ имеют вид

$$(2.1) \quad k(z) = k_0 (1 + z/z_0)^{-2}, \quad G(z) = G_0 (1 + z/z_0)$$

Здесь z_0 — некоторый параметр, а $G_0 = G(0)$. Из соотношений (1.2), (1.3) получим следующий эффективный закон фильтрации:

$$(2.2) \quad \Phi(w) = \frac{\mu(w + \lambda_0)}{K_0}, \quad \lambda_0 = \frac{k_0 z_0}{\mu H} G_0, \quad K_0 = \frac{\mu \lambda_0}{G_0}$$

Таким образом, для распределения проницаемости и предельного градиента в виде (2.1) задача отыскания целика в осредненной постановке приводится к известной задаче с предельным градиентом для однородной жидкости.

Аналогичным образом можно убедиться в справедливости следующих соответствий:

$$(2.3) \quad k(z) = k_0 \operatorname{ch}^{-2}(z/z_0), \quad G(z) = G_0 \operatorname{ch}(z/z_0) \\ \Phi(w) = \mu (w^2 + \lambda_0^2)^{1/2} / K_0$$

Если зависимость $k(z)$ допускает параметрическое представление

$$\frac{dz}{dh} = \frac{k_0 \alpha}{\mu} \left(\operatorname{sh} \frac{h}{z_0} \operatorname{ch} \frac{h}{z_0} \right)^{\alpha-1}, \quad k(h) = \frac{k_0}{\operatorname{ch}^{2\alpha}(h/z_0)} \\ G(h) = \frac{G_0}{k_0^{1/2}} \operatorname{ch}^\alpha \frac{h}{z_0}$$

то соответствующий эффективный закон фильтрации имеет вид

$$(2.4) \quad \Phi(w) = \mu (w^{2/\alpha} + \lambda_0^{2/\alpha})^{\alpha/2} / K_0$$

Устремляя параметр α к нулю, получим

$$(2.5) \quad \Phi(w) = G_0, \quad w < \lambda_0, \quad \Phi(w) = \mu w / K_0, \quad w > \lambda_0$$

что соответствует однородному пласту проницаемостью k_0 .

Во всех примерах соотношения для эффективного закона фильтрации справедливы для скоростей, меньших $\lambda_H = \mu^{-1} K_H G(H)$, при этом $\Phi(w) < G(H)$. Для больших скоростей пласт полностью промывается водой и эффективная проницаемость перестает изменяться при изменении интенсивности движения, а соответствующий закон фильтрации для осредненного движения оказывается в области больших скоростей линейным

$$\Phi(w) = \frac{\mu w}{K_H}, \quad K_H = \frac{1}{H} \int_0^H k(z) dz, \quad |\nabla p| \geq G(H)$$

В случаях, когда общая интенсивность движения невелика, полностью промытые зоны локализируются вблизи скважины. Если их влиянием на процесс формирования целиков можно пренебречь, то осредненное движение во всем пласте описывается нелинейным законом фильтрации вида (2.2) — (2.5). Формально это соответствует асимптотике $H \rightarrow \infty$. При этом для оценки размеров целиков могут быть использованы многочисленные построенные ранее решения задач нелинейной фильтрации.

Получим оценку для объема промытой части пласта. Последний, очевидно, равен

$$(2.6) \quad V = \iint_D h(x, y) dx dy = \iint_\Delta h(w) J(w, \theta) dw d\theta$$

где D — область течения на физической плоскости, Δ — отвечающая ей область на плоскости годографа, $J(w, \theta)$ — якобиан перехода. Привлекая уравнения (1.5) и (1.6), преобразуем формулу (2.6) к виду

$$(2.7) \quad V = \iint_\Delta \frac{h(w)}{w\Phi(w)} \left[\left(\frac{\partial \psi}{\partial \theta} \right)^2 \frac{\Phi(w)}{w^2} + \left(\frac{\partial \psi}{\partial w} \right)^2 \frac{\Phi^2(w)}{w\Phi'(w)} \right] dw d\theta$$

Так как $h(w) / w \Phi(w) \leq MN$, где $M = \mu / (k_0 G_0^2)$, то из (2.6) следует верхняя оценка для объема промытой части пласта

$$V \leq MN \int_l \psi dp$$

где l — граница области течения в плоскости годографа. В частности, для системы источник — сток равной интенсивности в безграничном пласте имеем

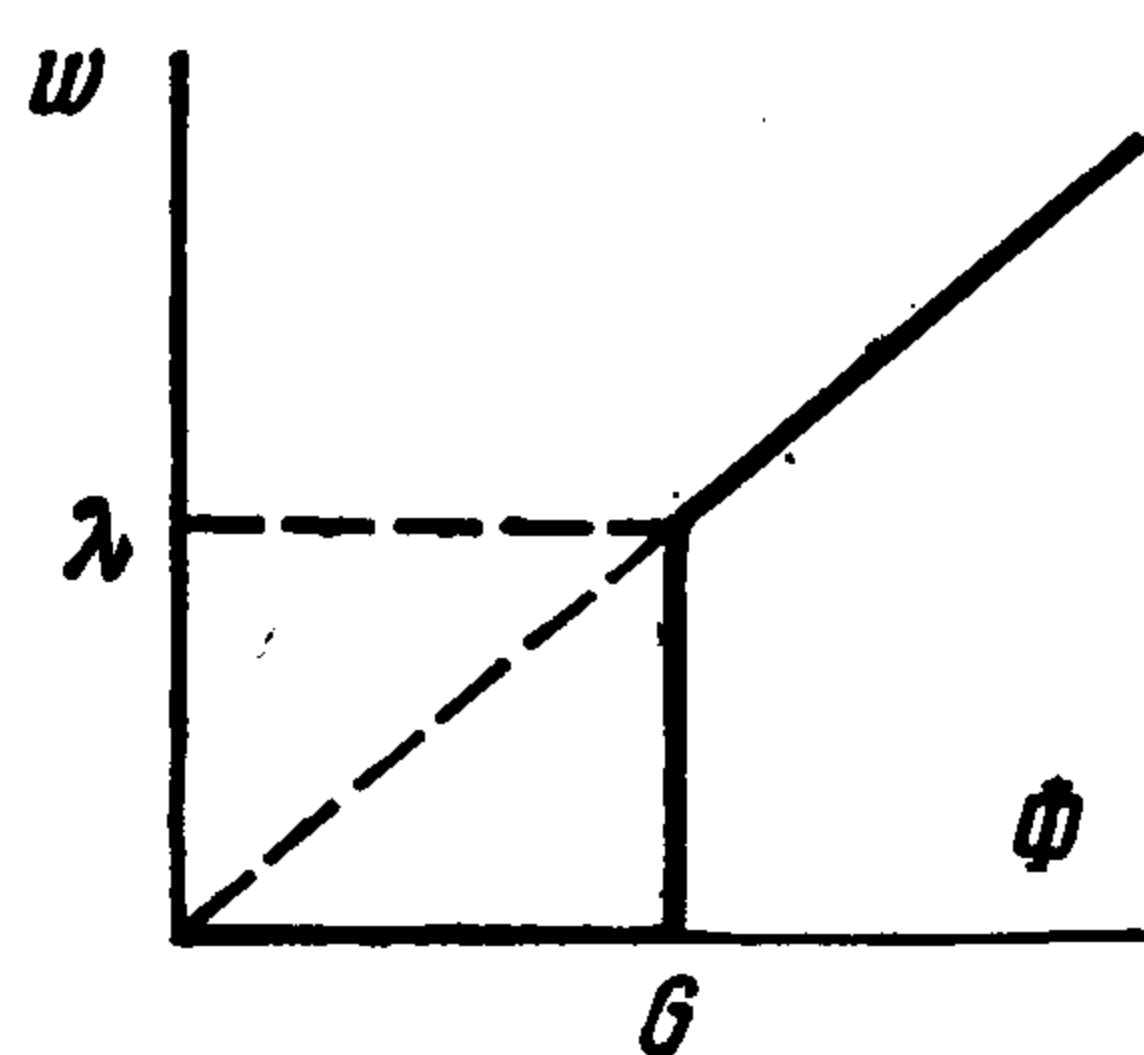
$$V \leq \mu Q |p_2 - p_1| H / (k_0 G_0^2)$$

где p_2 и p_1 — давление на скважине и на контуре питания соответственно.

3. Рассмотрим случай однородного пласта $k = \text{const}$. Для такого пласта $G(0) = G(H) = G$ и мощность промываемой водой части пласта $h(|\nabla p|)$, а с ней и эффективная проницаемость $K(|\nabla p|)$ становятся кусочно-постоянными функциями градиента давления

$$h(|\nabla p|) = 0, \quad K(|\nabla p|) = 0, \quad |\nabla p| < G$$

$$h(|\nabla p|) = H, \quad K(|\nabla p|) = k, \quad |\nabla p| > G$$



Фиг. 1

Ранее [1-6] отсюда делался вывод о том, что при достижении градиентом давления значения G , равного предельному, на некоторой линии физической плоскости мощность промытого слоя

скачком изменяется от нуля до полной мощности пласта. Это соответствует эффективному закону фильтрации вида

$$\Phi(w) = \mu w / k, \quad w > \lambda; \quad 0 \leq \Phi(w) \leq G, \quad w = 0, \quad \lambda = kG / \mu$$

(разрывный закон Алишаева М. Г. с соавторами [1]). Однако предельный переход от описанной выше схемы течения в пластах с непрерывно изменяющейся проницаемостью к течениям в однородных пластах приводит к выводу о том, что в общем случае условие равенства модуля градиента давления предельному выполняется [не на линии (границе целика), а в области, в которой мощность промытого слоя $h(x, y)$ является непрерывной функцией потока воды. При изменении эффективной скорости фильтрации от нуля до λ мощность промытого слоя пробегает все значения от нуля до H . Соответствующий эффективный закон фильтрации имеет вид (фиг. 1)

$$(3.1) \quad \begin{aligned} \Phi(w) &= \mu w / k, & w > \lambda; & \quad \Phi(w) = G, & 0 < w \leq \lambda \\ 0 \leq \Phi(w) &< G, & w = 0 \end{aligned}$$

В отличие от разрывного закон фильтрации (3.1) позволяет рассматривать течения и в области скоростей w , меньших λ .

Таким образом, при формировании целиков остаточной нефти в однородных пластах вся область течения на физической плоскости в общем случае распадается на три подобласти: область D_1 полностью промытого пласта; область D_2 частично промываемого пласта, в которой модуль градиента давления постоянен и равен предельному; область D_3 , в которой целик занимает всю мощность пласта и движение воды отсутствует.

Для каждой области имеем

$$(3.2) \quad \begin{aligned} \Delta p(x, y) &= 0, \quad h(x, y) = H, \quad (x, y) \in D_1 \\ |\nabla p(x, y)| &= G, \quad \operatorname{div}(h(x, y) \nabla p / G) = 0, \quad (x, y) \in D_2 \\ w(x, y) &= 0, \quad h(x, y) = 0, \quad (x, y) \in D_3 \end{aligned}$$

На границах областей решения сшиваются условиями непрерывности давления, потока и мощности $h(x, y)$.

При переходе на плоскость годографа (w, θ) область D_1 отображается в область Δ_1 , лежащую в полуплоскости $w > \lambda$, область D_2 — в область Δ_2 , лежащую в полосе $0 < w < \lambda$, а область D_3 — в отрезок линии $w = 0$. Уравнения (3.2) в соответствующих областях плоскости годографа принимают вид

$$(3.3) \quad \begin{aligned} \frac{\partial \psi}{\partial w} &= -\frac{k}{\mu w} \frac{\partial p}{\partial \theta}, \quad \frac{\partial p}{\partial w} = \frac{\mu}{kw} \frac{\partial \psi}{\partial \theta}, \quad (w, \theta) \in \Delta_1 \\ \frac{\partial \psi}{\partial w} &= 0, \quad \frac{1}{G} \frac{\partial p}{\partial w} = \frac{1}{w^2} \frac{\partial \psi}{\partial \theta}, \quad (w, \theta) \in \Delta_2 \end{aligned}$$

откуда для области Δ_2 постоянного градиента давления имеем решение

$$(3.4) \quad \psi = f(\theta), \quad p(w, \theta) = -\frac{Gf'(\theta)}{w} + \varphi(\theta)$$

где $f(\theta)$ и $\varphi(\theta)$ — неизвестные функции. Переменные (w, θ) и физические координаты (x, y) для этой области связаны между собой соотношениями (здесь и далее $z = x + iy$)

$$(3.5) \quad z(w, \theta) = z(\lambda, \theta) + e^{i\theta} f'(\theta) (1/w - 1/\lambda)$$

Из (3.5) следует, что при $f'(\theta) \neq 0$ области Δ_2 на физической плоскости соответствует область, в которой линии тока — прямые, давление вдоль них изменяется линейно, а эффективная скорость w^* и промытая часть пласта h определяются выражениями

$$(3.6) \quad w = (1/\lambda + |z(w, \theta) - z(\lambda, \theta)| / f'(\theta))^{-1}, \quad h = Hw / \lambda$$

Если же $f'(\theta) = 0$, то соответствующая часть области Δ_2 на физической плоскости отображается в линию, являющуюся отрезком линии тока. Поток жидкости в этих точках направлен по касательной к линии $|\nabla p| = G$, при переходе через которую мощность промытой части пласта $h(x, y)$ изменяется скачком от 0 до H .

Иными словами, использовавшаяся ранее постановка задачи со скачкообразным изменением промытой мощности оказывается следствием изложенной здесь постановки тогда и только тогда, когда неизвестная граница является линией тока. Ретроспективный анализ показывает, что именно так обстоит дело почти во всех решенных ранее задачах, и в рамках уточненной постановки сохраняют смысл, в частности, все решения, приводимые в работах [1-3], за исключением решений фиг. 7.19 и 7.20 [3]. Вместе с тем уточненная постановка позволяет исследовать и такие конфигурации потока, которые прежде рассмотрения не допускали.

Отметим, что предположение о постоянстве модуля градиента давления, равному предельному не на линии, а в области, использовалось в работе [8], однако одновременно предполагалось, что течение в этой области отсутствует.

4. Приведем пример расчета целика неподвижной нефти для течения к одиночной скважине, расположенной внутри контура питания, вдоль которого задано постоянное давление. Пусть контур питания — окружность радиуса R , скважина расположена эксцентрично на расстоянии ρ от центра контура питания, а дебит ее на единицу мощности пласта равен Q .

Оставляя в стороне детальный параметрический анализ задачи, отметим, что при решении возникает целый ряд возможных картин расположения целиков, приводящих к различным краевым задачам. Для всех случаев течение в области постоянного градиента давления помимо ранее отмеченных обладает еще одним свойством: изобары являются концентрическими окружностями, а линии тока — отрезками лучей, выходящих из начала координат.

Подробнее рассмотрим диапазон параметров, когда на контуре питания всюду выполняется условие $0 < w < \lambda$. В этом случае область D_1 полностью промытого пласта отделена от контура питания областью D_2 постоянного градиента давления в которой часть мощности пласта занята целиком неподвижной нефти.

Для рассматриваемого случая решение задачи можно получить следующим образом. Выберем систему координат (x, y) так, что начало совпадает с центром контура питания, а скважина имеет координаты $x = -\rho$, $y = 0$. Используя решение (3.4) в области постоянного градиента, получим, что на плоскости годографа задача сводится к следующей краевой задаче для функции тока в полушаре:

$$(4.1) \quad \frac{1}{w} \frac{\partial}{\partial w} \left(w \frac{\partial \psi}{\partial w} \right) + \frac{1}{w^2} \frac{\partial^2 \psi}{\partial \theta^2} = 0, \quad 0 \leq \theta \leq \pi, \quad \lambda \leq w < \infty$$

$$\psi = \frac{\theta}{2\pi} Q, \quad w \rightarrow \infty, \quad 0 \leq \theta \leq \pi$$

$$\lambda \frac{\partial \psi}{\partial w} = \frac{\partial^2 \psi}{\partial \theta^2}, \quad w = \lambda, \quad 0 \leq \theta \leq \pi$$

$$\psi = 0, \quad \lambda \leq w < \infty, \quad \theta = 0$$

$$\psi = Q/2, \quad \lambda \leq w < \infty, \quad \theta = \pi$$

Решение задачи (4.1) находится в элементарных функциях

$$(4.2) \quad \psi(w, \theta) = \frac{Q}{2\pi} \theta + A \frac{\lambda}{w} \sin \theta$$

где неизвестная постоянная $A = -2\lambda\rho$ определяется из условия непрерывности физических координат при переходе через линию $w = \lambda$. Уравнение последней на физической плоскости имеет вид

$$(4.3) \quad z(\lambda, \theta) = \frac{e^{i\theta}}{\lambda} \left(\frac{Q}{2\pi} - 2\lambda\rho \cos \theta \right)$$

Из соотношений (4.2) и (4.3) получаем выражение для мощности промытой части пласта в области постоянного градиента давления, а также отношение объема целика неподвижной нефти к объему пласта

$$h = \frac{H}{\lambda r} \left(\frac{Q}{2\pi} - 2\lambda\rho \cos \theta \right), \quad r = (x^2 + y^2)^{1/2}$$

$$\eta = \left(1 - \frac{Q}{2\pi R\lambda} \right)^2 + 2 \left(\frac{\rho}{R} \right)^2$$

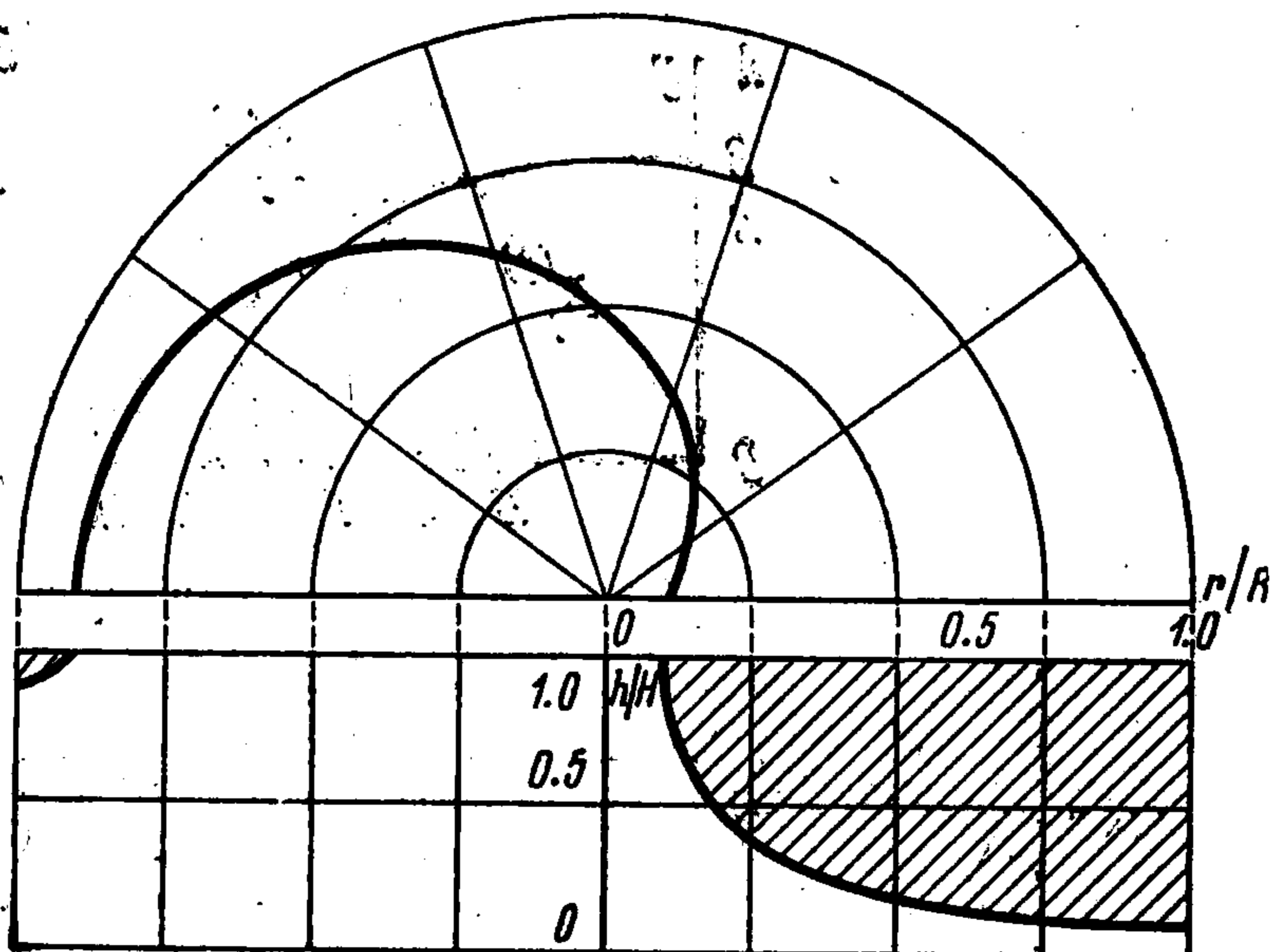
Из формул (4.2) и (4.3) видно, что полученное решение справедливо при следующих ограничениях на параметры задачи:

$$\frac{\rho}{R} \leq \frac{Q}{4\pi R\lambda} \leq \frac{1}{2} - \frac{\rho}{R}$$

Результаты расчета одного из вариантов этого случая при $Q / 2\pi\lambda R = 0.5$ и $\phi / R = 0.2$ приведены на фиг. 2, где вверху показаны границы области постоянного градиента давления и линии тока внутри этой области, а внизу — разрез пласта по оси x . Область, занятая целиком неподвижной нефти, заштрихована.

5. Рассмотрим теперь слоистый пласт с кусочно-постоянным распределением проницаемости (и, следовательно, предельного градиента для нефти) по мощности. Пусть число пропластков постоянной проницаемости k_i равно n , каждый из них обладает мощностью H_i и предельным градиентом G_i , причем $k_1 > k_2 > \dots > k_n$ и $G_1 < G_2 < \dots < G_n$.

Снова рассматривая слоистый пласт как предельный случай пласта с непрерывным распределением проницаемости по мощности, получаем, что постановка задачи



Фиг. 2

об определении целиков остаточной нефти для слоистых пластов аналогична таковой для однородных и имеет вид

$$\Delta p(x, y) = 0, \quad G_j < |\nabla p(x, y)| < G_{j+1}$$

$$K(x, y) = K_j = H^{-1} \sum_{i=1}^j k_i H_i, \quad h(x, y) = h_j = \sum_{i=1}^j H_i$$

$$j = 1, 2, \dots, n, \quad (x, y) \in D_1^{(j)}$$

$$|\text{grad } p(x, y)| = G_j, \quad \text{div}(K(x, y) \text{ grad } p(x, y)) = 0$$

$$K(x, y) = K_{j-1} + (k_j / H) h(x, y), \quad K_{j-1} \leq K(x, y) \leq K_j$$

$$h_{j-1} \leq h(x, y) \leq h_j, \quad j = 1, 2, \dots, n, \quad (x, y) \in D_2^{(j)}$$

$$w(x, y) = 0, \quad h(x, y) = 0, \quad (x, y) \in D_3$$

На границах областей решения снова сшиваются условиями непрерывности давления, потока и мощности промываемой части пласта. Таким образом, при формировании целиков остаточной нефти в слоистых пластах каждому пропластку в области течения отвечает область $D_2^{(i)}$ постоянного градиента давления, равного предельному, и область $D_1^{(i)}$ постоянной мощности промываемой части $h(x, y) = h_i$. Вся область течения теперь разбивается на $2n + 1$ подобластей.

Эффективный закон фильтрации для слоистых пластов является кусочно-линейной функцией

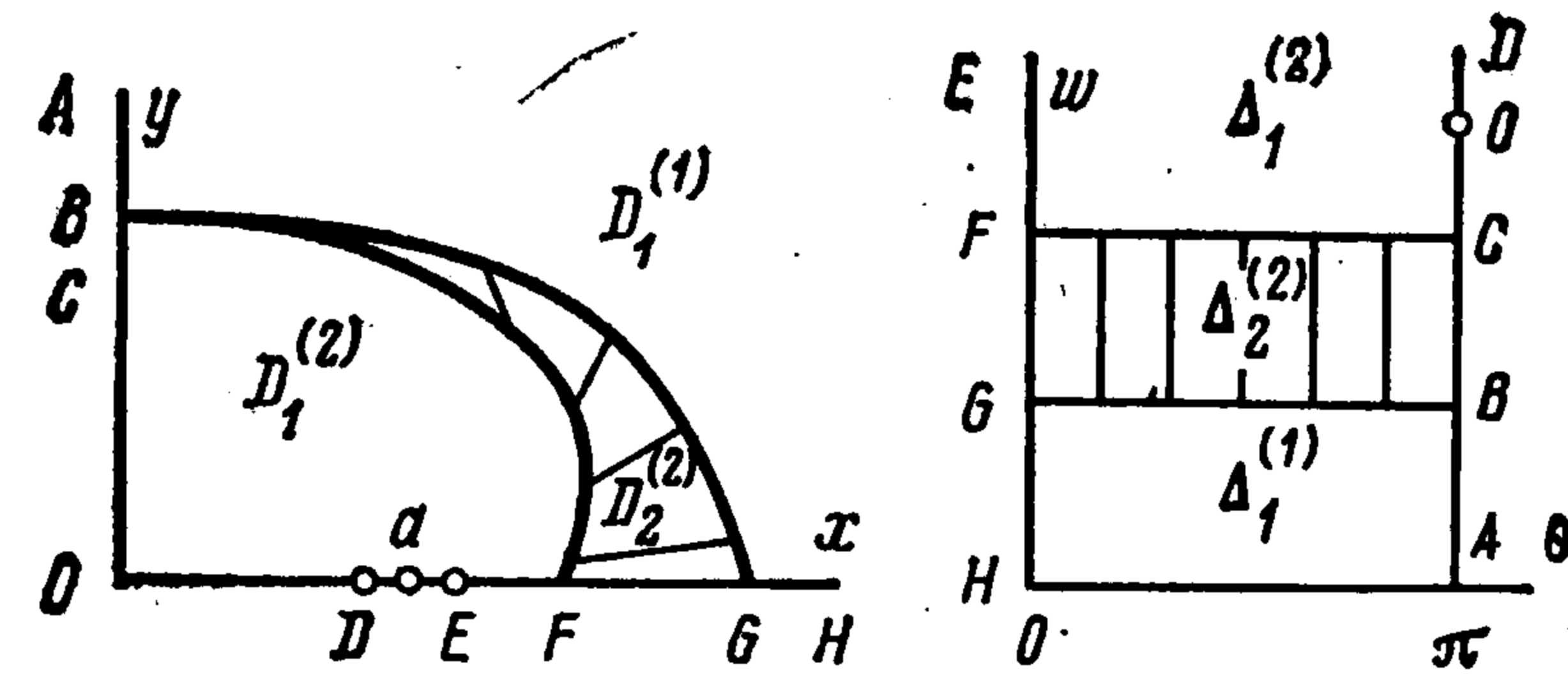
$$\Phi(w) = \mu w / K_i, \quad \lambda_i < w < \Lambda_i$$

$$\Phi(w) = G_i, \quad \Lambda_{i-1} < w < \lambda_i$$

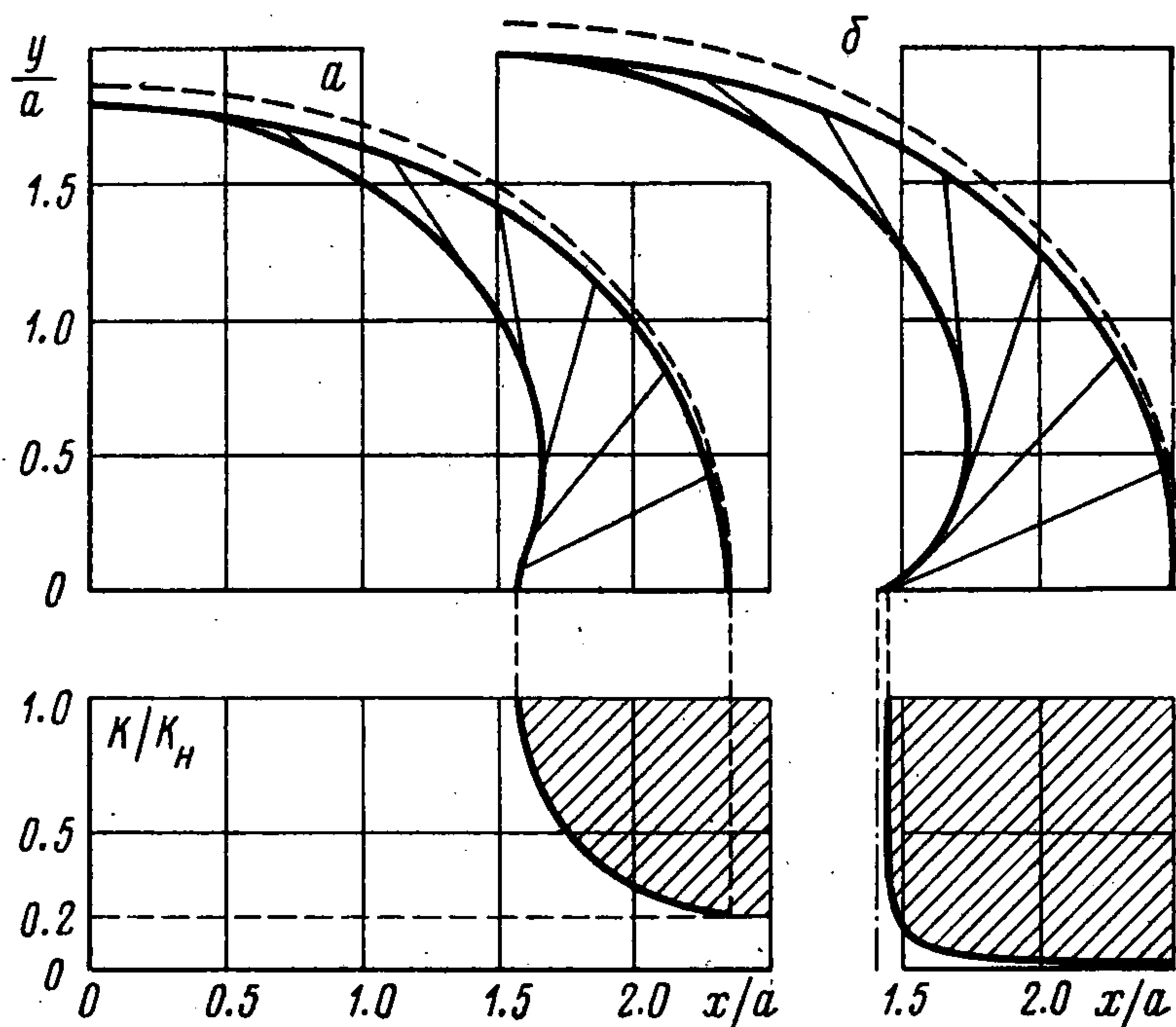
$$0 \leq \Phi(w) \leq G_1, \quad w = 0,$$

$$\lambda_i = \frac{K_i}{\mu} G_i, \quad \Lambda_i = \frac{K_i}{\mu} G_{i+1}, \quad \Lambda_0 = 0, \quad \Lambda_n = \infty, \quad i = 1, 2, \dots, n$$

Характерная особенность этого закона состоит в наличии n участков постоянства, каждому из которых на физической плоскости отвечает область $D_2^{(j)}$, где линии тока являются прямыми и уравнения движения интегрируются. Решение имеет вид (3.4), (3.5), где вместо $w = \lambda$ нужно подставить $w = \lambda_i$.



Фиг. 3



Фиг. 4

6. Определим форму целика остаточной нефти для течения, создаваемого источником и стоком равной интенсивности Q , в безграничном пласте. Пласт пусть состоит из двух пропластков, а предельный градиент для нефти в более проницаемом пропластке равен нулю $G_1 = 0$, т. е. эффективный закон фильтрации имеет вид

$$\Phi(w) = \mu w / K_1, \quad 0 < w < \Lambda_1$$

$$\Phi(w) = G_2, \quad \Lambda_1 < w < \lambda_2$$

$$\Phi(w) = \mu w / K_2, \quad \lambda_2 < w < \infty$$

Элементом симметрии задачи на физической плоскости (x, y) является первый квадрант. Пользуясь тем, что в области постоянного градиента давления решение известно, и переходя на плоскость годографа, приходим к следующей задаче для функции тока (фиг. 3):

$$(6.1) \quad w \frac{\partial}{\partial w} \left(w \frac{\partial \psi}{\partial w} \right) + \frac{\partial^2 \psi}{\partial \theta^2} = 0$$

$$0 \leq \theta \leq \pi; \quad 0 \leq w \leq \Lambda_1, \quad \lambda_2 \leq w < \infty$$

$$\psi(w, \theta) = \frac{Q}{2\pi} \theta, \quad w \rightarrow \infty, \quad 0 \leq \theta \leq \pi$$

$$\begin{aligned} \psi(w, \theta) &= 0, \quad w \rightarrow 0, \quad 0 \leq \theta \leq \pi \\ \psi(w, \theta) &= Q/2, \quad w_3 < w < \infty, \quad \theta = \pi \\ \partial\psi / \partial w &= 0, \quad 0 < w < w_3, \quad \theta = \pi \\ \frac{\lambda_2}{K_2} \left(\frac{\partial\psi}{\partial w} \right)_{w=\lambda_2} - \frac{\Lambda_1}{K_1} \left(\frac{\partial\psi}{\partial w} \right)_{w=\Lambda_1} &= G_2 \left(\frac{\partial^2\psi}{\partial\theta^2} \right)_{w=\Lambda_1} \left(\frac{1}{\lambda_2} - \frac{1}{\Lambda_1} \right) \\ \psi(\Lambda_1, \theta) &= \psi(\lambda_2, \theta), \quad 0 \leq \theta \leq \pi \end{aligned}$$

В задаче (6.1) параметр w_3 определяется из дополнительного условия, чтобы расстояние между источником и стоком на физической плоскости было равно заданному. После решения задачи (6.1), интегрируя формулы перехода на физическую плоскость (x, y) , находим границы области постоянного градиента давления, затем мощность промытой части пласта и тем самым определяем форму целика неподвижной нефти.

Решение построено численно в безразмерных переменных. Масштабами длины и скорости выбраны величины a и Q/a , при этом решение зависит от двух безразмерных параметров

$$\varepsilon = \frac{\pi a K_2 G_2}{\mu Q}, \quad \delta = \frac{k_1 H_1 + k_2 H_2}{k_1 H_1}$$

Здесь ε — динамический параметр, а δ характеризует степень неоднородности пласта.

Результаты расчетов двух вариантов, отвечающих параметрам $\varepsilon = 0.4$, $\delta = 5(a)$ и $\delta = 100$ (б), приведены на фиг. 4 сплошными линиями. Для сравнения штриховыми линиями показаны границы целика остаточной нефти, полученные в рамках приближенного подхода, когда область постоянного градиента давления заменяется линией. В такой постановке задача решена в работе [5] методами теории потенциала. Из сравнения следует, что полученные в [5] границы целиков могут служить нижней оценкой при определении величины неподвижной нефти.

Расчет примера при $\delta = 100$, когда эффективная мощность более проницаемого пропластка мала по сравнению с эффективной мощностью второго пропластка, показывает (фиг. 4, б), что при достижении градиента давления, равного G_2 , пласт сразу почти полностью запирается неподвижной нефтью. Представляет интерес провести сравнение с предельным случаем $\delta = \infty$, отвечающим однородному пласту. Область постоянного градиента давления в этом случае вырождается в линию, отделяющую область полностью промываемого пласта от области, в которой пласт на всю мощность занят неподвижной нефтью. Такая задача решена в [1], где получено выражение для границы застойной зоны (или, в используемой здесь трактовке, целиков). Это решение на фиг. 4, а показано штрихпунктирной линией. Как и следовало ожидать, результаты для $\delta = 100$ и $\delta = \infty$ практически совпадают. Последнее обстоятельство позволяет пользоваться полученным в [1] решением при оценке целиков неподвижной нефти в двухслойных пластах с малой эффективной мощностью более проницаемого пропластка.

Поступила 18 II 1980

ЛИТЕРАТУРА

1. Алишаев М. Г., Вахитов Г. Г., Гехтман М. М., Глумов И. Ф. О некоторых особенностях фильтрации пластовой девонской нефти при пониженных температурах. Изв. АН СССР, МЖГ, 1966, № 3.
2. Алишаев М. Г., Бернадинер М. Г., Ентов В. М. Влияние предельного градиента на потери нефти при вытеснении ее водой. В сб.: Вопросы нелинейной фильтрации и нефтегазоотдачи при разработке нефтяных и газовых месторождений. М., Изд-е Ин-та геологии и разработки горючих ископаемых, 1972.
3. Бернадинер М. Г., Ентов В. М. Гидродинамическая теория фильтрации аномальных жидкостей. М., «Наука», 1975.
4. Котляр Л. М., Скворцов Э. В. О фильтрации вязкопластичной жидкости к стоку в криволинейном пласте. Докл. АН СССР, 1973, т. 209, № 5.

5. Ентов В. М., Малахова Т. А., Панков В. Н., Панько С. В. О расчете предельно-равновесных целиков при вытеснении вязкопластической нефти водой из слоисто-неоднородного пласта. ПММ, 1980, т. 44, вып. 1.
6. Котляр Л. М., Скворцов Э. В. Плоские стационарные задачи фильтрации жидкости с начальным градиентом. Изд-во Казанск. ун-та, 1978.
7. Христианович С. А. Движение грунтовых вод, не следующее закону Дарси. ПММ, 1940, т. 4, вып. 1.
8. Федоров А. В., Фомин В. М. Математическая модель движения газа в угольных пластах при нелинейном законе фильтрации. В сб.: Численные методы механики сплошной среды, т. 4, № 5. Новосибирск, Изд-е ВЦ СО АН СССР, 1973.