

\* Будем считать, что ударная волна распространяется по покоящемуся газу без противодавления ( $u_1 = 0, p_1 = 0$ ) с начальным удельным объемом  $V_1 = V_1(x)$ . В таком случае из уравнений (3) после преобразований приходим к следующему дифференциальному уравнению для определения закона движения ударной волны:

$$(5) \quad v_1 [c^2 (\gamma - 1) + v_2 (v_2 - \gamma v_1)]^2 = v_2 (c^2 - v_1^2) [c^2 (\gamma^2 - 1) + v_2 (v_2 - \gamma^2 v_1)]$$

Здесь  $v_1 = -dx_2 / dt$ , скорость  $v_2$  связана с  $u_2 = c^2 t / (C_1 + x_2)$  по формуле (4).

Простейшим решением (5) служит  $x_2 = ct + x_0$ , где  $x_0$  — начальная координата ударной волны.

Тогда из (2) и (3) окончательно находим ( $C_2$  — постоянная интегрирования)

$$\begin{aligned} \varepsilon_1 &= C_2 \left[ \frac{\gamma^2}{2(\gamma-1)} - 2 \right] \left[ \frac{1}{C_1^2} (C_1 + x_0) (C_1 - x_0 + 2x) \right]^{-\lambda} \\ \varepsilon_2 &= C_2 \left[ \frac{\gamma^2}{2(\gamma-1)} - 1 \right] \left[ \frac{1}{C_1^2} (C_1 + x_0) (C_1 + x_0 + 2ct) \right]^{-\lambda} \\ p_2 &= C_2 \left[ \frac{1}{C_1^2} (C_1 + x_0) (C_1 + x_0 + 2ct) \right]^{-\lambda} \\ V_1 &= \frac{c^2}{\varepsilon_1}, \quad V_2 = \left( \frac{\varepsilon_2}{c^2} - \frac{p}{\gamma-1} \right)^{-1}, \quad u_2 = \frac{c^2 t}{ct + C_1 + x_0}, \quad \lambda = \gamma^2 / [4(\gamma-1)] \end{aligned}$$

Поступила 18 XII 1978

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Седов Л. И. Методы подобия и размерности в механике. М., «Наука», 1957.
2. Коробейников В. П., Рязанов Е. В. Построение точных разрывных решений уравнений одномерной газодинамики и их приложения. ПММ, 1958, т. 22, вып. 2.
3. Шикин И. С. О точных решениях уравнений одномерной газодинамики с ударными и детонационными волнами. Докл. АН СССР, 1958, т. 122, № 1.
4. Шикин И. С. Римановские волны в релятивистской гидродинамике. Докл. АН СССР, 1960, т. 159, № 6.
5. Шикин И. С. К теории волн в релятивистской магнитной гидродинамике Чу — Голдберга — Лоу. Физика плазмы, 1976, т. 2, вып. 1.
6. Баум Ф. А., Каплан С. А., Станюкович К. П. Введение в космическую газодинамику. М., Физматгиз, 1958.

УДК 539.3

#### ПОЛЯ НАПРЯЖЕНИЙ ДИСЛОКАЦИОННЫХ КОНФИГУРАЦИЙ В ИЗОТРОПНОЙ ПЛАСТИНЕ

Г. В. Бушueva, А. А. Предводителев, Р. Д. Фролова,  
С. М. Хзарджян

(Москва)

Предлагается методика нахождения полей напряжений, создаваемых плоскими дислокационными конфигурациями в пластине. Определены поля напряжений различных дислокационных образований с произвольными векторами Бюргерса, лежащих в произвольной плоскости, параллельной поверхности пластины. Решение задачи получено на основе обобщения метода, предложенного в [1, 2], и представлено в аналитической форме, либо форме, удобной для численных расчетов.

Необходимость анализа полей уругих напряжений различных дислокационных образований в пластинах возникает в связи с широким практическим использованием тонких пленок. Этот вопрос рассматривался ранее лишь для частных случаев бесконечных прямолинейных винтовой [3], краевой [4] дислокаций и круговых дислокационных петель, лежащих в середине пластины [1, 2].

1. **Постановка задачи.** Пусть в плоскости, параллельной поверхности пластины толщины  $d$ , расположена дислокационная петля произвольной формы  $\zeta$  произвольным

вектором Бюргера  $b$ . Предположим, что плоскость залегания петли отстоит от верхней и нижней поверхностей пластины на расстояния  $h_1$  и  $h_2$  соответственно. Наличие дислокационной петли означает, что на площади  $S$ , ограниченной дислокационной линией, существует скачок смещений

$$(1.1) \quad \delta u(\mathbf{r}) = \int_S (\mathbf{b}_\perp + \mathbf{b}_\parallel) \delta(\mathbf{r} - \mathbf{r}') dS$$

Здесь  $\mathbf{b}_\perp$  — перпендикулярная,  $\mathbf{b}_\parallel$  — лежащая в плоскости петли компоненты вектора Бюргера дислокационной петли;  $\mathbf{r}'$  — переменная интегрирования.

Введем две декартовы системы координат — основную  $(x, y, z)$  и вспомогательную  $(\xi, \eta, z)$ . Плоскость  $xy$  основной системы совместим с плоскостью залегания петли. Начало координат вспомогательной системы сместим в плоскости  $xy$  на вектор  $\mathbf{r}'$ . Ось  $\xi$  направим вдоль единичного вектора  $\mathbf{k}$ , который составляет некоторый угол  $\theta$  с осью  $x$ .

Используя для  $\delta$ -функции интегральное представление [5], запишем (1.1) в виде

$$(1.2) \quad \delta u(\mathbf{r}) = \frac{1}{4\pi^2} \int_S \int_{-\infty}^{\infty} (\mathbf{b}_\parallel^{(1)} + \mathbf{b}_\parallel^{(2)} + \mathbf{b}_\perp) \cos(\mathbf{k}(\mathbf{r} - \mathbf{r}')) d\mathbf{k} dS$$

Здесь  $\mathbf{b}_\parallel^{(1)}$  и  $\mathbf{b}_\parallel^{(2)}$  — соответственно параллельная и перпендикулярная вектору  $\mathbf{k}$  составляющие вектора Бюргера  $\mathbf{b}_\parallel$ ;  $|\mathbf{k}| = \sqrt{l^2 + m^2}$ ;  $l$  и  $m$  — проекции вектора  $\mathbf{k}$  на оси  $x$  и  $y$  соответственно. Из выражения (1.2) видно, что, если известно напряженное состояние  $\sigma_{\alpha\beta}^{**}$ , вызываемое фурье-компонентами  $\delta u_\xi, \delta u_\eta, \delta u_z$ , соответствующими трем компонентам вектора Бюргера в (1.2)

$$(1.3) \quad \begin{aligned} \delta u_\xi &= Q, \quad \delta u_\eta = \delta u_z = 0; \quad \delta u_\eta = Q, \quad \delta u_\xi = \delta u_z = 0; \\ \delta u_z &= Q, \quad \delta u_\xi = \delta u_\eta = 0; \quad Q = \cos(\mathbf{k}(\mathbf{r} - \mathbf{r}')) = \cos k\xi \end{aligned}$$

то напряжение от дислокационной петли представимо в интегральной форме

$$(1.4) \quad (\sigma_{ik}(\mathbf{r}))_\perp = \frac{b_\perp}{4\pi^2} \int_S \int_{-\infty}^{\infty} \sigma_{ik}^*(\mathbf{k}(\mathbf{r} - \mathbf{r}')) d\mathbf{k} dS$$

$$(1.5) \quad (\sigma_{ik}(\mathbf{r}))_\parallel = \sigma_{ik}^{(1)}(\mathbf{r}) + \sigma_{ik}^{(2)}(\mathbf{r})$$

$$\sigma_{ik}^{(n)}(\mathbf{r}) = \frac{b_\parallel}{4\pi^2} \int_S \int_{-\infty}^{\infty} \lambda^{(n)} \sigma_{ik}^{*(n)}(\mathbf{k}(\mathbf{r} - \mathbf{r}')) d\mathbf{k} dS, \quad n = 1, 2$$

$$\lambda^{(1)} = \cos(\widehat{\mathbf{k}\mathbf{b}_\parallel}), \quad \lambda^{(2)} = \sin(\widehat{\mathbf{k}\mathbf{b}_\parallel})$$

$$(1.6) \quad \sigma_{ik}^* = \alpha_{i\alpha} \alpha_{k\beta} \sigma_{\alpha\beta}^{**}$$

Здесь  $\alpha_{ik}$  — матрица перехода от системы координат  $(\xi, \eta, z)$ , связанной с вектором  $\mathbf{k}$ , к основной системе  $(x, y, z)$ . Выражения, стоящие под знаком интеграла по  $S$ , являются интегральными представлениями функции Грина для напряжений от плоской дислокационной конфигурации в пластине. Напряжения от дислокационной петли с произвольным вектором Бюргера находятся суммированием выражений (1.4) и (1.5).

Таким образом решение задачи сводится к нахождению поля напряжений в пластине со свободными поверхностями, задаваемыми нормалью  $\mathbf{n}$ , когда на поверхностях выполняются условия

$$(1.7) \quad \langle \sigma \rangle \mathbf{n} = 0$$

Здесь  $\langle \sigma \rangle$  — тензор напряжений, создаваемых дислокационной петлей.

Решение этих частных задач определялось отдельно для верхней и нижней частей пластины. Сшивание полученных решений производилось исходя из того, что в плоскости залегания петли  $z = 0$  должен существовать скачок смещений вида (1.3), отвечающих фурье-компонентам, а компоненты тензора напряжений на плоскости  $z = 0$  непрерывны.

Первый тип смещений (1.3) отвечает случаю плоской деформации. При граничных условиях (1.7) и условиях сшивания, отвечающих этому типу смещений, решение задачи находится с помощью функции Эйри в виде

$$\begin{aligned}
 (1.8) \quad & \sigma_{\xi z}^{**\pm} = \mp \gamma f_0^\pm \sin k\xi, \quad \sigma_{zz}^{**\pm} = \gamma f_1^\pm \cos k\xi \\
 & \sigma_{\xi\xi}^{**\pm} = -\gamma f_2^\pm \cos k\xi, \quad \sigma_{\eta\eta}^{**\pm} = \nu (\sigma_{\xi\xi}^{**\pm} + \sigma_{zz}^{**\pm}), \quad \sigma_{\eta z}^{**} = \sigma_{\xi\eta}^{**} = 0 \\
 & \gamma = Gk / (1 - \nu); \quad f_n^\pm = f_n(k, z, p^\pm, q^\pm), \quad n = 0, 1, 2 \\
 & f_n = M [\varphi_n \operatorname{ch}(k|z|) + \psi_n \operatorname{sh}(k|z|)] \\
 & \Phi_0 = (1 - \nu) [(B_2 - A_2)(k|z| - C_1/2) + 1/2 C_2 (B_1 - A_1 + \\
 & + k|z| D_1/2)] + k|z| A_1 (B_2 - \nu A_2) \\
 & \Psi_0 = (1 - \nu) [(B_2 - A_2) - 1/2 C_2 (k|z| A_1 - D_1/2)] + (B_2 - \nu A_2) \times \\
 & \times (B_1 + A_1 - k|z| C_1/2) - A_1 [\nu B_2 + (1 - 2\nu) A_2] \\
 & \Phi_1 = (1 - \nu) k|z| A_1 C_2/2 + (B_2 - \nu A_2) (k|z| C_1/2 - B_1) + A_1 \times \\
 & \times [\nu B_2 + (1 - 2\nu) A_2] \\
 & \Psi_1 = -(1 - \nu) [1/2 C_2 (B_1 + k|z| D_1/2) + k|z| (B_2 - A_2)] - \\
 & - (C_1/2) [\nu B_2 + (1 - 2\nu) A_2] + k|z| A_1 (B_2 - \nu A_2) \\
 & \Phi_2 = (1 - \nu) [2(B_2 - A_2) - 1/2 C_2 (k|z| A_1 - D_1)] + (B_2 - \nu A_2) \times \\
 & \times (B_1 + 2A_1 - 1/2 k|z| C_1) - A_1 [\nu B_2 + (1 - 2\nu) A_2] \\
 & \Psi_2 = (1 - \nu) [k|z| (B_2 - A_2) + 1/2 C_2 (B_1 - 2A_1 + k|z| D_1/2)] + \\
 & + k|z| A_1 (B_2 - \nu A_2) - 1/2 C_1 [(2 - \nu) B_2 - A_2] \\
 & A_1 = \operatorname{sh}^2 kp, \quad A_2 = \operatorname{sh}^2 kq, \quad B_1 = k^2 p^2, \quad B_2 = k^2 q^2 \\
 & C_1 = \operatorname{sh} 2kp + 2kp, \quad C_2 = \operatorname{sh} 2kq + 2kq \\
 & D_1 = \operatorname{sh} 2kp - 2kp, \quad D_2 = \operatorname{sh} 2kq - 2kq \\
 & M = 2 [C_1 (B_2 + (1 - 2\nu) A_2) + C_2 (B_1 + (1 - 2\nu) A_1)]^{-1} \\
 & p^+ = h_1, \quad q^+ = h_2, \quad p^- = h_2, \quad q^- = h_1
 \end{aligned}$$

Здесь  $G$  — модуль сдвига,  $\nu$  — коэффициент Пуассона. Величины с индексом плюс относятся к области  $z \geq 0$ , а с индексом минус —  $z \leq 0$ .

Второй тип смещений (1.3) также представляет собой случай плоской деформации. С ним связано поле напряжений

$$\begin{aligned}
 (1.9) \quad & \sigma_{\xi z}^{**\pm(1)} = -\gamma g_0^\pm \cos k\xi, \quad \sigma_{zz}^{**\pm(1)} = \mp \gamma g_1^\pm \sin k\xi \\
 & \sigma_{\xi\xi}^{**\pm(1)} = \mp \gamma g_2^\pm \sin k\xi, \quad \sigma_{\eta\eta}^{**\pm(1)} = \nu (\sigma_{\xi\xi}^{**\pm(1)} + \sigma_{zz}^{**\pm(1)}) \\
 & \sigma_{\eta\xi}^{**} = \sigma_{\eta z}^{**} = 0, \quad g_n^\pm = g_n(k, z, p^\pm, q^\pm), \quad n = 0, 1, 2 \\
 & g_n = N [\Phi_n \operatorname{ch}(k|z|) + \Psi_n \operatorname{sh}(k|z|)] \\
 & \Phi_0 = (1 - \nu) A_1 (A_2 - B_2 - k|z| D_2/2) + (B_2 - \nu A_2) (A_1 - B_1 - \\
 & - k|z| D_1/2) \\
 & \Psi_0 = (1 - \nu) [1/2 D_2 (k|z| C_1/2 - B_1) + k|z| (B_2 - A_2)] + \\
 & + k|z| A_1 (B_2 - \nu A_2) - 1/2 D_1 [\nu B_2 + (1 - 2\nu) A_2] \\
 & \Phi_1 = (1 - \nu) [(B_2 - A_2) (k|z| + D_1/2) - 1/2 D_2 (B_1 - A_1 - k \times \\
 & \times |z| C_1/2)] + k|z| A_1 (B_2 - \nu A_2) \\
 & \Psi_1 = -(1 - \nu) [1/2 D_2 (k|z| A_1 + C_1/2) + (1 - A_1) (B_2 - A_2)] + \\
 & + (B_2 - \nu A_2) (B_1 + k|z| D_1/2) \\
 & \Phi_2 = (1 - \nu) [1/2 D_2 (B_1 + A_1 - k|z| C_1/2) - (B_2 - A_2) (k|z| + \\
 & + D_1/2)] + (B_2 - \nu A_2) (D_1 - k|z| A_1) \\
 & \Psi_2 = (1 - \nu) [(1 - A_1) (A_2 - B_2) - 1/2 D_2 (1/2 C_1 - k|z| A_1)] + \\
 & + (B_2 - \nu A_2) (B_1 - 2A_1 + k|z| D_1/2) \\
 & N = 2 [D_1 (B_2 + (1 - 2\nu) A_2) + D_2 (B_1 + (1 - 2\nu) A_1)]^{-1}
 \end{aligned}$$

Поле напряжений, соответствующее третьему типу смещений (1.3), отвечает антиплоской деформации. В этом случае уравнение равновесия принимает форму урав-

нения Лапласа, решение которого имеет вид

$$(1.10) \quad \begin{aligned} \sigma_{\xi\eta}^{**\pm(2)} &= \mp 1/2 Gkg_3(k, z, p^\pm, q^\pm) \sin k\xi \\ \sigma_{\eta z}^{**\pm(2)} &= -1/2 Gkg_4(k, z, p^\pm, q^\pm) \cos k\xi, \quad \sigma_{\xi\xi}^{**\pm(2)} = \sigma_{\eta\eta}^{**\pm(2)} = \\ &= \sigma_{zz}^{**\pm(2)} = \sigma_{\xi z}^{**\pm(2)} = 0 \\ g_3 &= \omega [\operatorname{ch}(k|z|) - \operatorname{th}(kp) \operatorname{sh}(k|z|)] \\ g_4 &= \omega [\operatorname{ch}(k|z|) \operatorname{th}(kp) - \operatorname{sh}(k|z|)] \\ \omega &= 2 \operatorname{th}(kp) / [\operatorname{th}(kp) + \operatorname{th}(kq)] \end{aligned}$$

Знание полей напряжений (1.8) — (1.10), связанных с фурье-компонентами смещений (1.3), дает возможность по формулам (1.4), (1.5) и (1.6) определить поля напряжений в пластине для дислокаций произвольной формы с произвольными векторами Бюргерса. Устремляя  $h_1$  или  $h_2$  к бесконечности, можно найти также поля напряжений для дислокаций произвольной формы с векторами Бюргерса в полубесконечной среде.

2. Поле напряжений круговых дислокационных петель в пластине. Рассмотрим решение задачи для частного случая круговой дислокационной петли радиуса  $a$  с произвольным вектором Бюргерса  $\mathbf{b}$ . Пусть  $(x, y, z)$  и  $(r, \alpha, z)$  — декартова и цилиндрическая системы координат, начало которых находится в центре петли. В этом случае  $n = k \cos \theta$ ,  $m = k \sin \theta$ ,  $r = (r, \alpha)$ ,  $r' = (r', \alpha')$ . Интегрирование (1.2) по  $ds$  дает

$$(2.1) \quad \delta \mathbf{u} = \frac{a}{2\pi} \int_0^{2\pi} \int_0^\infty \mathbf{b} \cos(kr \sin \theta) J_1(ka) dk d\theta$$

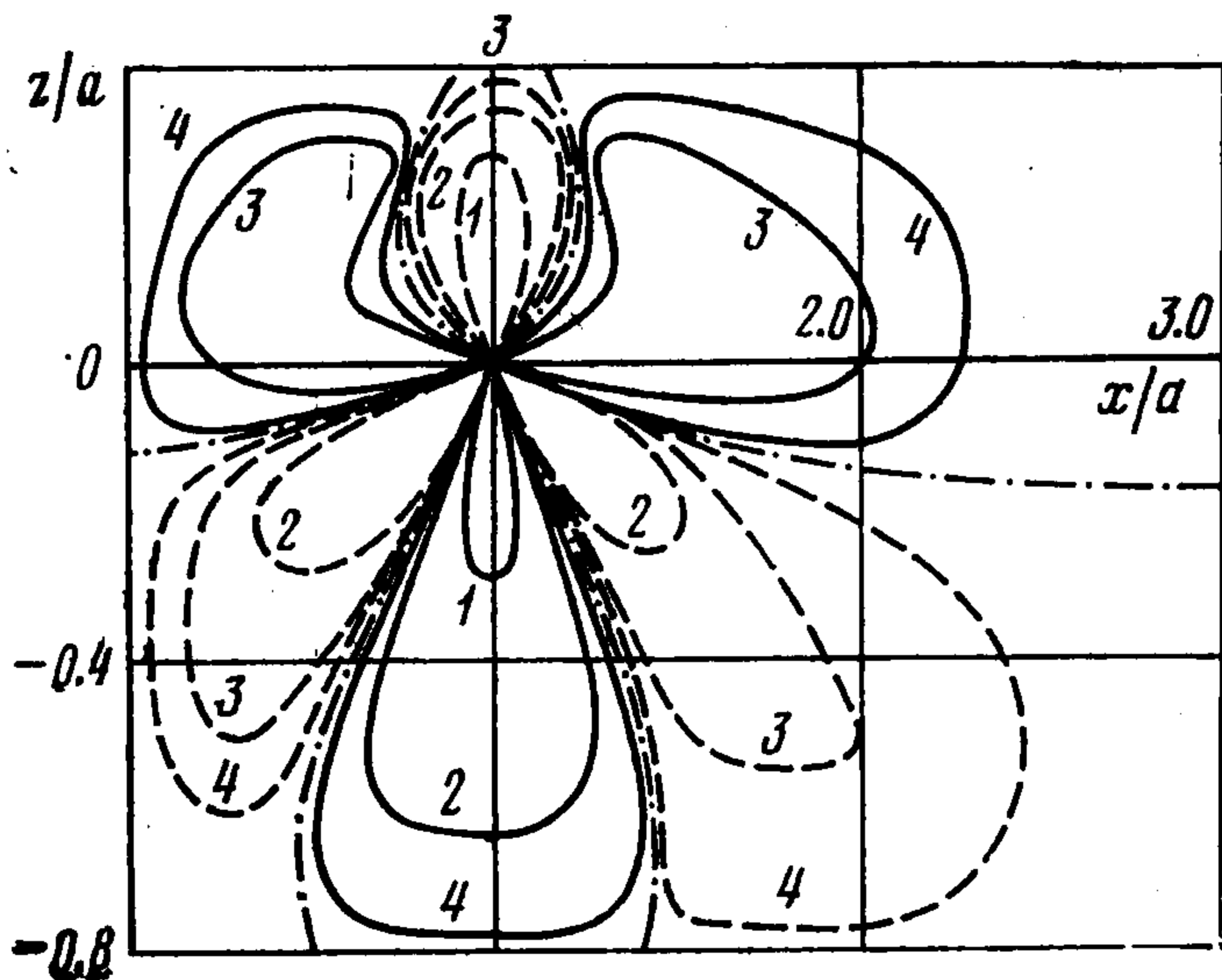
Здесь  $J_1$  — функция Бесселя первого порядка. Рассмотрим сначала краевую дислокационную петлю. В этом случае, как следует из (2.1), определение  $\sigma_{ik}$  сводится к вычислению интеграла

$$(2.2) \quad \sigma_{ik} = \frac{ab_\perp}{2\pi} \int_0^\infty \int_0^{2\pi} J_1(ma) \sigma_{ik}^* dm d\theta$$

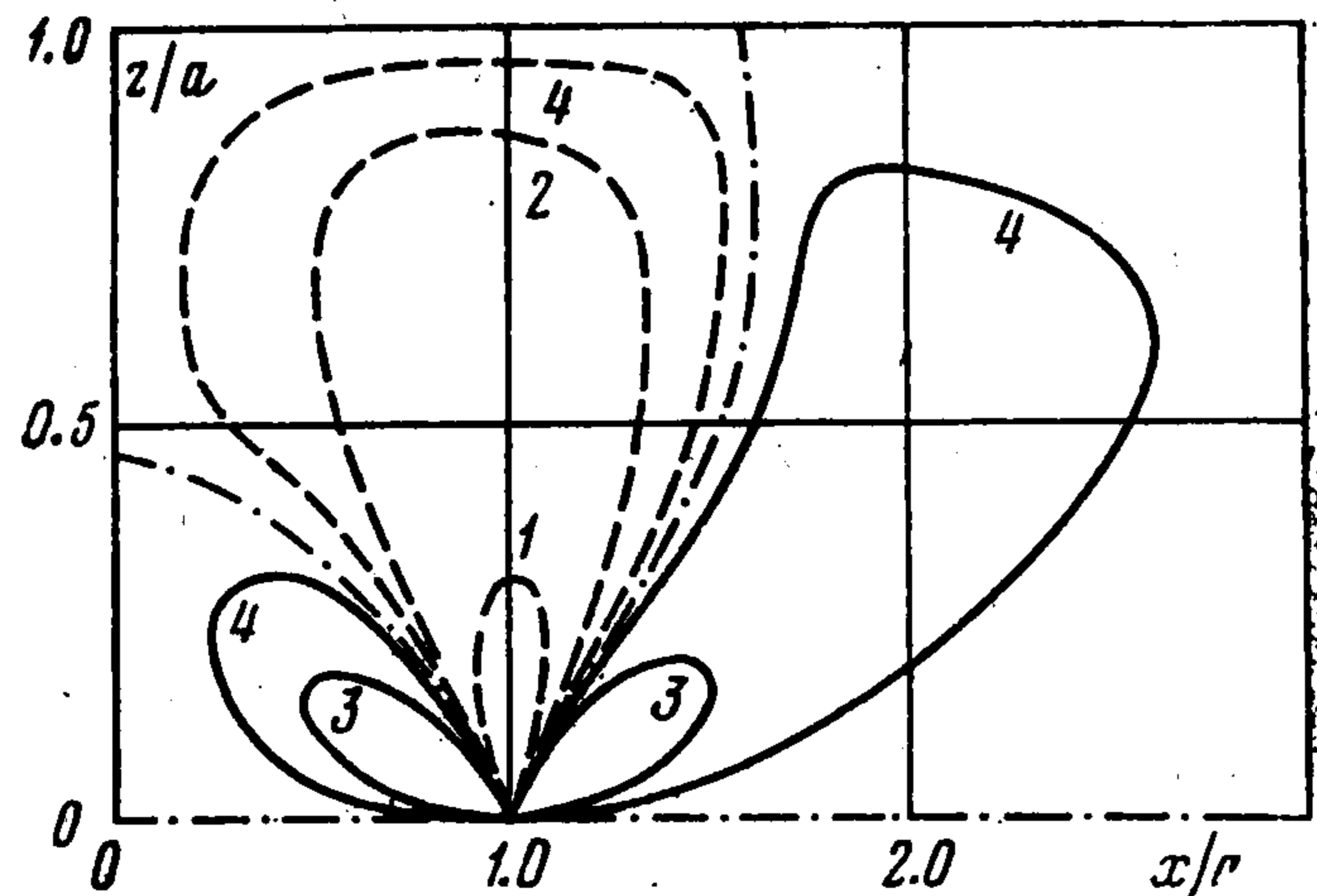
Вычисление интеграла (2.2) с учетом соотношений (1.6) и (1.8) приводит к следующему выражению для компонент упругого поля напряжений краевой петли в пластине:

$$(2.3) \quad \begin{aligned} \sigma_{xz}^\pm &= \mp \beta_\perp F_0^\pm \cos \alpha, \quad \sigma_{yz}^\pm = \mp \beta_\perp F_0^\pm \sin \alpha \\ \sigma_{xx}^\pm &= -\beta_\perp \{ \nu F_1^\pm \sin^2 \alpha + F_2^\pm [1 - (1 - \nu) \sin^2 \alpha] + F_3^\pm r^{-1} \cos 2\alpha \} \\ \sigma_{yy}^\pm &= -\beta_\perp \{ \nu F_1^\pm \cos^2 \alpha + F_2^\pm [1 - (1 - \nu) \cos^2 \alpha] - F_3^\pm r^{-1} \cos 2\alpha \} \\ \sigma_{xy}^\pm &= -\beta_\perp \{ -1/2 \nu F_1^\pm + 1/2 (1 - \nu) F_2^\pm + F_3^\pm r^{-1} \} \sin 2\alpha \\ \sigma_{zz}^\pm &= -\beta_\perp F_1^\pm, \quad \beta_\perp = Gb_\perp a (1 - \nu)^{-1} \\ F_0^\pm &= \int_0^\infty k J_1(ka) J_1(kr) f_0(k, z, p^\pm, q^\pm) dk \\ F_i^\pm &= \int_0^\infty k J_1(ka) J_1(kr) f_i(k, z, p^\pm, q^\pm) dk, \quad i = 1, 2 \\ F_3^\pm &= \int_0^\infty J_1(ka) J_1(kr) f_3(k, z, p^\pm, q^\pm) dk \\ f_3^\pm &= \nu f_1(k, z, p^\pm, q^\pm) - (1 - \nu) f_2(k, z, p^\pm, q^\pm) \end{aligned}$$

Фигуры 1 и 2 иллюстрируют характер изменения сдвиговых напряжений  $\sigma_{xz}$  в единицах  $Gb_\perp / (1 - \nu) a$  в точках на плоскости  $xz$  при  $\nu = 0.34$  для случаев  $2h_1 = h_2 = 0.8a$  и  $h_1 = h_2 = a$  соответственно. Для сравнения на фиг. 3 приведены аналогичные кривые для краевой петли в бесконечной среде. Кривые 1—5 отвечают значе-

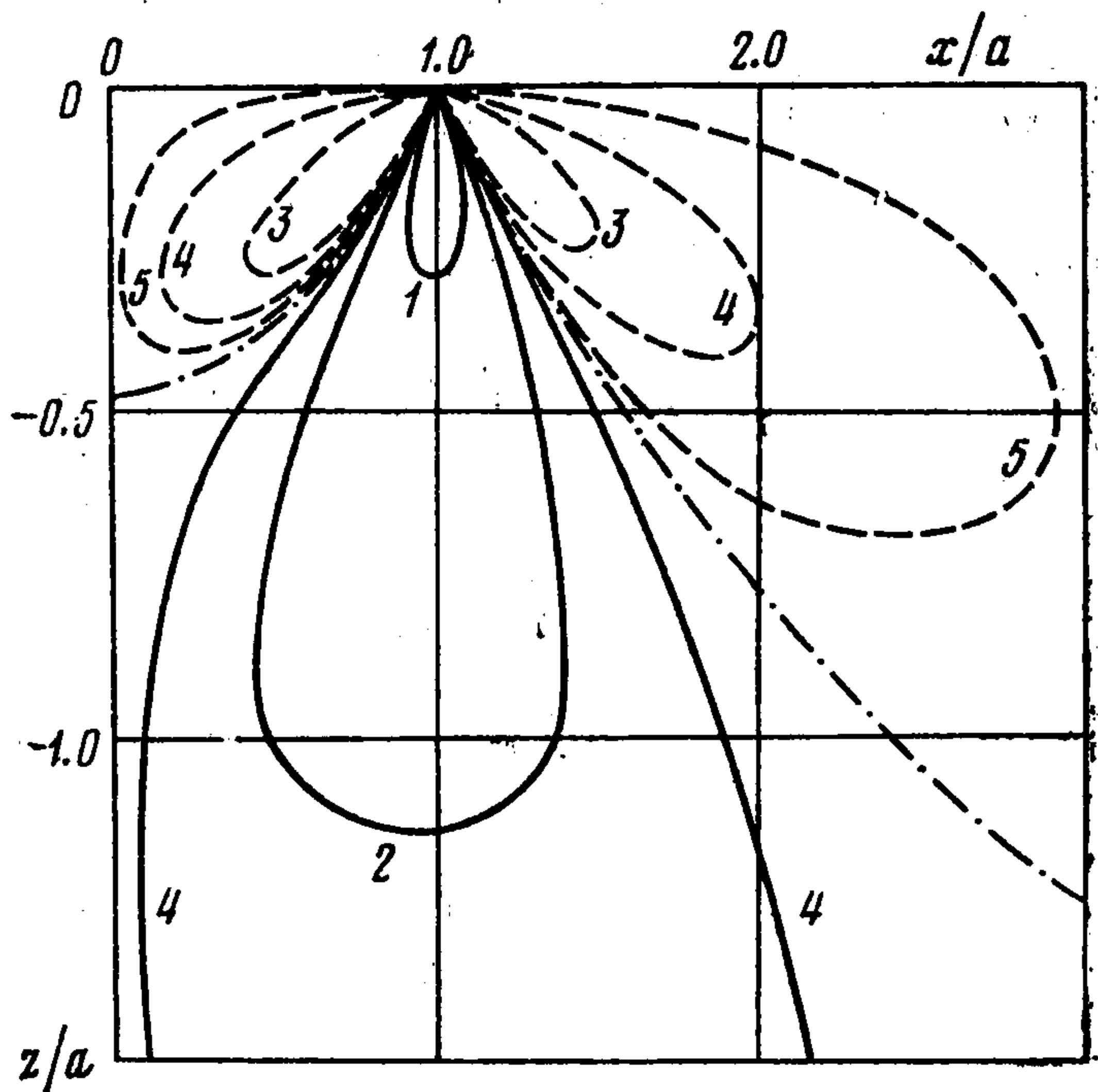


Фиг. 1



Фиг. 2

ниям  $(1 - \nu) a \sigma_{xz} / G b_{\perp} = 0.5, 0.1, 0.05, 0.02$  и  $0.005$ . Сплошными линиями отмечены положительные, штриховыми — отрицательные, штрихпунктирными — нулевые уровни сдвигового напряжения. Видно, что смещение дислокационной петли из центральной плоскости может приводить к дополнительному выходу линий  $\sigma_{xz} = 0$  на поверхность. Это означает, что при несимметричном расположении дислокационных петель в пластине напряжения в приповерхностных слоях могут изменяться не только по величине, но и по знаку, т. е. меняется характер распределения напряжений. Последнее может иметь существенное значение для физических процессов, развивающихся в тонких пленках.



Фиг. 3

Для скользящей круговой дислокационной петли выражение (1.5) приобретает вид

$$\sigma_{ik} = \frac{ab_{\parallel}}{2\pi} \int_0^{\infty} \int_0^{2\pi} J_1(ka) [\sigma_{ik}^{*(1)} \sin(\alpha + \theta) + \sigma_{ik}^{*(2)} \cos(\alpha + \theta)] dk d\theta$$

Здесь  $\sigma_{ik}^{*(i)}$  связаны с  $\sigma_{ik}^{**(i)}$  соотношением (1.6), а  $\sigma_{ik}^{**(i)}$  определяются выражениями (1.9) и (1.10). Выполнив интегрирование, получим

$$(2.4) \quad \begin{aligned} \sigma_{zz}^{\pm} &= \mp \beta_{\parallel} \Phi_1^{\pm} \cos \alpha \\ \sigma_{yy}^{\pm} &= \mp \beta_{\parallel} \{ \cos \alpha [ \frac{3}{4} \nu \Phi_1^{\pm} + (1 + 3\nu) \Phi_2^{\pm} / 4 - (1 - \nu) \Phi_3^{\pm} / 4 ] - \\ &\quad - \frac{1}{4} \Phi_6^{\pm} \cos 3\alpha \} \\ \sigma_{xx}^{\pm} &= \mp \beta_{\parallel} \{ \cos \alpha [ (\nu / 4) \Phi_1^{\pm} + (3 + \nu) \Phi_2^{\pm} / 4 - \frac{1}{4} (1 - \nu) \Phi_3^{\pm} ] + \\ &\quad + \frac{1}{4} \Phi_6^{\pm} \cos 3\alpha \} \\ \sigma_{xy}^{\pm} &= \mp \beta_{\parallel} \{ \sin \alpha [ -\frac{1}{4} \nu \Phi_1^{\pm} + \frac{1}{4} (1 - \nu) \Phi_2^{\pm} + \\ &\quad + \frac{1}{4} (1 - \nu) \Phi_3^{\pm} ] + \frac{1}{4} \Phi_6^{\pm} \sin 3\alpha \} \\ \sigma_{xz}^{\pm} &= -\beta_{\parallel} \{ \cos 2\alpha ( \frac{1}{2} \Phi_5^{\pm} - r^{-1} \Phi_7^{\pm} ) + \frac{1}{2} \Phi_5^{\pm} + \frac{1}{2} (1 - \nu) \Phi_4^{\pm} \} \\ \sigma_{yz}^{\pm} &= -\beta_{\parallel} \sin 2\alpha ( \frac{1}{2} \Phi_5^{\pm} - r^{-1} \Phi_7^{\pm} ), \quad \beta_{\parallel} = G b_{\parallel} a / (1 - \nu) \end{aligned}$$

$$\Phi_i^\pm = \int_0^\infty k J_1(ka) J_1(kr) g_i(k, z, p^\pm, q^\pm) dk, \quad i = 1, 2, 3$$

$$\Phi_j^\pm = \int_0^\infty k J_1(ka) J_0(kr) g_j(k, z, p^\pm, q^\pm) dk, \quad j = 4, 5$$

$$\Phi_6^\pm = \int_0^\infty k J_1(ka) J_3(kr) [\nu g_1 - (1 - \nu)(g_2 - g_3)] dk$$

$$\Phi_7^\pm = \int_0^\infty J_1(ka) J_1(kr) g_5(k, z, p^\pm, q^\pm) dk$$

$$g_5 = g_0(k, z, p^\pm, q^\pm) - (1 - \nu) g_4(k, z, p^\pm, q^\pm) / 2$$

3. Поле напряжений прямолинейных дислокаций и других плоских дислокационных конфигураций в пластине. Соотношения (2.3) и (2.4) дают возможность найти поля напряжений прямолинейных дислокаций, расположенных параллельно поверхности пластины. Для этого достаточно перенести систему координат из центра петли на линию дислокации и в полученных соотношениях совершить предельный переход при  $a \rightarrow \infty$ . Для краевой дислокации, параллельной оси  $x$ , плоскость скольжения которой перпендикулярна поверхности пластины, получим

$$\begin{aligned} (3.1) \quad \sigma_{yz}^\pm &= \mp \beta_\perp^* \int_0^\infty f_0(k, z, p^\pm, q^\pm) \cos ky dk \\ \sigma_{yy}^\pm &= \beta_\perp^* \int_0^\infty f_2(k, z, p^\pm, q^\pm) \sin ky dk, \quad \sigma_{zz}^\pm = \beta_\perp^* \int_0^\infty f_1(k, z, p^\pm, q^\pm) \sin ky dk \\ \sigma_{xx}^\pm &= \nu (\sigma_{yy}^\pm + \sigma_{zz}^\pm), \quad \sigma_{xz} = \sigma_{xy} = 0, \quad \beta_\perp^* = Gb_\perp / \pi (1 - \nu) \end{aligned}$$

Соответственно для краевой дислокации, ориентированной вдоль оси  $x$ , с плоскостью скольжения, параллельной поверхности пластины, имеем

$$\begin{aligned} (3.2) \quad \sigma_{yz}^\pm &= \beta_\parallel^* \int_0^\infty \sin ky \left[ g_5(k, z, p^\pm, q^\pm) + \frac{(1 - \nu)}{2} g_4(k, z, p^\pm, q^\pm) \right] dk \\ \sigma_{zz}^\pm &= \mp \beta_\parallel^* \int_0^\infty g_1(k, z, p^\pm, q^\pm) \cos ky dk \\ \sigma_{yy}^\pm &= \mp \beta_\parallel^* \int_0^\infty g_2(k, z, p^\pm, q^\pm) \cos ky dk \\ \sigma_{xx}^\pm &= \nu (\sigma_{yy}^\pm + \sigma_{zz}^\pm), \quad \sigma_{xz}^\pm = \sigma_{xy}^\pm = 0, \quad \beta_\parallel^* = Gb_\parallel / \pi (1 - \nu) \end{aligned}$$

Для винтовой дислокации, параллельной оси  $x$ :

$$\begin{aligned} (3.3) \quad \sigma_{xy}^\pm &= \mp Gb_\parallel (2d)^{-1} T_1 / T_2, \quad \sigma_{xz}^\pm = Gb_\parallel (2d)^{-1} T_3 / T_2 \\ \sigma_{yz}^\pm &= \sigma_{zz}^\pm = \sigma_{xx}^\pm = \sigma_{yy}^\pm = 0 \\ T_1 &= \operatorname{ch} \frac{\pi y}{d} \sin \frac{\pi q^\pm}{d} \cos \frac{\pi(p^\pm - z)}{d} + \frac{1}{2} \sin \frac{2\pi \gamma^\pm}{d} \\ T_2 &= \left( \operatorname{ch} \frac{\pi y}{d} - \cos \frac{\pi z}{d} \right) \left( \operatorname{ch} \frac{\pi y}{d} + \cos \frac{\pi(q^\pm - p^\pm + z)}{d} \right) \\ T_3 &= \operatorname{sh} \frac{\pi y}{d} \sin \frac{\pi q^\pm}{d} \sin \frac{\pi(p^\pm - z)}{d} \end{aligned}$$

Комбинируя (3.1), (3.2) и (3.3), можно найти поле напряжений прямолинейных дислокаций с произвольными векторами Бюргера, а также поля напряжений любых дислокационных образований, составленных из прямолинейных дислокаций: дислокационных диполей, стенок, сеток различных конструкций и т. п. в пластине.

Поступила 15 II 1979

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Chou Y. T., Eshelby J. D. The energy and line tension of a dislocation in a hexagonal crystal. J. Mech. Phys. Solids, 1962, vol. 10, No. 1.
2. Chou Y. T. Energy of circular dislocation loops in thin plates. Acta Metallurg., 1963, vol. 11, No. 8.
3. Leibfried G., Dietze H. Zur Theorie der Schraubenversetzung. Z. Phys., 1949, Bd 126, H. 10/12.
4. Kroupa F. Napětí a deformace v nekonečném pásu způsobené hranovou dislokací. Aplikace Matematiky, 1959, vol. 4, No. 5.
5. Маделунг Э. Математический аппарат физики, Физматгиз, 1960.

## V Всесоюзный съезд по теоретической и прикладной механике

Национальный комитет СССР по теоретической и прикладной механике совместно с Академией наук КазССР и Казахским государственным университетом проводят в Алма-Ате с 27 мая по 3 июня 1981 г. V Всесоюзный съезд по теоретической и прикладной механике.

В состав Оргкомитета съезда входят Г. Н. Абрамович, В. С. Авдуевский, Н. А. Алумяэ, С. А. Амбарцумян, Н. Х. Арутюнян, О. М. Белоцерковский (первый зам. председателя), Н. Н. Боголюбов, В. В. Болотин, Л. А. Галин, А. Л. Гольденвейзер, С. С. Григорян, А. Н. Гузь, У. А. Джолдасбеков (зам. председателя), Ж. С. Ержанов, Ш. А. Ершин, О. А. Жаутыков, Ш. Ш. Ибрагимов, А. А. Ильющин, А. Ю. Ишлинский (зам. председателя), Х. Р. Казыханов (ученый секретарь по оргвопросам), Д. М. Климов, П. Я. Кочина, Н. Ф. Краснов, Н. Н. Красовский, А. Г. Куликовский, А. М. Кунаев (сопредседатель), М. А. Лаврентьев (сопредседатель), Г. В. Логвинович, Л. Г. Лойцянский (зам. председателя), А. Т. Лукьянов, А. К. Малмейстер, Ю. А. Митропольский, Г. К. Михайлов (ученый секретарь по научной программе), И. Д. Молюков, В. В. Новожилов, И. Ф. Образцов (зам. председателя), Л. В. Овсянников, Д. Е. Охоцимский, В. В. Панасюк, Г. И. Петров, Я. С. Подстригач, Ю. Н. Работнов, Б. В. Раушенбах, Х. А. Рахматулин (зам. председателя), В. В. Румянцев, Г. П. Свищев, Л. И. Седов (первый зам. председателя), Г. Ю. Степанов, В. В. Струминский, У. М. Султангазин, В. В. Сычев, В. И. Феодосьев, К. Ф. Фролов, Г. Г. Чахмахчев, В. Н. Челомей, Г. Г. Черный (зам. председателя), Н. Н. Яненко.

Оргкомитет съезда приглашает сотрудников научно-исследовательских учреждений, вузов и промышленных предприятий СССР принять участие в работе съезда.

Работа съезда будет проходить в следующих секциях: I. Общая и прикладная механика. II. Механика жидкости и газа. III. Механика деформируемого твердого тела.

В составе первой секции намечаются следующие подсекции: I—1. Аналитическая механика и устойчивость движения; I—2. Оптимизация в задачах механики; I—3. Колебания механических систем; I—4. Гироскопические системы; I—5. Механика космического полета; I—6. Теория механизмов и машин, роботы; I—7. Проблемы преподавания и истории механики.

В составе второй секции намечаются следующие подсекции: II—1. Общая и прикладная гидродинамика; II—2. Аэродинамика и газовая динамика; II—3. Движение вязкой жидкости и пограничный слой; II—4. Турбулентность и смешение потоков; II—5. Магнитная гидродинамика и динамика плазмы; II—6. Движение жидкости и