Прикладная математика и механика. Том 44, вып. 4, 1980

УДК 62—50

О ПОЗИЦИОННОМ УПРАВЛЕНИИ В СИСТЕМАХ С РАСПРЕДЕЛЕННЫМИ ПАРАМЕТРАМИ

А. И. Короткий, Ю. С. Осипов

(Свердловск)

Для некоторых классов параболических и гиперболических систем изучаются задачи позиционного управления в условиях неопределенности или конфликта. Задачи трактуются как дифференциальные игры в подходящих функциональных пространствах [1–4]. Указываются необходимые и достаточные условия разрешимости задач и способ построения искомых управлений.

В работах [5–7] для решения подобных задач существенно использовалось представление движений системы в виде ряда Фурье. Ниже при решении рассматриваемых задач используются соображения, не опирающиеся на такое представление. Это позволило рассмотреть некоторые новые классы систем с распределенными параметрами (в частности, нестационарные и нелинейные по фазовой переменной), для которых оказывается справедливым аналог известной альтернативы, и управления, разрешающие задачи, могут быть построены в форме экстремальных стратегий [1–4]. Статья примыкает к исследованиям [8–12].

1. Рассмотрим управляемую систему, состояние которой в каждый момент t из заданного промежутка $[t_0, \vartheta]$ характеризуется скалярной функцией $y(t, \cdot) = y(t_0, x)$, определенной в области Ω пространства R^n, $n \geqslant 1$, с границей Γ. Система подвержена управляющему воздействию $u = u(t, x)$ и помехе $v = v(t, x)$, стесненным ограничениями $u(t, \cdot) \in P(t)$, $v(t, \cdot) \in G(t)$, где $P(t)$ и $G(t)$ — некоторые совокупности вектор-функций, определенных на Ω. Динамика системы описывается соотношениями

$$y_t = \frac{\partial}{\partial x_j}\left(a_{ij}(t, x)\frac{\partial y}{\partial x_i}\right) + f(t, x, y, u, v) \quad \text{в } Q = (t_0, \vartheta) \times \Omega \tag{1.1}$$

$$\sigma_1 \frac{\partial y}{\partial N} + \sigma_2(t, x)\, y = 0 \quad \text{в } \Sigma = (t, \vartheta) \times \Gamma \tag{1.2}$$

$$y(t_0, x) = y_0 \text{ в } \Omega \tag{1.3}$$

При заданных ограничениях на ресурсы u и v требуется указать способ формирования воздействия u (v) по принципу обратной связи $u[t] = u(t, x, y[t, \cdot])$ ($v[t] = v(t, x, y[t, \cdot])$), обеспечивающий (исключающий) при любых допустимых реализациях воздействий v (u) переход системы (1.1)—(1.3) в заданное множество состояний с соблюдением в процессе перехода заданных фазовых ограничений.

Уточним постановку задачи. Будем считать, что множества Ω, Γ, $P(t)$, $G(t)$ и функции a_{ij} удовлетворяют ограничениям, указанным в [6], причем условие коэрцитивности выполняется равномерно по t и $\partial a_{ij} / dt \in L_\infty(Q)$. Предполагается также, что функция f измерима по (t, x) на $(t_0, \vartheta) \times \Omega$ и непрерывна по (y, u, v) на $R \times R^{m_1} \times R^{m_2}$, при всяком выборе $u \in P(t_0, \vartheta)$, $v \in G(t_0, \vartheta)$ функция $f(t, x, y, u, v)$ удовлетворяет условию Липшица по y для почти всех (t, x), причем $f(t, x, 0, u, v) \in L_2(Q)$ и $\|f(t, x, 0, u, v)\|_{L_2(Q)} \leqslant C$ (постоянная Липшица и C не зависят от выбора u и v). Предположим также, что σ_1 есть либо 0, либо 1 и при $\sigma_1 = 0$ функция $\sigma_2 = 1$; σ_2, $\partial\sigma_2 / \partial t \in L_\infty(\Sigma)$, $\sigma_2 \geqslant 0$; $y_0 \in \Phi$, где Φ есть $W^1_{0,2}(\Omega)$ при $\sigma_1 = 0$ и есть $W_2^1(\Omega)$ при $\sigma_1 = 1$.

Здесь $P(t_1, t_2)$ $(G(t_1, t_2))$ — множество всех измеримых на $[t_1, t_2] \subseteq [t_0, \vartheta)$ функций $t \to P(t)$ $(G(t))$. Согласно теореме об измеримом выборе, эти множества непусты [13]. Измеримость и интегрируемость всюду будут пониматься в смысле Лебега, производные — в обобщенном смысле (см., например, [14–16]).

Правило U, ставящее в соответствие всякой тройке $\{t_1, t_2, y\}$, $t_0 \leqslant t_1 < t_2 \leqslant \vartheta$, $y \in L_2(\Omega)$, некоторое непустое подмножество $U(t_1, t_2, y) \subseteq P(t_1, t_2)$, назовем стратегией. Пусть Δ — конечное разбиение $[t_0, \vartheta]$ точками $t_0 = \tau_0 < \ldots < \tau_m = \vartheta$, $d\Delta = \max_i (\tau_{i+1} - \tau_i)$. Движением $y[t]_\Delta = y[t; t_0, y_0, U]_\Delta$, $t_0 \leqslant t \leqslant \vartheta$, системы (1.1)—(1.3) из позиции $\{t_0, y_0\}$, отвечающим стратегии U и разбиению Δ, назовем всякую функцию $y[t]_\Delta$ из $W^1_{2,0}(Q)$ при $\sigma_1 = 0$ и $W_2^1(Q)$ при $\sigma_1 = 1$, равную y_0 при $t = t_0$ и удовлетворяющую тождеству

$$\int_Q \left(\frac{\partial y[t]_\Delta}{\partial t}\eta + a_{ij}\frac{\partial y[t]_\Delta}{\partial x_i}\frac{\partial \eta}{\partial x_j}\right) dx\,dt + \sigma_1 \int_\Sigma \sigma_2 y[t]_\Delta \eta\, d\Gamma\, dt =$$
$$= \int_Q f(t, x, y[t]_\Delta, u[t], v[t])\,\eta\, dx\,dt$$

при всякой функции η из того же класса, что и $y[t]_\Delta$; на каждом промежутке $[\tau_i, \tau_{i+1})$ $u[\cdot] \in U(\tau_i, \tau_{i+1}, y[\tau_i]_\Delta)$ и $v[\cdot] \in G(\tau_i, \tau_{i+1})$.

Можно показать, что множество введенных движений непусто [14–16] и функция $y[t]_\Delta$ непрерывна по $t \in [t_0, \vartheta]$ в слабой топологии Φ.

Символом $y(t; t_0, y_0, u, v)$ обозначим программное движение, отвечающее начальной позиции $\{t_0, y_0\}$ и функциям $u \in P(t_0, \vartheta), v \in G(t_0, \vartheta)$.

Аналогичным образом определяются стратегии V и движения, отвечающие параметру v.

Пусть M и N — множества из $[t_0, \vartheta] \times \Phi$.

Исходные задачи управления могут быть теперь сформулированы следующим образом [6].

Задача 1.1. Требуется построить стратегию U со свойством: каково бы ни было число $\varepsilon > 0$, можно указать число $\delta > 0$, такое, что для каждого движения $y[t]_\Delta = y[t; t_0, y_0, U]_\Delta$ с $d\Delta \leqslant \delta$ в некоторый момент $t_* = t(y[\cdot]_\Delta) \in [t_0, \vartheta]$ выполняется условие встречи:

$$\rho(\{t_*, y[t_*]_\Delta\}, M) = \inf_{\{t, z\} \in M} (|t_* - t|^2 + \|y[t_*]_\Delta - z\|_{L_2}^2)^{1/2} \leqslant \varepsilon,$$
$$\rho(\{\tau, y[\tau]_\Delta\}, N) \leqslant \varepsilon, \quad t_0 \leqslant \tau \leqslant t_*.$$

Задача 1.2. Требуется построить стратегию V со свойством: существуют числа $\varepsilon > 0$ и $\delta > 0$, такие, что для каждого движения $y[t]_\Delta = y[t;\ t_0,\ y_0,\ V]_\Delta$ с $d\Delta \leqslant \delta$ не выполняется условие встречи.

Укажем условия разрешимости задач и способ построения искомых стратегий.

Условие 1.1. Если последовательности $\{u_k\}$, $\{v_k\}$ слабо сходятся к u и v в $L_2([t_0,\ \vartheta];\ L_2^{m_1}(\Omega))$ и $L_2([t_0,\ \vartheta];\ L^{m_2}{}_2(\Omega))$ соответственно, то из $\{y(t;\ t_0,\ y_0,\ u_k,\ v_k)\}$ можно выделить подпоследовательность, сходящуюся к $y(t;\ t_0,\ y_0,\ u,\ v)$ в $C([t_0,\ \vartheta];\ L_2(\Omega))$.

Условие 1.2. Выполняется условие (см. [3]): для любых t_1 и t_2, $t_0 \leqslant t_1 < t_2 \leqslant \vartheta$, z и y из $L_2(\Omega)$

$$\min_{P(t_1,\,t_2)}\ \max_{G(t_1,\,t_2)} \int_{t_1}^{t_2} \langle z, f(t, x, y, u, v)\rangle_{L_2} dt =$$

$$= \max_{G(t_1,\,t_2)}\ \min_{P(t_1,\,t_2)} \int_{t_1}^{t_2} \langle z, f(t, x, y, u, v)\rangle_{L_2} dt$$

Пусть K — некоторое множество из $[t_0,\ \vartheta] \times \Phi$. Символом U^e будем обозначать стратегию (и будем называть ее экстремальной к K) следующего вида. Если сечение $K(t_1) = \varnothing$, то $U^e(t_1,\ t_2,\ y)$ — произвольное подмножество из $P(t_1,\ t_2)$. Если $K(t_1) \neq \varnothing$, то $U^e(t_1,\ t_2,\ y) = \{u^e\}$, где u^e — функция со свойством: существуют последовательности $\{u_k\} \subset P(t_1,\ t_2)$, $\{y_k\} \subset K(t_1)$, такие, что $\lim\limits_k \| y - y_k \|_{L_2} = \inf \{\| y - z \|_{L_2} \mid z \in K(t_1)\}$ $u_k \to u^e$ слабо в $L_2([t_1,\ t_2];\ L^{m_1}{}_2(\Omega))$

$$\max_{G(t_1,\,t_2)} \int_{t_1}^{t_2} \langle y - y_k, f(t, x, y_k, u_k, v)\rangle_{L_2} dt =$$

$$= \min_{P(t_1,\,t_2)}\ \max_{G(t_1,\,t_2)} \int_{t_1}^{t_2} \langle y - y_k, f(t, x, y_k, u, v)\rangle_{L_2} dt$$

Стратегия V^e определяется аналогично.

Символом V_0 обозначим стратегию V, полунепрерывную сверху по изменению y в метрике $L_2(\Omega)$ [1]. Пусть $W = W(M,\ N)$ — множество всех пар $\{t,\ y\}$ из $[t_0,\ \vartheta] \times \Phi$, из которых, как из начальных, неразрешима задача 1.2 в классе стратегий V_0.

Теорема 1.1. При выполнении условий 1.1 и 1.2 из всякой начальной позиции $\{t_0,\ y_0\}$ разрешима либо задача 1.1, либо задача 1.2. Задача 1.1 (1.2) разрешима тогда и только тогда, когда $\{t_0,\ y_0\} \in W$ ($\{t_0,\ y_0\} \notin W$).

2. Рассмотрим управляемую систему, состояние которой в каждый момент t из промежутка $[t_0,\ \vartheta]$ характеризуется скалярной функцией $y(t,\ \cdot) = y(t,\ x)$, определенной в Ω, и «скоростью» $y_t(t,\ \cdot) = \partial y(t,\ x)/\partial t$ изменения этой функции. Система подвержена управляющему воздействию $u = u(t)$ и помехе $v = v(t)$, стесненным ограничениями $u(t) \in P$, $v(t) \in G$, где P и G — выпуклые компакты в R^{m_1} и R^{m_2} соответственно.

Динамика системы описывается соотношениями

(2.1) $$y_{tt}=\frac{\partial}{\partial x_j}\left(a_{ij}(x)\frac{\partial y}{\partial x_i}\right)+f(t,x,y,y_x,y_t,\omega)\quad \text{в } Q$$

(2.2) $$\sigma_1\frac{\partial y}{\partial N}+\sigma_2 y=0\quad \text{в } \Sigma$$

(2.3) $$y(t_0, x)=y_0,\ y_t(t_0, x)=y_1 \text{ в } \Omega$$

(2.4) $$w^{\cdot}=g(t, w, u, v),\ w(t_0)=w_0$$

При заданных ограничениях на ресурсы u и v требуется указать способ формирования воздействия u (v) по принципу обратной связи

$$u[t]=u(t, y[t, \cdot], y_t[t, \cdot])$$

$$(v[t]=v(t, y[t, \cdot], y_t[t, \cdot]))$$

обеспечивающий (исключающий) при любых допустимых реализациях воздействий v (u) переход состояния системы в заданное множество с соблюдением в процессе перехода заданных фазовых ограничений.

Уточним постановку задачи. Будем считать выполненными следующие условия: a_{ij} удовлетворяют ограничениям из [6]; σ_1 и σ_2 — постоянные, $\sigma_1\sigma_2=0$; $g\in C([t_0, \vartheta]\times R^m\times P\times G)$ и локально удовлетворяет условию Липшица по w (см. [3]), при всяких выборах измеримых функций $u=u(\cdot)$, $v=v(\cdot)$ с ограничениями $u(t)\in P$, $v(t)\in G$ для почти всех $t\in[t_0, \vartheta]$ (множество всех таких функций обозначим через $P(t_0, \vartheta)$ и $G(t_0, \vartheta)$ соответственно), абсолютно непрерывные решения $w(t)$ системы (2.4) продолжимы на $[t_0, \vartheta]$ и равномерно ограничены в $C([t_0, \vartheta]; R^m)$; $y_0\in \Phi$, $y_1\in L_2(\Omega)$. Предположим, что функция $f(t, x, y, p, q, w)$ непрерывна по совокупности на $[t_0, \vartheta]\times\Omega\times R\times R^n\times R\times R^m$, имеет непрерывные производные $\partial f/\partial t$, $\partial f/\partial y$, $\partial f/\partial p_k$, $\partial f/\partial q$, $\partial f/w_k$, причем $|f(t, x, 0, 0, 0, w)|\leqslant f_D(x)\in L_2(\Omega)$ при $(t, x, w)\in[t_0, \vartheta]\times\times\Omega\times D$, D — ограниченное множество в R^m;

$$|\partial f/\partial y,\quad \partial f/\partial p_k,\quad \partial f/\partial q|\leqslant L$$

$$|\partial f/\partial t,\quad \partial f/\partial w_k|\leqslant c_1+c_2|y|+c_3\|p\|_{R^n}+c_4|q|$$

L и $c_1, \ldots, c_4$ — абсолютные постоянные.

При выбранных y_0, y_1, w_0, u и v под решением (2.1) — (2.3) понимается функция $y[t]=y[t, x;\ t_0, y_0, y_1, w_0, u, v]$ из $W_2^{2,1}(Q)\cap W_{2,0}^1(Q)$ при $\sigma_1=0$ и $W_2^{2,1}(Q)$ при $\sigma_2=0$, удовлетворяющая (2.3) и интегральному тождеству

(2.5) $$\int_Q (y[t]_{tt}\eta+a_{ij}y[t]_{x_i}\eta_{x_j})\,dx\,dt=$$
$$=\int_Q f(t,x,y[t],y[t]_x,y[t]_t,w[t])\,\eta\,dx\,dt$$

при всякой функции η из того же класса, что и $y[t]$; $w[t]$ — решение (2.4).

Множество введенных решений непусто [14–16], причем

$$y[t]\in C([t_0, \vartheta]; \Phi)$$

$$y[t]_t\in C([t_0, \vartheta]; L_2(\Omega))$$

Пусть H — пространство $\Phi \times L_2(\Omega) \times R^m$ с нормой $\| \{y, y_t, w\} \| = (\| y \|_\Phi^2 + \| y_t \|_{L_2}^2 + \| w \|_{R^n}^2)^{1/2}$

Правило U, ставящее в соответствие всякой паре $\{t, h\}$, $t_0 \leqslant t \leqslant \vartheta$, $h \in H$, некоторое непустое подмножество $U(t, h) \subseteq P$, назовем стратегией.

Движением системы из позиции $\{t_0, h_0\}$, $h_0 = \{y_0, y_1, w_0\}$, отвечающим стратегии U и разбиению Δ, назовем функцию

$$z[t]_\Delta = z[t;\ t_0,\ h_0,\ U]_\Delta = \{y[t]_\Delta,\ y[t]_{\Delta t}\}, \quad t_0 \leqslant t \leqslant \vartheta$$

где $y[t]_\Delta$ удовлетворяет (2.5), причем на $[\tau_i, \tau_{i+1})$

$$u[\cdot] = u \in U(\tau_i,\ \{z[\tau_i]_\Delta,\ w[\tau_i]_\Delta\}),\ v[\cdot] \in G(t_0,\ \vartheta)$$

Аналогичным образом определяются стратегии V и движения, отвечающие параметру v.

Пусть в $[t_0, \vartheta] \times \Phi \times L_2(\Omega)$ заданы множества M и N. Исходные задачи формализуются следующим образом.

Задача 2.1 Построить стратегию U со свойством: для любого $\varepsilon > 0$ найдется число $\delta > 0$, такое, что для каждого движения $z[t]_\Delta = z[t;\ t_0,\ h_0,\ U]_\Delta$ с $d\Delta \leqslant \delta$ в некоторый момент $t_* = t(z[\cdot]_\Delta) \in [t_0, \vartheta]$ выполняется условие встречи:

$$\rho(\{t_*, z[t_*]_\Delta\}, M) = \inf_{\{t, z\} \in M} (| t_* - t |^2 + \| y[t_*] - y \|_\Phi^2 +$$
$$+ \| y[t_*]_{\Delta t} - y_t \|_{L_2}^2)^{1/2} \leqslant \varepsilon$$
$$\rho(\{\tau,\ z[\tau]_\Delta\},\ N) \leqslant \varepsilon, \quad t_0 \leqslant \tau \leqslant t_*$$

Задача 2.2. Построить стратегию V со свойством: найдутся числа $\varepsilon > 0$ и $\delta > 0$, такие, что для каждого движения $z[t]_\Delta = z[t;\ t_0, h_0, V]_\Delta$ с $d\Delta \leqslant \delta$ не выполняется условие встречи.

Сформулируем основные результаты.

Условие 2.1. Если $P(t_0, \vartheta) \ni u_k \to u \in P(t_0, \vartheta)$ слабо в $L_2([t_0, \vartheta]; R^{m_1})$, $G(t_0, \vartheta) \ni v_k \to v \in G(t_0, \vartheta)$ слабо в $L_2([t_0, \vartheta]; R^{m_2})$, то $\{z[t;\ t_0, h_0, u_k, v_k],\ w[t;\ t_0,\ h_0,\ u_k,\ v_k]\} \to \{z[t;\ t_0,\ h_0,\ u,\ v],\ w[t;\ t_0, h_0, u, v]\}$ в $C([t_0, \vartheta]; H)$.

Условие 2.2. Выполняется условие седловой точки для любых $t \in [t_0, \vartheta]$, s и w из R^m

$$\min_P \max_G \langle s, g(t, w, u, v)\rangle_{R^n} = \max_G \min_P \langle s, g(t, w, u, v)\rangle_{R^n}$$

Пусть K — некоторое множество из $[t_0, \vartheta] \times H$. Символом U^e обозначим стратегию (и назовем ее экстремальной к K) следующего вида. Если сечение $K(t) = \phi$, то $U^e(t, h)$ — произвольное подмножество из P. Если $K(t) \neq \varnothing$, то $U^e(t, h) = \{u^e\} \subseteq P$, где u^e обладает свойством: существуют последовательности $\{u_k\} \subset P$, $\{h_k\} \subset K(t)$, такие, что

$$\lim_k \| h - h_k \|_H = \inf_{q \in K(t)} \| h - q \|_H,\ u_k \to u^e \text{ в } R^{m_1},$$

$$\max_G \langle w - w_k, g(t, w, u_k, v)\rangle_{R^m} = \min_P \max_G \langle w - w_k, g(t, w, u, v\rangle_{R^m}$$

Стратегия V^e определяется по аналогии.

Пусть $W = W(M, N)$ — множество всех пар $\{t, h\}$ из $[t_0, \vartheta] \times H$, из которых, как из начальных, неразрешима задача 2.2 в классе стратегий V_0, V_0 — стратегия V, полунепрерывная сверху по изменению h в метрике H.

Теорема 2.1. При выполнении условий 2.1 и 2.2 из всякой начальной позиции $\{t_0, h_0\}$ разрешима либо задача 2.1, либо задача 2.2. Задача 2.1 (2.2) разрешима тогда и только тогда, когда $\{t_0, h_0\} \in W$ ($\{t_0, h_0\} \notin W$).

3. К рассмотренным дифференциальным играм могут быть сведены, например, игры на минимакс-максимин функционала $\varphi(y[\vartheta])$ (или функционалов, сводящихся к такому, см. [3], гл. 4), непрерывного в фазовом пространстве системы. При этом имеет место альтернативное утверждение, аналогичное [3], причем оптимальные минамаксная и максиминная стратегии могут быть построены как экстремальные к некоторым стабильным мостам [3].

В заключение укажем на возможность аппроксимации рассмотренных задач некоторыми конечно-мерными системами.

Для задачи из п. 1 возможна аппроксимация, основанная на методе Галеркина, методе прямых (т. е. дискретизация выполняется только по одной переменной x), разностном методе со схемой, аналогичной [11]. Для задачи из п. 2 возможна аппроксимация, основанная на методе Галеркина, методе прямых. При этом имеют место теоремы об аппроксимации, аналогичные [11], смысл которых состоит в следующем: по любой наперед заданной точности $\varepsilon > 0$ можно указать соответствующую аппроксимацию и способ управления исходной системой (строящийся по стратегии, решающей соответствующую задачу для данной аппроксимации), который приводит к решению исходной задачи с точностью ε.

Замечания. 1°. При указанных ограничениях на параметры системы (1.1) — (1.3) пучок траекторий $\{y(t; t_0, y_0, u, v)\}$, исходящих из позиции $\{t_0, y_0\}$ и отвечающих всевозможным управлениям $u \in P(t_0, \vartheta)$ и $v \in G(t_0, \vartheta)$, предкомпактен в $C([t_0, \vartheta]; L_2(\Omega))$. Поэтому для выполнения условия 1.1 достаточно, чтобы функция f обладала свойством: при всякой фиксированной функции $y \in C([t_0, \vartheta]; L_2(\Omega))$ слабая сходимость последовательности $\{u_k\}$ и $\{v_k\}$ к u и v соответственно влечет слабую в $L_2(Q)$ сходимость последовательности $\{f(t, x, y, u_k, v_k)\}$ к $f(t, x, y, u, v)$.

Пучок траекторий системы (2.1) — (2.4) предкомпактен в $C([t_0, \vartheta]; H)$. Для выполнения условия 2.1 достаточно, чтобы слабая сходимость $\{u_k\}$ и $\{v_k\}$ к u и v соответственно влекла сходимость решений $\{w[t; t_0, w_0, u_k, v_k]\}$ к $w[t; t_0, w_0, u, v]$ в $C([t_0, \vartheta]; R^m)$ и чтобы при $\sigma_2 = 0$ граница $\Gamma \in C^2$.

О выполнении условий типа 1.2 и 2.2 см. в [3].

2°. Задачу 1.1 (2.1) решает стратегия U^e, экстремальная, например, к множеству $W \cap Z$ (W), где Z — пучок траекторий, исходящих из начальной позиции и отвечающих всевозможным допустимым управлениям u и v. Задача 1.2 (2.2) также может быть решена стратегией V^e, экстремальной, например, к пучку всех движений, порожденных стратегией V_0, решающей задачу 1.2 (2.2) (см. определение множества W).

3°. Если условие 1.1 (2.1) не выполнено, то утверждение теоремы 1.1 (2.1) остается справедливым, однако задачу 1.1 (2.1) или задачу 1.2 (2.2) разрешает уже стратегия, «экстремальная» к некоторой последовательности вложенных один в другой стабильных мостов [7, 12].

4°. Если пучки траекторий системы (1.1) — (1.3) предкомпактны в $C\ ([t_0, \vartheta]; \Phi)$ то из утверждения теоремы 1.1 следует альтернатива в игре 1.1—1.2, где расстояние до множества измеряется в метрике, порожденной метрикой Ф. Доказательство этого факта проводится аналогично [6,7]. Если

$$\sigma_2 = \sigma_2 (x),\ a_{ij} = a_{ij}\ (x)\ a\ (t),\ 0 < \alpha \leqslant a\ (t) \leqslant \beta$$
$$f = f_1\ (t,\ x,\ y) + f_2\ (x,\ y)\ u\ (t) + f_3\ (x,\ y)\ v\ (t)$$

где функции f_1, f_2 и f_3 удовлетворяют условию Липшица по y, то при выполнении некоторых условий регулярности [6,7,14,15] решения (1.1) — (1.3) компактны в

$C = ([t_0, \vartheta]; \Phi)$.

5°. Для некоторых классов систем вида (1.1) —(1.3) аналогичные результаты справедливы и для случая граничных управлений

$$\partial y\ /\ \partial N + \sigma_2\ (x)\ y\,|_\Sigma = b\ (x)\ u\ (t) + c\ (x)\ v\ (t) + g\ (x)$$

Поступила 8 X 1979

ЛИТЕРАТУРА

1. *Красовский Н. Н.* Дифференциальная игра сближения-уклонения, 1. Изв. АН СССР. Техническая кибернетика, 1973, № 2.
2. *Красовский Н. Н.* Дифференциальная игра сближения-уклонения, 2. Изв. АН СССР. Техническая кибернетика, 1973, № 3.
3. *Красовский Н. Н., Субботин А. И.* Позиционные дифференциальные игры. М., «Наука», 1974.
4. *Красовский Н. Н.* О дифференциальных эволюционных системах. ПММ,1977, т. 41, вып. 5.
5. *Осипов Ю. С.* К теории дифференциальных игр в системах с распределенными параметрами. Докл. АН СССР, 1975, т. 223, № 6.
6. *Осипов Ю. С.* Позиционное управление в параболических системах. ПММ, 1977, т. 41, вып. 2.
7. *Осипов Ю. С., Кряжимский А. В., Охезин С. П.* Задачи управления в системах с распределенными параметрами. Тез. докл. 3-й Всес. Четаевской конф. по устойчивости движения, аналитической механике и управлению движением. Иркутск, 1977.
8. *Понтрягин Л. С.* О линейных дифференциальных играх. Докл. АН СССР, 1967, т. 174, № 6.
9. *Мищенко Е. Ф.* Задачи преследования и уклонения от встречи в теории дифференциальных игр. Изв. АН СССР. Техническая кибернетика, 1971, № 5.
10. *Пшеничный Б. Н.* О линейных дифференциальных играх. Кибернетика, 1968, № 1.
11. *Короткий А. И., Осипов Ю. С.* Аппроксимация в задачах позиционного управления параболическими системами. ПММ, 1978, т. 42, вып. 4.
12. *Кряжимский А. В.* К теории позиционных дифференциальных игр сближения-уклонения. Докл. АН СССР, 1978, т. 239, № 4.
13. *Варга Дж.* Оптимальное управление дифференциальными и функциональными уравнениями. М., «Наука», 1977.
14. *Лионс Ж. Л.* Оптимальное управление системами, описываемыми уравнениями с частными производными. М., «Мир», 1972.
15. *Ладыженская О. А., Солонников В. А., Уральцева Н. Н.* Линейные и квазилинейные уравнения параболического типа. М., «Наука», 1967.
16. *Ладыженская О. А.* Краевые задачи математической физики. М., «Наука», 1973.