Прикладная математика и механика. Том 44, вып. 4, 1980

УДК 62—50

ОБ ОДНОЙ ИГРОВОЙ ЗАДАЧЕ НАВЕДЕНИЯ С НЕПОЛНОЙ ИНФОРМАЦИЕЙ

В. Д. Батухтин

(Свердловск)

Описывается формализация одной задачи наведения с неполной информацией о фазовом состоянии преследуемой системы. Получены условия разрешимости этой задачи. Среди основных элементов описываемой конструкции — действительно реализующиеся движения преследователя и преследуемого. Структура решения определяется по аналогии с экстремальной конструкцией из [1] в форме прицеливания на стабильный мост. Статья примыкает к исследованиям [1–8].

1. Пусть конфликтно управляемая система состоит из двух объектов: преследователя и преследуемого, движение которых описывается дифференциальными уравнениями

$$y^{\cdot} = f^{(1)}(t, y, u), \quad z^{\cdot} = f^{(2)}(t, z, v) \quad u \in P, \quad v \in Q \tag{1.1}$$

Здесь y, z — n-мерные фазовые векторы соответственно преследователя (первого игрока) и преследуемого (второго игрока), u, v — их управления, стесненные указанными ограничениями (P и Q — компакты в соответствующих конечномерных пространствах); функции $f^{(1)}(t, y, u)$, $f^{(2)}(t, z, v)$ непрерывны по совокупности аргументов и удовлетворяют условию Липшица по y и z соответственно. Предполагается также выполненным условие равномерной продолжимости решений уравнений (1.1) на любой конечный отрезок времени $[t_0, \vartheta_0]$.

Первый игрок имеет возможность измерять в каждый текущий момент времени t фазовый вектор $y(t)$ и сигнал $z^*(t)$, удовлетворяющий ограничению

$$\| z(t) - z^*(t) \| \leqslant \beta \tag{1.2}$$

Символ $\| q \|$ означает норму вектора q в соответствующем конечномерном пространстве, $z(t)$ — действительный фазовый вектор z, реализующийся в момент t, β — произвольная константа. Таким образом, действительный фазовый вектор $z(t)$ принадлежит шару радиуса β с центром в точке $z^*(t)$. Первому игроку известна также область $G_0 = G(t_0)$ возможных начальных состояний $z_0 = z(t_0)$ второго игрока. Преследуемый игрок может использовать при формировании своего управляющего воздействия в каждый момент t информацию о фазовых векторах $y(t)$, $z(t)$.

Заданы конечный интервал времени $[t_0, \vartheta_0]$ и область влияния $L(y)$ преследователя — ограниченное замкнутое множество. Цель первого игрока — захватить второго игрока в область своего влияния к моменту ϑ_0, цель второго игрока — избежать захвата.

2. В соответствии с приведенным выше содержательным описанием игровой задачи предполагается, что первый игрок имеет возможность вести непрерывное наблюдение, так, что в каждый момент t ему становится известной совокупность (t, y, z^*), где z^* — сигнал. Получая эту информацию, первый игрок может построить для каждого t информационное множество — область возможных фазовых состояний второго игрока. Определим это множество конструктивно путем предельного перехода от подходящей аппроксимационной схемы.

Обозначим через $Z(\cdot, [t_0, t])$ множество всех программных движений второго игрока $z(\cdot) = z(\cdot, t_0, z_0, \nu_{(\cdot)}(dv))$ на $[t_0, t]$, определяемых равенством

$$z(t) = z_0 + \int\limits_{[t_0, t]} \int\limits_{Q} f^{(2)}(\tau, z(\tau), v)\, \nu_\tau(dv)\, d\tau \tag{2.1}$$

где $z_0 \in G_0$, $\nu_\tau(dv)$ — функции, слабо измеримые по τ и имеющие своими значениями при каждом $\tau \in [t_0, \vartheta_0]$ вероятностные меры на Q. Символом $G(t_0, z_0, \vartheta)$ обозначим область достижимости [1] второго игрока из начального состояния (t_0, z_0) к моменту $t = \vartheta$ $(t_0 \leqslant \vartheta \leqslant \vartheta_0)$ при переборе им всевозможных программных управлений $\nu_{(\cdot)}(dv) \in \{\nu_{(\cdot)}(dv)\}$. Пусть выбрана система $\Delta^{(k)}$ непересекающихся полуинтервалов $(\tau_i^{(k)}, \tau_{i+1}^{(k)}]$ $(k = 1, 2, \ldots;\ i = 0, 1, \ldots, m(k),\ \tau_0^{(k)} = t_0,\ \tau_{m(k)}^{(k)} = \vartheta)$, покрывающих полуинтервал $(t_0, \vartheta]$, таких, что $\lim \sup_i [\tau_{i+1}^{(k)} - \tau_i^{(k)}] \to 0$ при $k \to \infty$. Пусть к моменту $\vartheta \in [t_0, \vartheta_0]$ реализовалось программное движение $z(\cdot) = z(\cdot, t_0, z_0, \nu_{(\cdot)}(dv))$, $z_0 \in G_0$ и функция $z^*(\cdot) = z^*(\cdot, z(\cdot))$, значениями которой при каждом $t \in [t_0, \vartheta]$ является сигнал $z^* = z^*(t)$, удовлетворяющий ограничению (1.4) при заданном движении $z(\cdot)$. Будем называть такие функции $z^*(\cdot) = z^*(\cdot, z(\cdot))$ допустимыми реализациями сигнала при данном движении $z(\cdot)$. Определим аппроксимационное информационное множество $G_{\Delta(k)}(\vartheta, z^*(\cdot))$ при фиксированной допустимой реализации $z^*(\cdot)$ соотношением

$$\begin{gathered} G_{\Delta(k)}(\vartheta, z^*(\cdot)) = \{z = z(\vartheta) : \exists z(\cdot) \in Z(\cdot, [t_0, \vartheta]) \\ \forall \tau_i^{(k)} \in [t_0, \vartheta], \quad \| z(\tau_i^{(k)}) - z^*(\tau_i^{(k)}) \| \leqslant \beta\} \end{gathered} \tag{2.2}$$

Отметим, что множество $G_{\Delta(k)}(\vartheta, z^*(\cdot))$ для любого момента $\vartheta \in [t_0, \vartheta_0]$ может быть построено, если известно только множество

$$H(\tau_{m(k)-1}^{(k)}, z^*(\tau_{m(k)-1}^{(k)})) = G_{\Delta(k)}(\tau_{m(k)-1}^{(k)}, z^*(\cdot)) \cap S(z^*(\tau_{m(k)-1}^{(k)}))$$

как область достижимости

$$G_{\Delta(k)}(\vartheta, z^*(\cdot)) = G(\tau_{m(k)-1}^{(k)}, H(\tau_{m(k)-1}^{(k)}, z^*(\tau_{m(k)-1}^{(k)}), \vartheta)) = \bigcup G(\tau_{m(k)-1}^{(k)}, z, \vartheta)$$

Здесь $S(z^*(\tau_{m(k)-1}^{(k)}))$ — шар радиуса β с центром в точке $z^*(\tau_{m(k)-1}^{(k)})$, $G_{\Delta(k)}(\tau_{m(k)-1}^{(k)}, z^*(\cdot))$ — аппроксимационное информационное множество для момента $\tau_{m(k)-1}^{(k)}$, объединение берется по всем $z \in H(\tau_{m(k)-1}^{(k)}, z^*(\tau_{m(k)-1}^{(k)}), \vartheta)$. Если же известны только G_0 и $z^*(\cdot)$, то множество $G_{\Delta(k)}(\vartheta, z^*(\cdot))$ может быть построено рекуррентно.

Определим теперь множества $G_{\Delta(k)}(t, z^*(\cdot))$, $t \in (\tau_i^{(k)}, \tau_{i+1}^{(k)}]$ при каждом фиксированном $i = 0, 1, \ldots, m(k)$; $k = 1, 2, \ldots$ для выбранной допустимой реализации $z^*(\cdot)$ соотношениями

$$G_{\Delta(k)}(t, z^*(\cdot)) = \{z\colon z \in G(\tau_i^{(k)}, H(\tau_i^{(k)}, z^*(\cdot)), t)\} \tag{2.3}$$

$$t \in (\tau_i^{(k)}, \tau_{i+1}^{(k)}], \quad G_{\Delta(k)}(t_0, z^*(\cdot)) = G_0$$

Совокупность $G_{\Delta(k)}(\cdot, z^*(\cdot))$ множеств $G_{\Delta(k)}(t, z^*(\cdot))$ при t, пробегающем весь интервал $[t_0, \vartheta_0]$, будем называть аппроксимационным информационным движением, отвечающим заданной допустимой реализации $z^*(\cdot)$. Сечения движения $G_{\Delta(k)}(\cdot, z^*(\cdot))$ гиперплоскостью $t = \tau_i^{(k)}$, $i = 0, 1, \ldots, m(k)$, — аппроксимационное информационное множество $G_{\Delta(k)}(\tau_i^{(k)}, z^*(\cdot))$. Можно построить множества $G_{\Delta(k)}(\cdot, z^*(\cdot))$, отвечающие всевозможным допустимым реализациям $z^*(\cdot) = z^*(\cdot, z(\cdot))$ на $[t_0, \vartheta_0]$ для каждого программного движения $z(\cdot) \in Z(\cdot, [t_0, \vartheta_0]$. Каждое из множеств $G_{\Delta(k)}(\cdot, z^*(\cdot))$ — компакт в пространстве $[t_0, \vartheta_0] \times R^n$.

Пусть множество G_0 — компакт из множества $\{K_{Z_0}\}$, $K_{Z_0} \in \operatorname{comp}(R^n)$. Тогда множество всех совокупностей $(t, z = z(t))$, таких, что через каждую из точек $z = z(t)$ проходит хотя бы одно программное движение $z(\cdot) \in Z(\cdot, [t_0, \vartheta_0])$, будет принадлежать некоторому компакту $[t_0, \vartheta_0] \times K_Z$. Этот компакт можно метризовать стандартным способом. Введем для определенности на компакте $[t_0, \vartheta_0] \times K_Z$ метрику

$$r = \max(|t_2 - t_1|, \|z(t_1) - z(t_2)\|), \quad t_1, t_2 \in [t_0, \vartheta_0] \tag{2.4}$$

Обозначим через $\{G_{\Delta(k)}\}$ множество всех компактов $G_{\Delta(k)} \subset [t_0, \vartheta_0] \times K_Z$, каждый из которых совпадает с некоторым множеством $G_{\Delta(k)}(t, z^*(\cdot))$ (2.3), $k = 1, 2, \ldots$, когда t пробегает весь отрезок $[t_0, \vartheta_0]$. Из любой последовательности $G_{\Delta(k)}$ $(k = 1, 2, \ldots)$ можно выделить [9] сходящуюся по Хаусдорфу подпоследовательность $G_{\Delta(k_j)}$ $(j = 1, 2, \ldots)$ в смысле расстояния (2.4). Назовем информационным движением $G(\cdot)$ всякий компакт $G \subset [t_0, \vartheta_0] \times K_Z$, который является хаусдорфовым пределом для подходящей последовательности $G_{\Delta(k)}$. Информационным множеством для каждого $\vartheta \in [t_0, \vartheta_0]$ назовем сечение $G(\vartheta)$ информационного движения $G(\cdot)$ гиперплоскостью $t = \vartheta$.

Справедлива следующая

Лемма 2.1. Информационные множества $G(t)$ непусты при каждом $t \in [t_0, \vartheta_0]$.

Отметим, что при фиксированной функции $z^*(t)$ $(t \in [t_0, \vartheta_0])$ и заданном G_0 может быть построено для каждого t, вообще говоря, не единственное информационное множество $G(t)$ в соответствии с множеством возможных покрытий полуинтервала $(t_0, \vartheta_0]$ и, следовательно, не единственным хаусдорфовым пределом G для различных последовательностей $G_{\Delta(k)}$.

Замечание. Определим для фиксированной допустимой функции $z^*(\cdot) = z^*(\cdot, z(\cdot))$ множество $\Omega(t, z^*(\cdot))$ соотношением

$$\Omega(t, z^*(\cdot)) = \{z\colon \exists z(\cdot) \in Z(\cdot, [t_0, t]),$$
$$\forall \tau \in [t_0, t], \|z(\tau) - z^*(\tau)\| \leqslant \beta\}$$

Пусть функция $z^*(\cdot)$ непрерывна слева. Тогда $\Omega(t, z^*(\cdot)) = G(t, z^*(\cdot))$, где $G(t, z^*(\cdot))$ — сечение гиперплоскостью $\tau = t$ информационного движения $G(\cdot, z^*(\cdot))$, полученного описанным выше предельным переходом при заданной $z^*(\cdot)$. В рассматриваемом более общем случае множество $G(t, z^*(\cdot))$, вообще говоря, шире, чем $\Omega(t, z^*(\cdot))$. Информационное множество $\Omega(t, z^*(\cdot))$ — один из основных элементов в задачах минимаксной фильтрации [6].

3. Формализуем описанную в п. 1 игровую задачу сближения. Исходя из информационных возможностей первого игрока определим стратегию U как всякое отображение из (t, y, G) в P, которое ставит в соответствие каждой совокупности (t, y, G), где $G = G(t)$ — информационное множество, точку $u \in P$. Стратегией $V \div v(t, y, z)$ второго игрока назовем, следуя [1], всякое отображение из (t, y, z) в Q, которое ставит в соответствие каждой позиции (t, y, z) системы (1.1) точку $v \in Q$. Допустимым способом формирования сигнала $z^*[\tau] = z^*(\tau, z[\tau])$ для любого движения $z[\tau] = z[\tau, t, z, V]$, $z \in G$, $\tau \geqslant t$, порождаемого стратегией V, назовем всякий способ его формирования, при котором для каждого $\tau \in [t, \vartheta_0]$ сигнал $z^*[\tau]$ удовлетворяет ограничению (1.4) при данном движении $z[\tau] \in \{z[\tau, t, z, V]\}$ и выполняется условие физической осуществимости [11].

Пусть дана начальная совокупность (t_*, y_*, G_*) и выбрана стратегия $U \div u(t, y, G)$. Пусть далее $z[t]$ — какое-то движение второго игрока, порожденное реализацией $\nu_t[dv]$ его управления, и $z^*[t] = z^*(t, z[t])$ — допустимая реализация сигнала z^* для этого движения $z[t]$, порожденная некоторым допустимым способом формирования сигнала. Для заданных G_* и $z^*[\cdot]$ может быть построено с помощью описанного выше предельного перехода информационное движение $G(\cdot, z^*[\cdot])$. Назовем ломаной Эйлера $y_{\Delta(k)}[t] = y_{\Delta(k)}[t, t_*, y_*, G_*, U, z^*(\cdot, z[\cdot])]$ абсолютно непрерывную вектор-функцию, удовлетворяющую при почти всех $t \in [t_*, \vartheta_0]$ уравнению

$$\frac{dy_{\Delta(k)}[t]}{dt} = f^{(1)}(t, y_{\Delta(k)}[t], u[\tau_i^{(k)}]) \tag{3.1}$$

$$\tau_i^{(k)} \leqslant t < \tau_{i+1}^{(k)}, \quad i = 0, 1, \ldots, m(k)$$

$$u[\tau_i^{(k)}] = u(\tau_i^{(k)}, y_{\Delta(k)}[\tau_i^{(k)}], G[\tau_i^{(k)}])$$

$$G[\tau_i^{(k)}] = G(\tau_i^{(k)}, z^*(\cdot, z[\cdot]))$$

где $G[\tau_i^{(k)}]$ — информационное множество для момента $\tau_i^{(k)}$, являющееся, следовательно, сечением гиперплоскостью $t = \tau_i^{(k)}$ информационного движения $G(\cdot, z^*[\cdot])$. Таким образом, реализация ломаной Эйлера $y_{\Delta(k)}[t]$ при фиксированной совокупности (t_*, y_*, G_*) зависит для выбранной стратегии U от реализации движения $z[\cdot]$ и от порождаемой каким-то допустимым способом формирования реализации сигнала $z^*(\cdot, z[\cdot])$ для этого движения $z[\cdot]$. Множество $Y_{\Delta(k)}[t, t_*, y_*, G_*, U]$ всех ломаных Эйлера, порождаемых стратегией U из (t_*, y_*, G_*) при фиксированном покрытии $\Delta^{(k)}$, может быть построено по правилу

$$Y_{\Delta(k)}[t, t_*, y_*, G_*, U] = \bigcup (\bigcup y_{\Delta(k)}[t, t_*, y_*, G_*, U,$$
$$z^*(\cdot, z[\cdot])]), \; z[\cdot] \; z^*(\cdot, z[\cdot])$$

Объединение внутри скобок берется по всем допустимым реализациям сигнала $z^*(\cdot, z[\cdot])$ для фиксированного движения $z[\cdot]$, объединение вне скобок — по всем реализациям движения $z[\cdot]$, которые отождествляются со всеми программными движениями $z(\cdot)$ второго игрока.

Рассмотрим последовательность пар

$$\{y_{\Delta(k)}[\cdot],\ G(\cdot,\ z^*(\cdot, z^{(k)}[\cdot]))\},\ y_{\Delta(k)}[\cdot] = y_{\Delta(k)}[\cdot, t_*, y_*^{(k)},\ G_*^{(k)},\ U,\ z^*(\cdot, z^{(k)}[\cdot])]$$

Из этой последовательности можно выделить сходящуюся подпоследовательность $\{y_{\Delta(k_j)}[\cdot],\ G(\cdot,\ z^*(\cdot, z^{(k_j)}[\cdot]))\}$, в которой подпоследовательность $y_{\Delta(k_j)}[\cdot]$ сходится равномерно на $[t_*, \vartheta_0]$ при $j \to \infty$ к $y[t]$, а подпоследовательность $G(\cdot, z^*(\cdot, z^{(k_j)}[\cdot]))$ сходится по Хаусдорфу в смысле метрики (2.4) к компакту $G[\cdot] \subset [t_*\vartheta_0] \times K_Z$. Назовем движением $y[t] = y[t, t_*, y_*, G_*, U]$, порожденным стратегией $U \div u(t, y, G)$ из начальной совокупности (t_*, y_*, G_*), всякую функцию $y[t]$, для которой на всяком отрезке $[t_*, \vartheta_0]$ найдется последовательность $\{y_{\Delta(k)}[\cdot],\ G(\cdot, z^*(\cdot, z^{(k)}[\cdot]))\}$, сходящаяся в указанном выше смысле при $k \to \infty$ к $\{y[\cdot], G[\cdot]\}$.

Сформулируем теперь задачу сближения.

Задача. Задана начальная совокупность (t_0, y_0, G_0). Требуется найти стратегию $U \div u(t, y, G)$, которая обеспечивает встречу

$$z[t] \in L(y[t]), \quad t \in [t_0, \vartheta_0]$$

для всякого движения $y[t] = y[t, t_0, y_0, G_0, U]$.

4. Построим экстремальную конструкцию применительно к сформулированной задаче сближения. Обозначим через $W(t)$ множество сечений гиперплоскостью $\tau = t$, $\tau \in [t_0, \vartheta_0]$ — компонент совокупностей $(y(\tau), G(\tau))$ всех программных движений $y(\tau) = y(\tau, t_*, y_*, \mu_\tau(du))$, $t_* \in [t_0, \vartheta_0]$, $y_* \in K_{Y_*}$, $\mu_\tau(du) \in \{\mu_\tau(du)\}$ ($\mu_\tau(du)$ — программное управление первого игрока) и всех информационных движений $G(\tau) = G(\tau, z^*(\tau, z(\tau)))$, порождаемых всевозможными программными движениями $z(\tau) \in Z(\cdot, [t_*, t])$, $\tau \in [t_*, t]$ и отвечающими им допустимыми реализациями сигнала $z^*(\tau, z(\tau))$ при переборе всех начальных условий $(z_*, G_*) \in K_{Z_*} \times \{K_{Z_*}\}$. При $t_* = t_0$ имеем $z_* = z_0$, $G_* = G_0$, $(z_0, G_0) \in K_{Z_0} \times \{K_{Z_0}\}$.

Множества $W(t)$ непусты и замкнуты при каждом $t \in [t_0, \vartheta_0]$.

Назовем систему множеств $W(t)$ $(t_0 \leqslant t \leqslant \vartheta_0)$ u-стабильной относительно множества $M = \{(y, G)\colon G \subset L(y)\}$, если, каковы бы ни были $t_* \in [t_0, \vartheta_0]$, совокупность $(y_*, G_*) \in W(t_*)$, программное движение $z(\cdot)$, допустимая реализация сигнала $z^*(\cdot) = z^*(\cdot, z(\cdot))$, информационное движение $G^*(\cdot, z^*(\cdot))$, $\delta \in (0, \vartheta_0 - t_*)$, найдется движение $y^*(\cdot) = y(\cdot, t_*, y_*, \overset{*}{\mu}_{(\cdot)}(du))$ первого игрока, такое, что будет обеспечиваться либо включение $(y^*(t_* + \delta),\ G^*(t_* + \delta, z^*(\cdot))) \in W(t_* + \delta)$, либо $(y^*(t),\ G^*(t, z^*(\cdot))) \subset M$ при некотором $t \in [t_*, t_* + \delta]$.

Введем понятие экстремальной к $W(t)$ стратегии первого игрока. Пусть в момент $t \in [t_0, \vartheta_0]$ реализовалась совокупность $(t, y[t], G[t])$.

Обозначим через ($y_W^\circ[t]$, $G_W^\circ[t]$) совокупность из $W(t)$, ближайшую к ($y[t]$, $G[t]$) в смысле «расстояния»

(4.1) $$\rho[t] = \max(\| y[t] - y_W^\circ[t] \|,\ d(G[t],\ G_W^\circ[t]))$$

(4.2) $$d(G[t],\ G_W^\circ[t]) = \max_{z \in G[t]} d(z,\ G_W^\circ[t])$$

где $d(z, G_W^\circ(t)]$ — расстояние от точки z до множества $G_W^\circ[t]$. Справедлива следующая

Лемма 4.1. Ближайший в смысле (4.2) элемент $G_W^\circ[t]$ из $W(t)$ существует при любом $t \in [t_0, \vartheta_0]$ и любом выборе $G[t]$.

Обозначим через $S[t]$ множество всех векторов $s[t] = y_W^\circ[t] - y[t]$. Назовем экстремальной стратегией $u^{(e)} \div u^{(e)}(t, y, G)$ первого игрока функцию, которая совокупности (t, $y[t]$, $G[t]$) ставит в соответствие при $\| y_W^\circ[t] - y[t] \| > 0$ любой из векторов $u^{(e)} \in P$, удовлетворяющий хотя бы при одном $s[t] \in S[t]$ условию

(4.3) $$s'[t] f^{(1)}(t, y[t], u^{(e)}) = \max_{u \in P} s'[t] f^{(1)}(t, y[t], u)$$

где штрих означает транспонирование. При $\| y_W^\circ[t] - y[t] \| = 0$ $U^{(e)}$ отождествляется с любым $u \in P$.

Назовем сигнал $z_0^* = z_0^*[t]$ при фиксированном t максимально поглощающим, если для него выполнено условие

$$d(G[t],\ H(t, z_0^*)) = \min_{z^*} d(G[t],\ H(t, z^*))$$

где минимум берется по всем допустимым сигналам $z^* = z^*[t]$, отвечающим точкам $z \in G[t]$. Будем далее предполагать выполненными следующие условия регулярности.

Условие А. Максимально поглощающий сигнал $z_0^*[t]$ удовлетворяет неравенству

$$d[G(t - \Delta_i^{(k)},\ H_W(t - \Delta_i^{(k)},\ z^*[t - \Delta_i^{(k)}]),\ t),\ H_W(t,\ z_0^*[t])] \leqslant \gamma(\Delta_i^{(k)})$$

и при этом можно указать $\varepsilon > 0$, такое, что множества $H_W^\varepsilon(t, z^*[t]]$ канонически замкнуты [10] для любых $t \in \Delta_i^{(k)}$, $\Delta_i^{(k)} = \tau_{i+1}^{(k)} - \tau_i^{(k)}$ (i, $k = 0, 1, \ldots$). Здесь $H_W^\varepsilon(t, z^*[t]) = G(t - \Delta_i^{(k)}, H_W(t - \Delta_i^{(k)}, z^*[t - \Delta_i^{(k)}], t) \cap S^\varepsilon(z^*[t])$, $S^\varepsilon(z^*[t])$ — кольцо толщиной ε с центром в точке $z^*[t]$ и внешним радиусом β, $\gamma(\Delta_i^{(k)}) \to 0$, когда $\Delta_i^{(k)} \to 0$.

Условие Б. Для любой совокупности (t, $y[t]$, $H(t, z^*[t])$), для которой $d(H(t, z^*[t]),\ G_W^\circ[t]) > 0$, максимум в

(4.4) $$d(H(t, z^*[t]),\ G_W^\circ[t]) = \max_{z \in H(t, z^*[t])} d(z,\ G_W^\circ[t])$$

достигается на единственном векторе $z_W^\circ[t] - z^\circ[t]$, где $z_W^\circ[t] \in G_W^{\circ\circ}[t] \subset G_W^\circ[t]$, $z^\circ[t] \in H^\circ[t] \subset H(t, z^*[t])$, $G_W^{\circ\circ}[t]$ — множество ближайших к $z^\circ[t]$ элементов из $G_W^\circ[t]$, $H^\circ[t]$ — множество элементов из $H(t, z^*[t])$, на которых достигается максимум в (4.4).

Отметим, что условия А, Б выполняются, в частности, если области достижимости второго игрока выпуклы.

Справедлива следующая

Лемма 4.2. Пусть выполняются условия А, Б, $(y_*, G_*) \in W(t_*)$ $(t_0 \leqslant t_* \leqslant \vartheta_0)$ и система непустых замкнутых множеств $W(t)$ $(t_* \leqslant t \leqslant \vartheta_0)$ u-стабильна. Тогда для всякого движения $y[t] = y[t, t_*, y_*, G_*, U]$, порождаемого экстремальной к этой системе множеств $W(t)$ стратегией $U^{(e)}$ первого игрока, выполняется включение $(y[t], G[t]) \in W(t)$ вплоть до встречи с множеством M.

5. Построим максимальную u-стабильную систему множеств $W(t, \vartheta_0)$ относительно M. Будем говорить что из (t_*, y_*, G_*) множество M поглощается позиционно к моменту $t = \vartheta_0$, если для любой точки $z_* \in G_*$, любой стратегии $V^* \div v(t, y, z)$ и любого допустимого способа формирования сигнала $z^*[t] = z^*(t, z[t])$ для движений $z[t] = z[t, t_*, z_*, V^*]$ можно указать движение $y^*[t]$ первого игрока, такое, что для некоторого информационного движения $G^*(t, z^*(t, z[t]))$ будет

$$G^*[t] \subset L(y^*[t])$$

при некотором $t \in [t_*, \vartheta_0]$. Обозначим через $W(t, \vartheta_0)$ множество всех $(y[t], G[t])$, таких, что из $(t, y[t], G[t])$ множество M поглощается позиционно к моменту ϑ_0.

Лемма 5.1. Каждое из множеств $W(t, \vartheta_0)$ $(t_0 \leqslant t \leqslant \vartheta_0)$ замкнуто в хаусдорфовой метрике (2.4), и система множеств $W(t, \vartheta_0)$ u-стабильна относительно M, причем $W(\vartheta_0, \vartheta_0) = M$.

Из лемм 4.2, 5.1 выводится справедливость следующего утверждения.

Теорема 5.1. Система множеств $W(t, \vartheta_0)$ $(t_0 \leqslant t \leqslant \vartheta_0)$ позиционного поглощения является максимальным u-стабильным мостом. При выполнении условий А, Б стратегия $U^{(e)} \div U^{(e)}(t, y, G)$, экстремальная к этому мосту, разрешает задачу.

Поступила 29 V 1979

ЛИТЕРАТУРА

1. *Красовский Н. Н., Субботин А. И.* Позиционные дифференциальные игры. М., «Наука», 1974.
2. *Красовский Н. Н.* Об управлении при неполной информации. ПММ, 1976, т. 40, вып. 2.
3. *Красовский Н. Н., Осипов Ю. С.* Задача управления с неполной информацией. Изв. АН СССР, МТТ, 1973, № 4.
4. *Крекнин А. А., Субботин А. И.* Игровая задача преследования в условиях неполной фазовой информации о преследуемой системе. Свердловск, 1979.
5. *Кряжимский А. В.* Альтернатива в линейной игре сближения — уклонения с неполной информацией. Докл. АН СССР, 1976, т. 230, № 4.
6. *Куржанский А. Б.* Управление и наблюдение в условиях неопределенности. М., «Наука», 1977.
7. *Никольский М. С.* Об одной задаче преследования с неполной информацией. Изв. АН СССР. Техн. кибернетика, 1971, № 5.
8. *Пак В. Е.* Задача наведения с неполной информацией. Изв. АН СССР. Техн. кибернетика, 1976, № 4.
9. *Куратовский К.* Топология, т. 2. М., «Мир», 1969.
10. *Александров П. С.* Введение в теорию множеств и общую топологию. М., «Наука», 1977.
11. *Roxin E.* Axiomatic Approach in Differential Games. J. Optimiz. Theory and Applic., 1969, vol. 3, No. 3, p. 153—163.