ошибочна также и вся мотивировка необходимости моделирования испытания моделей кораблей по Фруду. Как известно, такое моделирование не связано с малостью сопротивления вязкого трения.

В рассуждениях на стр. 101 и 102 содержатся частные результаты, которые не позволяют утверждать вообще, что волны разрежения невозможны, хотя автор по существу такое утверждение делает.

Некоторая часть книги представляет собой компилятивное изложение материала, опубликованного в других книгах или в отдельных работах, которые Г. И. Баренблатт был заинтересован процитировать.

Сказанное выше далеко не полностью отражает все ошибки и недостатки, но полностью характеризует качество книги. Нужно отметить также, что изучение этой книги молодыми или научно незрелыми людьми может внушить им неправильное понимание проблем, существа дела, связанного с теорией автомодельных явлений, и смысла уже полученных другими авторами асимптотических закономерностей.

Настоящая статья необходима для парирования искажений в уже широко распространенных теориях, которые имеют много важных практических приложений.

Поступила 29 I 1979

АВТОМОДЕЛЬНОСТЬ: АНАЛИЗ РАЗМЕРНОСТЕЙ И ПРОМЕЖУТОЧНАЯ АСИМПТОТИКА[1]

Г. И. Баренблатт

(Москва)

В работе рассматриваются и разъясняются отдельные вопросы теории автомодельных решений.

Основными объектами критических замечаний в статье-рецензии являются: 1) разделение автомодельных решений на решения первого и второго рода,— то, что в статье-рецензии считается «основным идейным базисом книги», и 2) приоритетные вопросы: «реализации стремлений внедрить изобретенные мифы о достижениях одних авторов с умалением значения и смысла результатов других авторов». Подчеркивается (стр. 371), что именно приоритетные вопросы определяют «основной тезис предлагаемой критики». Кроме того, делаются отдельные конкретные замечания. Остановлюсь на всех этих моментах.

1. Автомодельные решения первого и второго рода. Примеры. Пусть, для определенности, система уравнений в частных производных при некоторых дополнительных (начальных, краевых и т. п.) условиях имеет единственное решение u. Его можно представить в безразмерной форме:

$$\Pi = \Phi(\Pi_1, \ldots, \Pi_m)$$

$$\Pi = \frac{u}{a_1^{p} \ldots a_k^{r}}, \quad \Pi_1 = \frac{b_1}{a_1^{p_1} \ldots a_k^{r_1}}, \ldots, \Pi_m = \frac{b_m}{a_1^{p_m} \ldots a_k^{r_m}} \tag{1}$$

Здесь $a_1, \ldots, a_k, b_1, \ldots, b_m$ — независимые переменные и постоянные параметры, входящие в уравнения и в дополнительные условия. Будем считать, что размерности величин $a_1 \ldots a_k$ независимы, а размерности величин $u, b_1, \ldots, b_m$ выражаются степенными комбинациями размерностей $a_1, \ldots, a_k$.

---

[1] По поводу статьи В. В. Маркова «Неправомерные тенденции в использовании понятия об автомодельных явлениях», являющейся рецензией на книгу [1]. В дальнейшем эта статья называется «статьей-рецензией».

Автомодельные решения отвечают нулевым или бесконечным значениям одного или нескольких постоянных параметров задачи, имеющих размерность независимых переменных (точечный взрыв в безграничной среде, точечный мгновенный тепловой источник в бесконечном стержне, сосредоточенная сила, действующая на границу упругой полуплоскости и т. п.). Стало быть, при предельном переходе от неавтомодельного к автомодельному решению данной фиксированной задачи, по крайней мере, один из безразмерных параметров, для определенности Π_1 стремится к нулю или бесконечности.

При стремлении Π_1 к нулю или бесконечности существуют две возможности: либо функция Φ стремится к конечному, отличному от нуля пределу, либо это не так. В первом случае при достаточно больших (или малых) Π_1 можно с любой степенью точности заменить в соотношении (1) функцию $\Phi(\Pi_1, \Pi_2, \ldots, \Pi_m)$ на ее предельное значение $\Phi\left({}^0_\infty, \Pi_2, \ldots, \Pi_m\right) = \Phi_1(\Pi_2, \ldots, \Pi_m)$, откуда получается

$$\Pi = \Phi_1(\Pi_2, \ldots, \Pi_m) \quad \text{или} \quad u = a_1{}^p \ldots a_k{}^r\, \Phi_1(\Pi_2, \ldots, \Pi_m) \tag{2}$$

Таким образом, число аргументов здесь уменьшается сравнительно с общим случаем (1) на один, чем и достигается автомодельность решения.

Во втором случае, вообще говоря, так делать нельзя: если конечного, не равного нулю предела функции Φ в (1) не существует, то величина Π_1 остается существенной, как бы мала или велика она ни была, и число аргументов функции Φ уменьшить, вообще говоря, не удается. Здесь, однако, имеется важное исключение. Пусть в простейшем случае (полная классификация имеется в [1]) при малых (больших) Π_1 функция Φ с точностью до малых величин ведет себя как

$$\Phi = \Pi_1{}^\alpha \Phi_1(\Pi_2, \ldots, \Pi_m) \tag{3}$$

где α — число, определяемое структурой решения данной задачи и зависящее, вообще говоря, от параметров $\Pi_2, \ldots, \Pi_m$ или части их. Внося выражение Φ (3) в (1) и переходя к пределу при $\Pi_1 \to 0, \infty$, получаем тривиальное соотношение $\Pi = 0$ или $\Pi = \infty$, т. е. $u = 0$ или $u = \infty$, из которого нельзя извлечь содержательного результата. При желании можно, конечно, этим соотношением удовлетвориться. Можно, однако, пойти дальше и, беря Π_1 достаточно малым (большим), но конечным, внести в (1) асимптотику (3), не переходя к пределу. Обозначая

$$\frac{\Pi}{\Pi_1{}^\alpha} = \Pi_* = \frac{u}{a_1^{p-\alpha p_1} \ldots a_k^{r-\alpha r_1} b_1{}^\alpha} \tag{4}$$

получаем с любой степенью точности

$$\Pi_* = \Phi_1(\Pi_2, \ldots, \Pi_m) \quad \text{или} \quad u = a_1^{p-\alpha p_1} \ldots a_k^{r-\alpha r_1}\, b_1^\alpha\, \Phi_1(\Pi_2, \ldots, \Pi_m) \tag{5}$$

Соотношение (5) — того же вида, что и (2), и также обеспечивает автомодельность решения, поскольку число аргументов функции Φ уменьшилось на один.

Существенная разница между этими двумя случаями состоит в том, что в первом из них структура всего решения находится простым анализом размерностей, и параметр b_1 вообще исчезает из рассмотрения. Во втором случае структура параметра Π_* и, следовательно, всего решения не может быть определена одним анализом размерностей, поскольку число α неизвестно и для его определения требуется дополнительное исследование. Кроме того, параметр b_1 остается существенным. Однако автомодельность имеет место в обоих случаях. Чтобы их различить, мы называем автомодельные решения, отвечающие первому случаю, решениями первого рода, второму случаю — второго рода.

Итак, если для данной постановки задачи в целом (начальной, краевой, смешанной и т. п.) существуют автомодельные решения со степенными автомодельными переменными, они получаются из неавтомодельных предельным переходом при стремлении некоторого параметра (параметров), делающего решение неавтомодельным, к нулю или бесконечности. *Если этот предельный переход дает конечный предел, отличный от нуля, то автомодельное решение называется решением первого рода*[1]. *Если конечного,*

[1] Нигде в книге [1] решения первого рода «наивными решениями» не называются (ср. стр. 371 статьи-рецензии).

отличного от нуля предела не существует, но по указанному параметру (параметрам), стремящемуся к нулю (бесконечности), имеется степенная асимптотика, которая и обеспечивает автомодельность предельного решения, то автомодельное решение называется решением второго рода. Мне не понятно, как можно отрицать эти конструктивные определения.

Сказанное выше иллюстрируется упоминаемым в рецензии примером, рассмотренным в моей книге детально и относящимся к решению задачи Коши с начальными данными

$$u(x, 0) = \frac{Q}{l} u_0\left(\frac{x}{l}\right), \quad \int_{-\infty}^{\infty} u_0(\zeta)\, d\zeta = 1 \tag{6}$$

для нелинейного [1] уравнения теплопроводности, встречающегося также в теории фильтрации

$$\partial_t u = \begin{cases} \varkappa \partial_{xx}^2 u & (\partial_t u \geqslant 0) \\ \varkappa_1 \partial_{xx}^2 u & (\partial_t u \leqslant 0) \end{cases} \tag{7}$$

Здесь $u_0(\zeta)$ — «дельтаобразная», четная гладкая функция, быстро убывающая с ростом $|\zeta|$; $Q, l, \varkappa, \varkappa_1$ — положительные постоянные; x, t — соответственно пространственная переменная и время. Решение u, очевидно, зависит от величин $t, \varkappa, Q, x, l, \varkappa_1$. Размерности трех первых из них независимы, и в силу анализа размерностей решение представляется в виде

$$u = \frac{Q}{\sqrt{\varkappa t}} \Phi(\Pi_1, \Pi_2, \Pi_3), \quad \Pi_1 = \frac{l}{\sqrt{\varkappa t}}, \quad \Pi_2 = \frac{x}{\sqrt{\varkappa t}}, \quad \Pi_3 = \frac{\varkappa_1}{\varkappa} \tag{8}$$

Будем теперь стягивать к нулю размер области начального тепловыделения: $l \to 0$, оставляя все независимые переменные и прочие параметры задачи неизменными. При этом $\Pi_1 \to 0$. Оказывается, что ситуация существенно различается для случаев $\varkappa_1 = \varkappa$, т. е. $\Pi_3 = 1$ (классическое линейное уравнение теплопроводности) и $\varkappa_1 \neq \varkappa$, т. е. $\Pi_3 \neq 1$. В первом случае существует конечный, отличный от нуля предел функции $\Phi(\Pi_1, \Pi_2, 1)$ при $\Pi_1 \to 0$, равный $\exp(-\Pi_2^2/4)/2\sqrt{\pi}$. Этот предел отвечает решению типа мгновенного источника линейного уравнения теплопроводности:

$$u = \frac{Q}{2\sqrt{\pi \varkappa t}} \exp\left(-\frac{x^2}{4\varkappa t}\right) \tag{9}$$

Во втором случае конечного, отличного от нуля предела функции $\Phi(\Pi_1, \Pi_2, \Pi_3)$ при $\Pi_1 \to 0$ не существует: предел равен нулю или бесконечности, в зависимости от того, больше или меньше единицы отношение $\Pi_3 = \varkappa_1/\varkappa$. Разумеется, можно ограничиться этим тривиальным результатом.

Можно, однако, пойти дальше. Вспомним, что выделение тепла в точке — идеализация. В реальных задачах и, в частности, в любом машинном счете l конечно. Зададимся вопросом, как ведет себя решение при малых, но конечных $\Pi_1 = l/\sqrt{\varkappa t}$? Ответ (см. [1]) оказывается содержательным: функция $\Phi(\Pi_1, \Pi_2, \Pi_3)$ при малых Π_1 и фиксированных прочих аргументах имеет степенную асимптотику $\Phi = \Pi_1^{\alpha} \Phi_1(\Pi_2, \Pi_3)$, где $\alpha \neq 0$ при $\Pi_3 \neq 1$ ($\varkappa_1 \neq \varkappa$), а само решение имеет вид

$$u = \frac{A}{(\varkappa t)^{(1+\alpha)/2}} \Phi_1\left(\frac{x}{\sqrt{\varkappa t}}, \frac{\varkappa_1}{\varkappa}\right), \quad A = Ql^{\alpha} \tag{10}$$

Это решение, как видно, тоже автомодельно. Однако автомодельность здесь не такая, как в случае классического решения (9): показатель степени α из соображений размерности не находится. Он определяется конкретными свойствами данной задачи: аналитическим поведением функции Φ при Π_1, близких к нулю. Для определения α, исходя из постановки задачи Коши в целом, ставится и решается *нелинейная задача на собственные значения.*

Заметим, что можно стремить $\Pi_1 = l/\sqrt{\varkappa t}$ к нулю, стремя к бесконечности время

[1] Вопреки сказанному на стр. 375 статьи-рецензии уравнение (7) существенно нелинейно и, следовательно, нелинейна вся постановка задачи.

t, но оставляя l неизменным. Переменную $\Pi_2 = x / \sqrt{\varkappa t}$ при этом тоже можно оставлять неизменной, меняя надлежащим образом x. Таким образом, выясняется, что (10) — не только предельная форма решения при $l \to 0$, но и асимптотика неавтомодельного решения задачи Коши (6), (7) при конечном l и $t \to \infty$.

Можно, конечно, поставить вопрос формально, как это предлагается в статье-рецензии (стр. 371): пусть требуется найти решение уравнения (7), которое определяется параметрами, входящими в уравнение, и константой A заданной размерности $[A] = [u]\, L^{\beta+1}$, где β — заранее заданное число, а $[u]$ — размерность решения u. При этом анализ размерностей действительно дает, что это решение представляется в форме (10) с заменой α на β. Однако попытка определить функцию Φ_1 локально оказывается несостоятельной, так как, подставляя (10) в (7), мы не знаем при данных x и t знак производной $\partial_t u$ и поэтому не можем сделать выбор между коэффициентами $\varkappa$ и $\varkappa_1$ в уравнении (7). Нелокальное же определение, т. е. постановка краевых условий для Φ_1, требует не просто указания, что решение определяется константой A и параметрами уравнения, а полной постановки задачи, от которой при подходе, предлагаемом в статье-рецензии, отказываются. Анализ полной постановки задачи Коши для уравнения (7) показывает [1], что при заданных $\varkappa$, $\varkappa_1$ нетривиальное решение Φ_1 существует отнюдь не при любом наперед заданном β. Для определения нужных значений β необходимо, как это делается в [1], ставить и решить нелинейную задачу на собственные значения. При формальном подходе, предлагаемом в статье-рецензии, это строго определенное число $\beta = \alpha$ остается только угадывать, если, конечно, не знать ответ заранее.

Задавать же вид решения, т. е. показатель β и искать конкретное уравнение задачи (т. е. отношение $\varkappa_1 / \varkappa$), которому это решение удовлетворяет и для которого этот показатель — собственное значение — другая задача. Вопреки сказанному в статье-рецензии (стр. 372) в книге [1] эта задача не рассматривается.

Подчеркнем, что разделение автомодельных решений на решения первого и второго рода имеет смысл *только для фиксированной постановки задачи*. Очевидно, что, меняя задачу, в частности условие на поверхности разрыва коэффициента $\varkappa$, мы изменим и решение. Отмечаю это, так как в статье-рецензии на стр. 373 и 375 пространно поясняется, что если заменить одно принятое мною условие другим, то получится другое решение. Позволительно спросить, ну и что?

Как видно, при $\varkappa = \varkappa_1$ и $\varkappa \neq \varkappa_1$ получились существенно разные типы автомодельных решений задачи Коши (6), (7). Решение в первом случае относится к автомодельным решениям первого рода, во втором — к автомодельным решениям второго рода.

В статье-рецензии придается особое значение (стр. 374—375) тривиальным решениям, для которых температура, скорость и т. п. всюду равны нулю.

Применительно к рассмотренной выше задаче теплопроводности — фильтрации В. В. Марков пишет (стр. 375):

«... можно заняться обсуждением чисто математических вопросов об отыскании и свойствах решений задач, сформулированных математически формально.

С математической точки зрения в принятой автором линейной (? — ГБ) постановке его утверждение, что автомодельная задача при отборе конечной массы жидкости в точке при фильтрации не имеет решения, неверно. При сформулированной постановке задачи получается тривиальное решение об отсутствии возмущений. Здесь дело обстоит так же, как и в рассмотренной выше задаче об учете излучения, где решение также есть, но также тривиально. *Тривиальные решения — это действительные и единственные решения, которые получаются как следствия принятой постановки задач* (курсив мой,— ГБ), и о них нельзя говорить, что они не существуют».

Это утверждение неправильно. Действительно, обратимся к математической формулировке задачи в книге [1]. На стр. 54 читаем:

«Итак, ищется решение уравнения (3.1) (здесь уравнения (7) — ГБ), удовлетворяющее начальному условию и условию на бесконечности

$$u(x, 0) = 0 \quad (x \neq 0), \qquad \int_{-\infty}^{\infty} u(x, 0)\, dx = Q; \qquad u(\infty, t) = 0»$$

Легко видеть, что тривиальное решение

$$u(x, t) \equiv 0, \quad -\infty \leqslant x \leqslant \infty, \quad t \geqslant 0$$

не удовлетворяет второму из этих условий, так как для тривиального решения $\int\limits_{\infty}^{\infty} u(x, 0)\, dx$ равен нулю, а не положительной величине Q. Аналогично обстоит дело и в «задаче об учете излучения», где тривиальное решение

$$p \equiv 0, \quad v \equiv 0, \quad \rho \equiv \rho_0 \quad (r \geqslant 0, \ t \geqslant 0)$$

не удовлетворяет сформулированному «математически формально» начальному условию выделения конечной порции энергии E в центре взрыва при $t = 0$:

$$4\pi \int\limits_0^{r_*} \rho \left[\frac{v^2}{2} + \frac{1}{\gamma - 1}\frac{p}{\rho}\right] r^2 dr = E \quad (t = 0)$$

(уравнение (2.19), стр. 44 книги [1]), так как для этого решения интеграл в левой части равен нулю, а не $E > 0$. Таким образом, тривиальные решения в обоих случаях не являются «действительными решениями» сформулированных задач. Может быть (ср. стр. 374 статьи-рецензии) в статье-рецензии под тривиальным решением понимается функция $u(x, t)$, равная $Q\delta(x)$ при $t = 0$ и равная тождественному нулю при $t > 0$? Такая функция, однако, не является решением уравнения (7) даже в обобщенном смысле.

2. Приоритетные вопросы. В статье-рецензии утверждается (стр. 371), что на стр. 70 и 82 книги [1] приоритетные вопросы решаются по моему желанию, но «вопреки фактам». На стр. 371 это утверждение уточняется:

«... Авторам важных и интересных работ, Бехерту и Гудерлею, нельзя приписать заслугу создания общей теории автомодельных явлений как в газовой динамике, так и в различных приложениях математики и физики...

... Таким образом, в газовой динамике Г. И. Баренблатт использует и обсуждает только те системы обыкновенных уравнений и только те их решения, которые уже были даны и изучены Л. И. Седовым...»

Я не приписываю Бехерту и Гудерлею заслугу создания общей теории. Рассматривая автомодельное решение задачи о сильном взрыве с потерями или притоком энергии на фронте, я написал (стр. 70 книги [1]): «Класс автомодельных решений уравнений газодинамики, к которому принадлежит предельное решение исследуемой задачи (4.13), был указан К. Бехертом [70] [1] и в дальнейшем рассматривался Л. И. Седовым [59] [2] и другими авторами».

В том, что касается К. Бехерта, я ориентировался, в частности, на подстрочное примечание Л. И. Седова (стр. 176 восьмого издания его книги [4]). Цитирую его дословно:

«Этот класс решений был указан в работе Седова Л. И. [3]. Аналогичные решения без использования соображений теории размерностей или теории групп и вне связи с постановкой рассматриваемых ниже задач рассматривались в работе K. Bechert [4] (Бехерт рассматривает только политропические движения)».

Поскольку решения «аналогичны» и при этом работа К. Бехерта датирована 1941 г., а работа Л. И. Седова — 1945 г., мне казалось и кажется естественным связывать этот класс прежде всего с именем К. Бехерта.

Кроме того, в процитированном подстрочном примечании имеются две существенные неточности. На самом деле К. Бехерт рассматривал свои решения с точки зрения соображений теории групп, что тождественно анализу размерностей (см. стр. 360—

[1] Ссылка [2] настоящей статьи.

[2] Ссылка [3] настоящей статьи.

[3] Далее идет ссылка [3].

[4] Далее идет ссылка [2].

361 его работы [2]). Далее К. Бехерт рассматривал также (см. стр. 370 и следующие его работы) и адиабатические движения с разной энтропией в частицах, а не только баротропные политропические процессы. Правда, детальное рассмотрение этих движений проведено им только для случая плоских волн. Однако для сферических и цилиндрических волн это рассмотрение тоже было проведено ранее в работе Гудерлея [5].

В статье-рецензии обсуждается работа 1942 г. Г. Гудерлея [5], которая не цитировалась ни в одной работе Л. И. Седова и ни в одном издании его книги [4]. Содержание этой работы излагается в статье-рецензии неадекватно. На самом деле именно в этой работе была впервые поставлена и решена глобальная автомодельная задача о сходящейся к центру сферической (а также цилиндрической) сильной ударной волне. Работа Г. Гудерлея [5] полностью основана на анализе размерностей и безразмерных параметрах. В ней впервые указаны условия на сильной ударной волне (стр. 303). Именно эти условия позволили включить ударные волны переменной интенсивности в общую систему автомодельных неустановившихся движений газа. В 1946 г. эти условия были существенно использованы Л. И. Седовым при решении задачи о сильном взрыве [6]. В работе Г. Гудерлея [5] с надлежащими ссылками на упомянутую выше работу К. Бехерта [2] было указано (стр. 303, уравнения (5a), (5b), (5c)) семейство автомодельных сферически-симметричных (а также цилиндрически-симметричных) адиабатических движений с разной энтропией в частицах, позволившее Г. Гудерлею поставить и решить упомянутую выше практически важную глобальную задачу с ударными волнами. (Именно в этом семействе находится нужное мне решение, так же как и решение задачи о сильном взрыве.) Далее, в работе Г. Гудерлея [5] было обнаружено расщепление системы обыкновенных уравнений для автомодельных решений на одно уравнение первого порядка и две квадратуры (стр. 304) и были исследованы поля интегральных кривых этого уравнения — «портреты» (стр. 305, 306 и 308, 309): без такого исследования решение названной выше глобальной задачи было бы невозможно. Отсутствие ссылок на эту широко известную в мировой литературе (достаточно упомянуть переведенные на русский язык учебники У. Хейза и Р. Пробстина [7] и Дж. Уизема [8]) работу Г. Гудерлея [5] во всех работах и всех изданиях книги Л. И. Седова [4] представляется весьма странным. В отличие от этого в моей книге [1] работа Г. Гудерлея [5] неоднократно цитируется. В частности, используя упоминаемые рецензентом обыкновенные уравнения и т. д., я ссылаюсь на обоих авторов (стр. 71): того, кто получил впервые нужный мне, хотя и более частный результат — Г. Гудерлея, и того, кто впоследствии предложил удобные «обозначения, уравнения, качественные схемы их исследования» и изложения — Л. И. Седова. После чтения первого варианта статьи-рецензии я пришел к выводу, что действительно следует уточнить название этого класса движений и назвать его классом Бехерта — Гудерлея, а не просто классом Бехерта, как на стр. 82 в [1]. Я реализовал эту возможность в английском издании моей книги [9].

Далее, о решении задачи о «коротком ударе», якобы «уже долгое время настойчиво приписываемом Я. Б. Зельдовичу». После выполненных независимо работ Я. Б. Зельдовича и его сотрудников (1956 г.) это решение было изложено уже в 1963 г. в монографии Я. Б. Зельдовича и Ю. П. Райзера [10], ставшей сейчас общеизвестной. На стр. 596 этой монографии читатель найдет все необходимые ссылки на работы Вайцзеккера и его сотрудников, о которых идет речь на стр. 373 статьи-рецензии. Эти работы, разумеется, цитируются и в моей книге [1].

Работа Я. Г. Сапункова [11] до выхода книги [1] мне была неизвестна, по-видимому, из-за ее дезориентирующего заглавия «Сходящаяся волна...», тогда как там рассматривались и интересующие меня расходящиеся волны. Результаты Я. Г. Сапункова действительно пересекаются с рассмотренными в моей книге для одного значения эффективного показателя адиабаты на фронте $\gamma_1 = 2\gamma + 1$. Я сослался на работу Я. Г. Сапункова [11] рядом с уже имеющейся ссылкой на получивших близкие результаты А. Оппенгейма с сотр. в английском издании моей книги [9].

3. Отдельные замечания. Перейдем к рассмотрению отдельных замечаний, содержащихся в статье-рецензии.

На стр. 372 статьи-рецензии указывается, что в книге [1] рис. 4.3 не полностью описывает случай $\gamma_1 = 2\gamma + 1$. На самом деле в подписи к этому рисунку указывается, что он относится к случаю $\gamma_1 > 2\gamma + 1$.

Фигура, приведенная в статье-рецензии и отнесенная к случаю $\gamma_1 = 2\gamma + 1$, содержит неточность. Нижний отрезок жирной линии, которым рецензент пожелал обогатить «портрет», при $\gamma_1 = 2\gamma + 1$ стягивается в точку. Дело в том, что точка пересечения кривых — особая точка типа узла, лежащая на фигуре статьи-рецензии слева сверху от параболы, обращенной вниз, при $\gamma_1 = 2\gamma + 1$ ложится на эту параболу. (Это, кстати, объяснено на той же стр. 74 книги [1].) Неоднозначность решения при $\gamma_1 = 2\gamma + 1$ специально отмечена в [1] на стр. 75.

На стр. 376 статьи-рецензии читаем:

«При изложении гипотез о локальной или полной изотропности турбулентных движений нельзя обходить имеющиеся экспериментальные данные, которые прямо противоречат таким гипотезам. В частности, например, получено (следует подстрочная ссылка на работы Конт-Белло, Коррсина, Бэтчелора и Стюарта — ГБ), что за решетками среднее значение продольных и поперечных пульсаций различно».

Эти данные на самом деле не противоречат гипотезе локальной изотропии, относящейся ко всем развитым турбулентным потокам. Локальная изотропия не означает изотропии пульсаций полной скорости. Локальная изотропия означает только изотропию поля относительных скоростей, это объясняется и в книге [1] (стр. 166).

Что же касается «гипотезы» полной изотропности, то ее для сколько-нибудь широких классов течений никто не предлагает. Цитированные в статье-рецензии прекрасные экспериментальные работы показывают, что не все потоки за решеткой изотропны. Это — хорошо известный факт, отмеченный в книге [1] на стр. 162.

На стр. 150 книги [1] читатель найдет явно сформулированное утверждение: предположение о существовании решения задачи обтекания бесконечного клина идеальной жидкостью неправильно. В. В. Марков же пишет на стр. 376, что я не замечаю и не отмечаю важного обстоятельства — несуществования этого решения.

На стр. 376 статьи-рецензии отмечается необходимость учета сопротивления вязкого трения и указывается, что я не делаю этого на стр. 34 книги [1]. Если читатель прочтет не только стр. 34, но и стр. 35 книги [1], то он найдет там необходимые слова о вязком трении.

Подобных примеров в рецензии много, но я не останавливаюсь на остальных замечаниях: они несущественны, и читатель легко разберется, в чем дело, сопоставив написанное в рецензии с тем, что на самом деле написано в книге.

Я не останавливаюсь на стиле статьи-рецензии. Считаю нужным заметить, однако, что видеть в печати развязные высказывания по поводу Я. Б. Зельдовича, выдающегося ученого, известного своими трудами во всем мире, члена многих академий, трижды Героя Социалистического Труда — прискорбно.

Поступила 24 IV 1979

ЛИТЕРАТУРА

1. *Баренблатт Г. И.* Подобие, автомодельность, промежуточная асимптотика. Л., Гидрометеоиздат, 1978.
2. *Bechert K.* Differentialgleichungen der Wellenausbreitung in Gasen. Ann. Physik, 1941, Bd. 39, H. 5, ss. 357—372.
3. *Седов Л. И.* О некоторых неустановившихся движениях сжимаемой жидкости. ПММ, 1945, т. 9, вып. 4.
4. *Седов Л. И.* Методы подобия и размерности в механике. Изд. 8-е, М.—Л., «Наука», 1977.
5. *Guderley G.* Starke kugelige und zylindrische Verdichtungsstösse in der Nähe des Kugelmittelpunktes bzw. der Zylinderachse. Luftfahrtforschung, 1942, Bd 19, Lfg. 9, ss. 302—313.

6. *Седов Л. И.*, Распространение сильных взрывных волн. ПММ, 1946, т. 10, вып. 2.
7. *Хейз У. и Пробстин Р.* Теория гиперзвуковых течений. М., Изд-во иностр. лит., 1962.
8. *Уизем Дж.* Линейные и нелинейные волны. М., «Мир», 1977.
9. *Barenblatt G. I.* Similarity, self-similarity, and intermediate asymptotics. New York and London, Plenum Publishing Company, 1979.
10. *Зельдович Я. Б., Райзер Ю. П.* Физика ударных волн и высокотемпературных гидродинамических явлений. М., Физматгиз, 1963.
11. *Сапунков Я. Г.* Сходящиеся детонационные волны в режиме Чепмена — Жуге в среде с переменной и постоянной начальными плотностями. ПММ, 1967, т. 31, вып. 5.

V ВСЕСОЮЗНЫЙ СЪЕЗД ПО ТЕОРЕТИЧЕСКОЙ И ПРИКЛАДНОЙ МЕХАНИКЕ

Предварительное сообщение

Национальный комитет СССР по теоретической и прикладной механике совместно с Академией наук КазССР и Казахским государственным университетом с 27 мая по 3 июня 1981 г. проведут в Алма-Ате V Всесоюзный съезд по теоретической и прикладной механике.

Работа съезда будет проходить в трех секциях:

I. Общая и прикладная механика.
II. Механика жидкости и газа.
III. Механика деформируемого твердого тела.

На секционные заседания будут вынесены только заказные обзорные доклады, число которых в сравнении с предыдущими съездами будет увеличено. Число докладов на подсекциях будет существенно сокращено. На подсекции будут выноситься только доклады, содержащие новые (неопубликованные) результаты, представляющие общий интерес, причем значительная их часть будет включена в программу в качестве «стендовых докладов».

Официальные заявки на доклады будут приниматься программным комитетом съезда с 1 июля по 1 октября 1980 г.

Дополнительная информация о порядке работы съезда и адрес оргкомитета будут сообщены в следующем объявлении в журналах.

Национальный комитет СССР
по теоретической и прикладной механике

Технический редактор *З. В. Филиппова*

Сдано в набор 24.01.80	Подписано к печати 26.03.80	Т-01478	Формат бумаги 70×108¹/₁₆
Высокая печать	Усл. печ. л. 16,8	Уч.-изд. л. 16,7 Бум. л. 6,0	Тираж 2718 экз. Зак. 2727

Издательство «Наука», 103717, ГСП, Москва, К-62, Подсосенский пер., 21
2-я типография издательства «Наука», 121099, Москва, Шубинский пер., 10