

6. *Unny T. E., Martin E. L., Dubey R. N.* Hydroelastic instability of uniformly curved pipe-fluid systems. *Trans. ASME. Ser. E. J. Appl. Mech.*, 1970, vol. 37, No. 3. (Рус. перев.: Прикл. механ. Тр. Америк. о-ва инж.-механ. Сер. Е., 1970, т. 37, № 3).
7. *Stein R. A., Tobriner M. W.* Vibration of pipes containing flowing fluids. *Trans. ASME. Ser. E. J. Appl. Mech.*, 1970, vol. 37, No. 4. (Рус. перев.: Прикл. механ. Тр. Америк. о-ва инж.-механ. Сер. Е., 1970, т. 37, № 4.)
8. *Аронович Г. В.* Движение вязкой жидкости в продольно вибрирующей трубе. *ПММ*, 1944, т. 8, вып. 1.
9. *Губенко В. С., Деркач П. Х., Кузнецов В. Н.* Нестационарное одномерное течение вязкой жидкости в деформируемой трубе. *Прикл. механ.*, 1973, т. 9, вып. 4.
10. *Губенко В. С., Кузнецов В. Н.* Осесимметричное течение вязкой жидкости внутри упругой цилиндрической трубы. *Прикл. механ.*, 1976, т. 12, вып. 8.
11. *Benjamin T. B.* Dynamics of a system of articulated pipes conveying fluid-II. *Exptl Proc. Roy. Soc. A*, 1961, vol. 261, No. 1307, p. 487—499.
12. *Gregory R. W., Paidoussis M. P.* Unstable oscillation of tubular cantilevers conveying fluid-II. *Exptl Proc. Roy. Soc. A*, 1966, vol. 293, No. 1435, p. 528—542.
13. *Чарный И. А.* Неустойчивое движение реальной жидкости в трубах. М., «Недра», 1975.

УДК 533:538

## МАГНИТНЫЕ СУСПЕНЗИИ КАК МИКРОПОЛЯРНЫЕ ЖИДКОСТИ

В. М. Суязов

(Воронеж)

Поляризующиеся и намагничивающиеся сплошные среды (упругие тела, газы или жидкости) с внутренним моментом количества движения давно привлекают внимание исследователей. Одной из самых ранних работ, в которой рассматривались такие среды без учета электромагнитных явлений, является монография [1]. Кроме того, начиная с 1943 г., опубликовано много работ, в которых развиты теории сплошных сред с внутренними моментами количества движения без учета электромагнитных эффектов. Ниже речь идет только о тех работах, в которых учитываются электромагнитные эффекты<sup>1</sup>. Уравнения, описывающие деформируемые поляризующиеся и намагничивающиеся среды в случае, когда внутренний момент количества движения и намагниченность связаны конечным соотношением, выводились в работе [2], однако здесь не будем рассматривать результаты этой работы. Общая теория построения моделей поляризующихся и намагничивающихся деформируемых сред на термодинамической основе изложена в работах [3, 4].

Гидродинамика магнитных суспензий, представляющих собой смесь ферромагнитных частиц с жидким носителем, это одна из областей механики сплошных сред, в которой важен учет внутреннего механического момента и намагниченности. Кроме того

<sup>1</sup> Для учета электромагнитных эффектов с точки зрения существа дела нет сравнительной специфики в теориях газа, жидкостей или твердых тел.

магнитные суспензии служат примерами сред, в которых может не быть конечной связи между вектором намагниченности  $\mathbf{M}$  и вектором угловой скорости вращения частиц  $\mathbf{w}$ . Теория, учитывающая эти аспекты проблемы, была развита автором в работе [5]. В статье М. И. Шлиомиса и В. М. Зайцева [6] приведена без обоснований система уравнений для описания движения намагничивающейся жидкости с внутренним моментом количества движения. Уравнение для намагниченности в работе [6] имело вид:

$$(1) \quad \frac{\partial \mathbf{M}}{\partial t} = -\frac{1}{\tau} \left( \mathbf{M} - M_0 \frac{\mathbf{H}}{H} \right)$$

Такое уравнение не описывает правильно происходящих явлений при движении деформируемой среды с учетом внутреннего момента количества движения.

В работе М. И. Шлиомиса [7], опубликованной в декабре 1971 г., в уравнении (1) частная производная была заменена полной и было добавлено без всякого обоснования и ссылок слагаемое  $\mathbf{w} \times \mathbf{M}$ , которое до этого уже было введено на основе термодинамического анализа в работах автора<sup>1</sup> и было опубликовано в апреле 1970 г. [5].

Приведем систему уравнений работы [5] в частном случае несжимаемой, намагничивающейся, неполяризуемой (когда коэффициенты переноса можно считать постоянными) микрополярной жидкости при отсутствии распределенных зарядов

$$(2) \quad \begin{aligned} \rho \frac{d\mathbf{v}}{dt} &= -\nabla p + (\alpha_2 + \alpha_3) \nabla \cdot \nabla \mathbf{v} + 2\alpha_3 \nabla \times \mathbf{w} - \\ &- \alpha_4 \mu_0 \nabla \left( \frac{d\mathbf{m}}{dt} - \mathbf{w} \times \mathbf{m} \right) + (\mu_0 \mathbf{m} \cdot \nabla) \mathbf{h} - \mu_0 \frac{d\mathbf{m}}{dt} \times \boldsymbol{\varepsilon}_0 \mathbf{e} - \mathbf{v} \times (\mu_0 \mathbf{m} \cdot \nabla) \boldsymbol{\varepsilon}_0 \mathbf{e} + \rho \mathbf{f} \\ \rho J \frac{d\mathbf{w}}{dt} &= 2\alpha_3 (\nabla \times \mathbf{v} - 2\mathbf{w}) + 2\alpha_4 \mu_0 \left( \frac{d\mathbf{m}}{dt} - \mathbf{w} \times \mathbf{m} \right) + \\ &+ \mathbf{m} \times \mathbf{h} + (\gamma_1 - \gamma_3 + \gamma_2/3) \nabla \nabla \cdot \mathbf{w} + (\gamma_3 + \gamma_2) \nabla \cdot \nabla \mathbf{w} \\ \frac{d\mathbf{m}}{dt} &= \mathbf{w} \times \mathbf{m} + \frac{1}{\tau} (\mathbf{h} K - \mathbf{m}) + \alpha_4^\circ (\nabla \times \mathbf{v} - 2\mathbf{w}) \end{aligned}$$

Здесь  $\tau = \mu_0 h_1 K$ ,  $\alpha_4^\circ = \alpha_4 / \mu_0 h_1$  — время релаксации и коэффициент гиромагнитной связи;  $h_1$  — константа,  $\mathbf{f}$  — плотность внешней массовой силы,  $\mathbf{v}$  — скорость движения,  $\alpha_2, \alpha_3$  — сдвиговая и вращательная вязкости,  $\mathbf{e}$  и  $\mathbf{h}$  — векторы напряженности электрического и магнитного полей,  $J$  — момент инерции частиц,  $\nabla$  — оператор Гамильтона,  $\boldsymbol{\varepsilon}_0, \mu_0$  — электрическая и магнитная постоянные. К уравнениям (2) необходимо присоединить уравнения магнитоэлектростатики.

Вводя переобозначения

$$(3) \quad \mathbf{m} = \mathbf{M}, \quad \mathbf{h} = \mathbf{H}, \quad \mathbf{w} = \frac{\mathbf{S}}{I}, \quad J = I, \quad \alpha_2 = \eta, \quad \alpha_3 = \frac{\rho I}{4\tau_S}, \quad \tau = \tau_B, \quad K = \frac{M_0}{H}$$

и добавочные предположения об отсутствии электрического поля, гиромагнитного перекрестного эффекта и потока внутреннего момента количества движения, т. е. полагая в уравнениях (2)

$$(4) \quad \mathbf{e} = 0, \quad \alpha_4 = 0, \quad \gamma_1 = \gamma_2 = \gamma_3 = 0$$

получаем систему уравнений, в точности совпадающих с уравнениями, приведенными в статье М. И. Шлиомиса [7], а также с уравнениями (17) — (19) работы [8], одним из авторов которой является М. И. Шлиомис. В последней работе утверждалось, что «эти уравнения [(17) — (19) — М. И. Шлиомиса (В. С.)] отличаются от полученных в работах [75–77]», т. е. в статьях автора [5, 9, 10]. Из сказанного выше следует, что «эти» уравнения отличаются от уравнений, предложенных автором в работе [5], лишь тем, что являются их частным случаем и непосредственно получаются из них при наличии дополнительных ограничений (4).

<sup>1</sup> В 1969 г. автор представил в редакцию ПММ работы по гидродинамике неизотермических, заряженных, проводящих, намагничивающихся и поляризуемых сред с учетом неоднородности намагниченности и поляризации, микродеформаций и скорости микродеформаций. На эти работы М. И. Шлиомис дал резко отрицательные отзывы, и редакция отклонила работы.

В действительности эти дополнительные предположения нельзя считать всегда приемлемыми (известно, например, что ограничения (4) не позволяют описать эффект увлечения ферросуспензии вращающимся однородным магнитным полем). Отсутствует обоснование их приемлемости в каких-либо частных случаях и, в частности, в случаях, рассмотренных М. И. Шлиомисом.

Утверждение, приведенное на стр. 430 работы М. И. Шлиомиса [11] «...феноменологическое описание магнитных суспензий не может быть проведено общим образом для произвольных внешних воздействий, свойств и степени дисперсности ферромагнетика», не соответствует действительности. В работах [3-5, 9, 10] уравнения, описывающие подобные среды, выводятся именно феноменологическим путем на основании общих теорий. Написание этих уравнений без вывода, «по интуиции», как это сделано, например, в работе [6], приводит к ошибкам, впоследствии исправленным в соответствии с результатами общей теории [5], из которой также следует необходимость учета еще и других существенных членов.

Поступила 7 V 1976

#### ЛИТЕРАТУРА

1. *Cosserat E., Cosserat F.* Théorie des corps déformables. Paris. Hermann et Fils, 1909.
2. *Власов К. Б., Ишмухаметов Б. Х.* Уравнения движения и состояния магнитоупругих сред. ЖЭТФ, 1964, т. 46, вып. 1.
3. *Седов Л. И.* О пондеромоторных силах взаимодействия электромагнитного поля и ускоренно движущегося материального континуума с учетом конечности деформаций. ПММ, 1965, т. 29, вып. 1.
4. *Sedov L. I.* Some problems of designing new models of continuum media. Proc. 11th Internat. Congr. Appl. Mech., 1964. Berlin, — Springer, 1966, p. 9—19.
5. *Суязов В. М.* О несимметричной модели вязкой электромагнитной жидкости. ПМТФ, 1970, № 2.
6. *Зайцев В. М., Шлиомис М. И.* Увлечение ферромагнитной суспензии вращающимся полем. ПМТФ, 1969, № 5.
7. *Шлиомис М. И.* Эффективная вязкость магнитных суспензий. ЖЭТФ, 1971, т. 61, вып. 6.
8. *Шапошников И. Г., Шлиомис М. И.* Гидродинамика намагничивающихся сред. Магнитная гидродинамика, 1975, № 1.
9. *Суязов В. М.* Об уравнениях движения взаимопроникающих электромагнитных жидкостей. Магнитная гидродинамика, 1971, № 2.
10. *Суязов В. М.* О структурно-континуальном подходе в магнито- и электрореологии дисперсных текучих систем. Магнитная гидродинамика, 1972, № 2.
11. *Шлиомис М. И.* Магнитные жидкости. Успехи физ. наук, 1974, т. 112, вып. 3.

Технический редактор З. В. Филиппова

Сдано в набор 25.03.79      Подписано к печати 25.05.79      Т-09055      Формат бумаги 70×108<sup>1/16</sup>  
 Высокая печать      Усл. печ. л. 16,8      Уч.-изд. л. 16,2      Бум. л. 6,0      Тираж 2835 экз.      Зак. 1673

Издательство «Наука». 103717 ГСП, Москва, К-62, Подсосенский пер., 21  
 2-я типография издательства «Наука». 121099, Москва, Шубинский пер., 10