ЛИТЕРАТУРА

1. *Стокер Дж. Дж.* Волны на воде. М., Изд-во иностр. лит., 1959.
2. *Сретенский Л. Н.* Теория волновых движений жидкости. М.— Л., ОНТИ, Гостехиздат, 1936.
3. *Габов С. А.* Применение метода Л. Н. Сретенского к одной задаче теории волн в каналах. Ж. вычисл. матем. и матем. физ., 1975, т. 15, № 1.
4. *Плис А. И., Плис В. И.* Дифракция волны Кельвина на открытом конце плоского канала во вращающемся бассейне. VII Всес. симпозиум по дифракции и распространению волн, Ростов-на-Дону, 1977, М., 1977.

УДК 532.72

О НЕСТАЦИОНАРНЫХ РЕЖИМАХ РАБОТЫ ИЗОТЕРМИЧЕСКОГО РЕАКТОРА С ПРОДОЛЬНЫМ ПЕРЕМЕШИВАНИЕМ

В. А. Новиков

(Москва)

Методами теории возмущений исследуется нестационарный режим работы изотермического реактора с продольной дисперсией. Получено приближенное выражение для эффективности реактора, работающего в динамическом режиме. Результаты сопоставляются с соответствующими данными для реактора идеального перемешивания.

Математический анализ особенностей работы проточного химического реактора идеального перемешивания в нестационарном режиме проводился во многих работах, например [1–10]. Показано, что использование нестационарных режимов может приводить к увеличению эффективности химического реактора как в случае простой одностадийной химической реакции с нелинейной кинетикой [7–9], так и в реакторах со сложными многостадийными химическими превращениями [1–6, 10]. Отмечено существенное влияние нестационарности на селективность и другие характеристики химического процесса [1–6].

1. Постановка задачи. Рассмотрим одномерную модель трубчатого изотермического реактора, в котором протекает одна необратимая химическая реакция. Нестационарное уравнение для концентрации в безразмерных переменных имеет вид

$$\frac{\partial c}{\partial t} = \frac{1}{P}\frac{\partial^2 c}{\partial x^2} - \frac{\partial c}{\partial x} - f(c) \tag{1.1}$$

$$c = \frac{C}{C_0}, \quad x = \frac{X}{L}, \quad t = \frac{TU}{L}, \quad P = \frac{UL}{D}, \quad f(c) = \frac{UF(C)}{LC_0}$$

Здесь X — пространственная координата ($0 \leqslant X \leqslant L$); L — длина реактора; T — время; C — концентрация реагирующего вещества; C_0 — стационарная концентрация реагирующего вещества во входном потоке; U — скорость подачи реагента; D — коэффициент диффузии; $F(C)$ — зависимость скорости химической реакции от концентрации реагента.

Примем, что концентрация реагирующего вещества на входе в реактор может быть представлена в виде суммы постоянного слагаемого C_0 и нестационарного возмущения $\Phi(t)\, C_0$. Тогда в безразмерном виде граничные условия на входе в реактор для уравнения (1.1), справедливые и в нестационарном случае, имеют вид [11,12].

$$x = 0, \quad c - \frac{1}{P}\frac{\partial c}{\partial x} = 1 + \Phi(t); \quad x = 1, \quad \frac{\partial c}{\partial x} = 0 \tag{1.2}$$

В качестве начального условия зададим распределение концентрации, соответствующее устойчивому стационарному решению задачи (1.1), (1.2) при $\Phi(t) \equiv 0$

$$t = 0, \quad c(x, 0) = c_s(x) \tag{1.3}$$

Задача (1.1) — (1.3) о нестационарном распределении концентрации в реакторе при наличии возмущения на входе не имеет точного аналитического решения. Построим приближенное решение задачи с помощью теории возмущений [13], полагая, что параметр P мал. Будем считать возмущение входной концентрации малым и имеющим порядок P, т. е. $\Phi(t) = P\varphi(t) = O(P)$. Таким образом, в данной работе принято, что возмущение входной концентрации и число Пекле одного порядка малости. Когда эти величины разного порядка, решение может быть получено по аналогии с изложенным ниже.

Заметим, что если $P = 0$, то сформулированная задача для реактора с аксиальной дисперсией переходит в задачу для реактора полного перемешивания, в котором концентрация реагента на входе равна своему невозмущенному стационарному значению; решение этой задачи соответствует нулевому приближению в асимптотическом разложении решения задачи (1.1) — (1.3) по P.

2. Решение задачи. Будем искать решение задачи (1.1) — (1.3) в виде разложения по степеням P, начальное условие (1.3) также представим в виде ряда

$$c(x,t) = \sum_{n=0}^{\infty} P^n c_n(x,t) \tag{2.1}$$

$$t = 0, \quad c(x,0) = c_s(x) = \sum_{n=0}^{\infty} P^n c_{ns}(x) \tag{2.2}$$

Отметим, что выбор начального условия в виде стационарного распределения концентрации позволяет избежать рассмотрения временного пограничного слоя в окрестности $t = 0$ и сращивания внешнего и внутреннего асимптотических разложений [14]. Это обстоятельство не влияет на нестационарное поведение решения при достаточно больших временах.

Подставим разложение (2.1) в (1.1), (1.2) и представим функцию $f(c)$ в виде ряда по степеням P. Приравнивая коэффициенты при одинаковых степенях P, получаем уравнения, граничные и начальные условия для функций $c_n(x,t)$. При $n = 0, 1, 2, 3$ соответствующие краевые задачи имеют вид

$$\partial^2 c_0/\partial x^2 = 0$$

$$x = 0, \quad \frac{\partial c_0}{\partial x} = 0; \quad x = 1, \quad \frac{\partial c_0}{\partial x} = 0$$

$$t = 0, \quad c_0(x,0) = c_{0s}$$

$$\frac{\partial^2 c_1}{\partial x^2} = \frac{\partial c_0}{\partial t} + \frac{\partial c_0}{\partial x} + f(c_0)$$

$$x = 0, \quad \frac{\partial c_1}{\partial x} = c_0 - 1; \quad x = 1, \quad \frac{\partial c_1}{\partial x} = 0$$

$$t = 0, \quad c_1(x,0) = c_{1s}(x)$$

$$\frac{\partial^2 c_2}{\partial x^2} = \frac{\partial c_1}{\partial t} + \frac{\partial c_1}{\partial x} + f'(c_0)\,c_1$$

$$x = 0, \quad \frac{\partial c_2}{\partial x} = c_1 - \varphi; \quad x = 1, \quad \frac{\partial c_2}{\partial x} = 0$$

$$t = 0, \quad c_2(x,0) = c_{2s}(x)$$

$$\frac{\partial^2 c_3}{\partial x^2} = \frac{\partial c_2}{\partial t} + \frac{\partial c_2}{\partial x} + f'(c_0)\,c_2 + \frac{f''(c_0)}{2}c_1^2$$

$$x = 0, \quad \frac{\partial c_3}{\partial x} = c_2; \quad x = 1, \quad \frac{\partial c_3}{\partial x} = 0$$

$$t = 0, \quad c_3(x,0) = c_{3s}(x)$$

Определяя из этих краевых задач функции $c_n(x, t)$ $(n = 0, 1, 2, 3)$, для $c(x, t)$ с точностью до членов второго порядка малости включительно получим

$$
c(x,t) = c_{0s} + P\left[\left(\frac{x^2}{2} - x\right)f + a_1\right] + P^2\left[\frac{x^4}{24}ff' + \frac{x^3}{6}f(1-f') + \right.
$$
$$
\left. + \frac{x^2}{2}(a_1' + a_1 f' - f) + x(a_1 - \varphi) + \frac{D_s}{A} + e^{-At}\int_0^t D_1(\tau)e^{A\tau}\,d\tau\right] \tag{2.3}
$$

$$
A = 1 + f', \quad B = \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{3}f'\right)f, \quad a(t) = e^{-At}\int_0^t \varphi(\tau)e^{A\tau}\,d\tau
$$

$$
D_s = f\left[\frac{1}{3} + f'\left(\frac{1}{4} + \frac{1}{30}f'\right) + f''\left(\frac{1}{3}\frac{B}{A} - \frac{1}{15}f\right)\right] - \frac{f''}{2}\frac{B^2}{A^2} -
$$
$$
- \frac{B}{A}\left[A + \frac{1}{6}(f')^2\right], \quad a_1(t) = \frac{B}{A} + a(t)
$$

$$
D_1(t) = \frac{1}{2}\varphi' + \varphi\left(1 + \frac{1}{2}f'\right) - \frac{1}{6}a'' - a'\left(1 + \frac{1}{3}f'\right) -
$$
$$
- a\left[1 + f'\left(1 + \frac{1}{6}f'\right) + f''\left(\frac{B}{A} - \frac{1}{3}f\right)\right] - \frac{1}{2}f''a^2
$$

Найденное приближенное аналитическое решение (2.3) дает возможность исследовать влияние нестационарных возмущений концентрации во входном потоке на среднюю по времени степень превращения реагента в реакторе и сравнить ее со стационарной степенью превращения.

Положим для определенности, что зависимость возмущения входной концентрации от времени имеет вид

$$
\varphi(t) = g\sin\omega t \tag{2.4}
$$

При этом среднее по времени значение концентрации реагента во входном потоке сохраняет стационарное значение.

По определению, средняя степень превращения в нестационарном периодическом режиме с частотой ω равна

$$
\bar{\xi} = 1 - \frac{\omega}{2\pi}\int_{\tau}^{\tau+2\pi/\omega} c(1, t)\,dt \tag{2.5}
$$

Используя (2.3) — (2.5), для изменения эффективности реактора, обусловленного нестационарностью концентрации на входе в случае гармонического возмущения, можно получить

$$
\Delta\xi = \bar{\xi}_p - \xi_s = \frac{g^2 f'' P^2}{4(1+f')[(1+f')^2 + \omega^2]} \tag{2.6}
$$

Здесь $\bar{\xi}_p$ — средняя степень превращения реагента в нестационарном периодическом режиме, ξ_s — степень превращения в стационарном режиме.

Выражение (2.6) позволяет оценить влияние различных факторов на эффективность работы изотермического реактора с продольным перемешиванием в динамическом режиме. Видно, что увеличение (уменьшение) степени превращения реагента при переходе от стационарного к нестационарному режиму в рассмотренном типе реактора существенным образом зависит от химической кинетики. Абсолютная величина изменения степени превращения достигает своего максимального значения в квазистационарном случае. С ростом частоты возмущений входной концентрации реагента степень превращения приближается к стационарной.

Сравнение (2.3), (2.6) с соответствующими результатами для реактора полного перемешивания показывает, что профили концентраций в нестационарных режимах могут значительно отличаться, однако средние по времени значения степени превращения совпадают с точностью до членов второго порядка по P включительно. Следовательно, нестационарные эффекты в реакторах полного перемешивания будут характерны и для систем с распределенными параметрами; в случае слабой дисперсии для количественных оценок этих эффектов могут быть использованы аналогичные формулы.

Поступила 12 VII 1978

ЛИТЕРАТУРА

1. *Horn F. J. M., Bailey J. E.* An application of the theorem of relaxed control to the problem of increasing catalyst selectivity. J. Optimiz. Theory Appl., 1968, vol. 2, No. 6, p. 441.
2. *Bailey J. E., Horn F. J. M.* Catalyst selectivity under steady-state and dynamic operation. Ber. Bunsenges. Phys. Chem., 1969, Bd 73, H 3.
3. *Bailey J. E., Horn F. J. M.* Catalyst selectivity under steady-state and dynamic operation: an investigation of several kinetic mechanisms. Ber. Bunsenges. Phys. Chem., 1970, Bd 74, H 7.
4. *Bailey J. E., Horn F. J. M.* Cyclic operation of reaction systems: the influence of diffusion on catalyst selectivity. Chem. Engng Sci., 1972, vol. 27, No. 1, p. 109—119.
5. *Ray W. H.* Periodic operation of polymerization reactors. Industr. Engng Chem. Ser. Process Design Developm., 1968, vol. 7, No. 3, p. 422.
6. *Laurence R. L., Vasudevan G.* Performance of a polymerization reactor in periodic operation. Industr. Engng. Chem. Ser. Process Design Developm., 1968, vol. 7, No. 3, p. 427.
7. *Douglas J. M., Rippin D. W. T.* Unsteady state process operation. Chem. Engng Sci., 1966, vol. 21, No. 4, p. 305.
8. *Douglas J. M., Gaitonde N. Y.* Analytical estimates of the performance of chemical oscillators. Industr. Engng Chem. Fundam., 1967, vol. 6, No. 2, p. 265.
9. *Gaitonde N. Y., Douglas J. M.* The use of positive feedback control systems to improve reactor performance. AIChE Journal, 1969, vol. 15, No. 6, p. 902.
10. *Dorawala T. G., Douglas J. M.* Complex reactions in oscillating reactors. AIChE Journal, 1971, vol. 17, No. 4, p. 974.
11. *Danckwerts P. V.* Continuous flow systems. Distribution of residence times. Chem. Engng Sci., 1953, vol. 2, No. 1.
12. *Van Cauwenberghe A. R.* Further note on Danckwerts boundary conditions for flow reactors. Chem. Engng Sci., 1966, vol. 21, No. 2.
13. *Найфе А. Х.* Методы возмущений. М., «Мир», 1976.
14. *Cohen D. S., Poore A. B.* Tubular chemical reactors: the «lumping approximation» and bifurcation of oscillatory states. SIAM Journal Appl. Math., 1974, vol. 27. No. 3.

УДК 624.04:534.11

ЛИНЕЙНАЯ МЕХАНИКА СПИРАЛЬНЫХ ТРУБОПРОВОДОВ

Б. А. Гордиенко

(Куйбышев)

Получены уравнения движения для пространственно-криволинейных упругих трубопроводов, содержащих нестационарный поток вязкой несжимаемой жидкости. Учтено влияние таких факторов, как инерция вращения и деформация поперечного сдвига трубы, трение жидкости о внутреннюю поверхность трубопровода, давление в потоке (поток характеризуется параметрами, осредненными по сечению). Задача решается в линейной постановке в предположении недеформируемости контура трубопровода.

Уравнение, правильно описывающее в параболическом приближении балочные колебания упругих трубопроводов с потоком идеальной жидкости, по-видимому, впервые